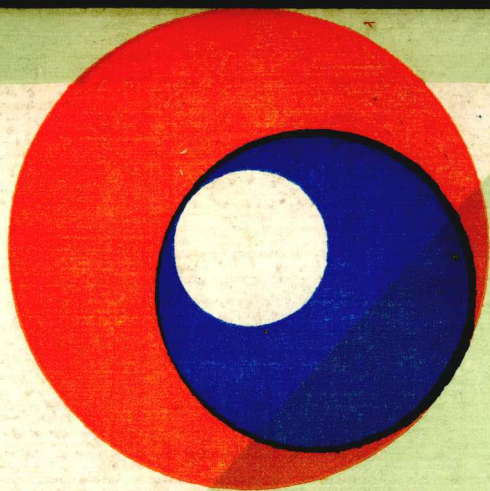


唐盛昌 陈用衡 奚根荣

CHUZHONG
SHUXUE
XUANZETI
CUODA
LIXI



初中数学选择题 错答例析

苏州图书馆

浙江科学技术出版社

初中数学

选择题错答例析

唐盛昌 陈用衡 奚根荣 编写

浙江科学技术出版社

责任编辑：周伟元

封面设计：周盛发

初中数学选择题解答例析

唐盛昌 陈用衡 奚根荣编写

*

浙江科学技术出版社出版

浙江新华印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本：787×1092 1/32 印张7 字数157,000

1987年10月第一版

1987年10月第一次印刷

印数：1—30,240

ISBN 7-5341-0020-8/O·5

统一书号：7221·109

定 价：1.20 元

· 内容提要 ·

数学选择题在反映学生智能水平方面有独到优点，目前在中学数学教学中已被广泛采用。本书围绕现行初中教材内容，对初中数学选择题的几种解法、各种常见错答的分析、不同类型选择题的编制等都作了精彩的介绍。其特点是：介绍解题重在方法指导，错答例析抓住典型深入浅出分析，所选题目形式新、思考性强、知识面广。

本书不仅是初中学生和教师的适宜参考书，也适合其他中学数学自学者使用。

序

数学选择题, 由于它在考查、测量学生的多种能力, 在反映学生的智能水平方面有独到的优点, 因此在世界各国的各种数学竞赛、考试中广泛地被采用 (当然这里也有便于使用计算机阅卷的优点). 在我国各类考试中, 作为题型的一种形式, 它的应用范围也在日趋扩大.

但是, 现行中学教材缺乏这方面的内容, 日常教学对此也没有引起足够的重视, 对于如何发挥选择题各个选项的作用, 特别是通过错答来判断学生的知识与能力缺陷, 则更是普遍地被忽视. 在初中数学教学中, 这方面的问题就更加突出, 十分需要有适当的材料, 对有关数学选择题的一系列问题, 给以必要的分析与指导. 因此, 结合教学内容编写《初中数学选择题错答例析》一书, 是符合当前数学教学改革的需要的, 也是符合广大教师与学生的愿望的.

这本小册子在编写方面是有不少特点的.

重视方法指导是本书的一个特点. 在第一章中, 系统地介绍了解数学选择题的主要方法. 大体上按常规解法、特例判定法、筛选法、验证法等几种思路进行

指导,使思考方法方面有规律可循.这对于进行解选择题的教学是十分有利的.

对使用选择题的一系列问题,从实践与理论的角度进行比较深入的探讨,是本书的另一特点.数学选择题的可靠程度如何?它的结构有哪些特点,又有哪几种形式?编写选择题时要注意哪些问题?如何进行评分才是合理的?它的优缺点如何?对于这一连串的问题,这本小册子深入浅出、简明扼要地作了回答.这样的写法在其他有关选择题的书籍中还没有见到.

对错误答案进行解析是本书的又一特点.书中的选择题是经过精心设计的,错误选项往往是学生易犯的常见错误,教师只要一看错选的是哪个选项,就可以确定出错的要害所在.作者在错答例析这一章中,通过一批例题阐明了对错答进行分析的具体情况,对于如何编写选择题以及如何充分发挥选择题的优点是很有启发意义的.

入选本书的题目形式较新,知识覆盖面较广,对于加强基础与培养能力甚有好处.

参加本书编写的有上海市曹杨二中唐盛昌,曹杨三中陈用衡,曹杨七中奚根荣三同志.他们都是长期从事数学教学工作,有丰富教学经验的同志.本书的材料是从他们平时的大量资料与试题积累中,认真提炼挑选出来的,具有形式多样,思考性较强,比较切合学生实际的特点,可供初中数学教学时作为参考材料.

随着教学改革的深入，教育测量的形式与手段将会更加完善。对于选择题本身来说，具体地掌握恰当的要求，组织合乎思维实际的选项，编排成合乎认识规律的类型与系统等方面，也都有待进一步探讨。这些，一定会得到广大读者的关心与指教，竭诚欢迎读者提出宝贵的意见。

上海市教育局教研室

夏明德

• 目 录 •

序

怎样解初中数学选择题	1
• 常规解法	1
• 筛选法	4
• 特例判定法	5
• 验证法	7
数学选择题的几个问题	30
• 可靠性	30
• 结构	32
• 命题法	36
• 评分法	48
• 优缺点评述	50
数学选择题错答例析	52
• 代数与三角	52
• 几何	111
数学选择题实例	166
• 代数与三角	166
• 几何	191

怎样解初中数学选择题

我们往常接触的计算题、证明题等常见数学习题，是由已知条件与所求结论两部分组成的。所求的结论或者象求解题那样是未知的，或者象证明题那样是明确的。但数学选择题却与它们不同，除了已知条件，同时给出了几种不同的答案，通常把它们称为选择支(或选项)。解题时，需要从几种不同的答案，也就是选择支中选择出正确的答案。选择题的这种结构特点，使它对学生运用学过的知识进行判断解题的能力提出一定的要求。因此，整理、归纳解这类选择题的方法，是很有必要的。下面介绍一些常用的选择题解法。

● 常规解法

这种解法是先不管选择题所提供的可能答案，把选择题当作常规题来解的。在求出答案以后，再将它与供挑选的答案加以比较，然后作出选择。

例1 如图1—1所示，点 A, B, Q, D, C 在圆上，量得弧 $\widehat{BQ}$ 和 $\widehat{QD}$ 分别是 42° 和 38° ，那么 $\angle P$ 和 $\angle AQC$ 的和是 []。

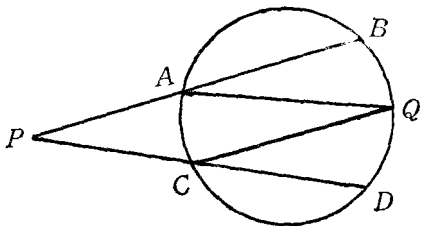


图 1—1

(A) 80° ; (B) 62° ; (C) 40° ;

(D) 46° ; (E) 以上答案都不对.

$$\begin{aligned}\text{解 } \angle P + \angle AQC &= 2\pi - (\angle PAQ + \angle PCQ) \\ &= (\pi - \angle PAQ) + (\pi - \angle PCQ) \\ &= \angle BAQ + \angle QCD \\ &= 21^\circ + 19^\circ = 40^\circ,\end{aligned}$$

故应选(C).

例2 下列各命题中:

(1) 最小的实数是零; (2) 没有最小的实数; (3) 绝对值最小的实数是零, 正确的是[].

(A) 只有(1); (B) 只有(2);

(C) 只有(3); (D) 只有(2)和(3).

解 对(1)、(2)、(3)三个命题逐个进行判断, 得知(2)和(3)是正确的, 故选择(D).

例3 对三组数:

(1) $\sqrt{12}$ 和 $\sqrt[3]{27}$; (2) $\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{27}}$; (3) $\sqrt{12}$ 和

$\sqrt{18}$, 下列判断中正确的是[].

(A) 没有同类根式; (B) 仅(1)、(2)是两组同类根式;

(C) 仅(1)是一组同类根式; (D) 仅(3)是一组同类根式.

解 化简题中的各个根式:

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3},$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = \sqrt{3},$$

$$\sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{1}{9}\sqrt{3},$$

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2},$$

故知 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt[3]{27}$ 、 $\sqrt{\frac{1}{27}}$ 是同类根式，所以选择(B)。

这种常规解法与解一般的数学题类似，当求得答案与选择支所列的各个答案都不相同时，就应该检查解答过程，看解题中哪里出了毛病；当求得的结果与某个选择支的答案一致时，通常就按它作出挑选了。如果解题过程没有差错，那么这样的选择一般也是正确的；如果解题过程有错误，或者基本概念理解方面有问题，求得的结果是错误的，那么按照这一错误结果作出的选择，当然也是错误的了。由于选择支中常常包括了学生常犯的错误，所以学生往往自己不能及时发觉，这是解选择题时一个比较困难的地方。

正确理解基本概念，正确进行基本运算，保证按常规解法求得的结果正确无误，这是克服上述困难的根本方法。同时，在解题时对选择支所提供的各种答案作适当分析，充分利用它的暗示作用，也可以使我们在按常规方法解题出现错误时，比较容易发现问题出在哪里，再作出正确的选择。

例4 如果 B 是圆心为 O 的圆上的一个定点， A 是圆 O 所在平面内的动点，当 D 为圆 O 上任意一点时，使 $AB < AD$ 都成立的所有 A 点所成的轨迹是[1.]

- (A) 从 O 到 B 的线段；
- (B) 从 O 开始经过 B 的射线；
- (C) 直线 OB ；
- (D) 以 B 作起点的一条射线；
- (E) 以上答案都不对。

解 一开始考虑到点 A 应在 OB 直线上时，才可能有这样

的性质,故作了选择(C). 但将它与其他答案加以对比考虑,立即会得到启示,在 OB 直线上,射线 OB 另一侧的点并不具备以上性质,从而即可以纠正错误解答,作出选择(B)的正确判断。

● 筛选法

这种方法往往从分析选择支所提供的答案着手,把不可能成立的答案一个一个地否定掉. 由于一般选择题在各选择支中总有一个,并且只有一个是正确的,故就可把剩下的那个正确的答案筛选出来。

例 5 x 是哪些非零实数时, $\frac{|x-|x||}{x}$ 是一个正整数:

(A) 只有当 x 是负数时; (B) 只有当 x 是正数时; (C) 只有当 x 是一个偶整数时; (D) x 是一切非零实数; (E) 以上答案都不对。

解 因为要求这个代数式为正整数,若(A)成立,则 $\frac{|x-|x||}{x}$ 是负的,故立即可以否定掉;同理,(C)、(D)也被否定了;当 x 是正数时,原式等于零,(B)也被否定了,故选择(E)是正确的。

例 6 在图 1—2 中,三个圆中的每一个都外切于其他两个,并且三角形的每一边与圆中的两个相切。如果每个圆的半径都是 3 个单

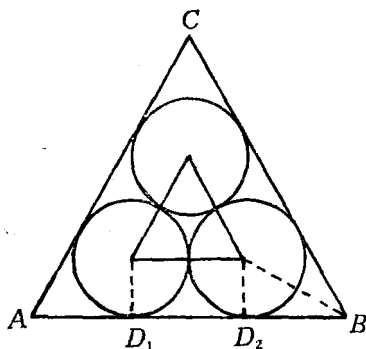


图 1—2

位, 那么三角形的周长是〔 〕.

- (A) $36+9\sqrt{2}$ 个单位; (B) $36+6\sqrt{3}$ 个单位;
(C) $36+9\sqrt{3}$ 个单位; (D) $18+18\sqrt{3}$ 个单位;
(E) 45 个单位.

解 因为 $\triangle ABC$ 必定是一个正三角形, 故它的周长是 $3D_1D_2+6AD_1=18+6AD_1$. 而 AD_1 的长度是 $3\text{ctg } 30^\circ$, 故周长的有理数部分只能是 18. 于是 (A)、(B)、(C)、(E) 都被否定, 正确答案必定是 (D).

应用这种方法常常可以避免不少繁复的运算过程, 迅速地作出正确的选择. 排除一些不正确的答案, 使供选择的可能减少到最低限度, 这是解数学选择题时经常用到的一种方法.

● 特例判定法

当遇到与代数式或其他与数值有关的问题时, 我们常常可以让问题中的变量取一些特殊的数值, 并计算这时问题中原式所取的数值及各选择支相应的数值. 如果某选择支所取的数值与原式所取的数值不一致, 它就是错误的. 这样进行数次以后, 始终与原式数值相符合的那个选择支, 就是应该选中的正确答案了.

例 7 如果 x, y 和 $2x+\frac{y}{2}$ 是非零实数, 那么

$\left(2x+\frac{y}{2}\right)^{-1}\left[(2x)^{-1}+\left(\frac{y}{2}\right)^{-1}\right]$ 等于:

- (A) 1; (B) xy^{-1} ; (C) $x^{-1}y$;
(D) $(xy)^{-1}$; (E) xy .

解 如果令 $x=3, y=2$, 那么原式 $= \frac{1}{7} \left(\frac{1}{6} + 1 \right) = \frac{1}{6}$. 但这时 (B) 为 $\frac{3}{2}$, (C) 为 $\frac{2}{3}$, (E) 为 6, 只有 (D) 是 $\frac{1}{6}$, 故立即可以判定, 应该选择 (D).

例 8 如果 $x < 0$, 那么 $|x - \sqrt{(x-1)^2}|$ 等于:

- (A) 1; (B) $1-2x$; (C) $-2x-1$;
(D) $1+2x$; (E) $2x-1$.

解 根据题意, 可设 $x = -1$, 于是

$$|x - \sqrt{(x-1)^2}| = 3.$$

但这时只有 (B) 为 3, 故可确定应该选择 (B).

例 9 和 $\frac{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}{ab^2+b^3} \div \left[\frac{a^2}{b} + 1 \right]$ 恒等的式子是:

- (A) $\frac{b^2}{a}$; (B) $a-b$; (C) 1;
(D) 0; (E) $(a+b)^2$.

解法 1 用常规解法.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{(a^2+b^2)(a+b)(a-b)}{b^2(a+b)} \div \frac{a^2+b^2}{b^2} \\ &= \frac{(a^2+b^2)(a-b)}{b^2} \times \frac{b^2}{a^2+b^2} \\ &= a-b, \end{aligned}$$

故应选 (B).

解法 2 用特例判定法.

令 $a=1, b=2$, 则

$$\text{原式} = \frac{5 \times (-3)}{12} \div \frac{5}{4} = -1,$$

立即可判定应选择(B).

● 验证法

这种方法是把选择支的结论, 分别代入原题进行验证, 符合原题的, 就是我们要选的那个正确答案了.

例10 方程 $x^2 + y^2 - 16 = 0$ 和 $x^2 - 3y + 12 = 0$ 有一公共实数解, 那么 y 的值是:

- (A) 只是4; (B) -7, 4; (C) 0, 4;
(D) 无解; (E) 任意实数值.

解 先验证 $y=4$ 的情况, 这时两个方程确有公共实数解 $x=0, y=4$; 而当 $y=0$ 时, 两个方程都没有公共的实数解, 于是可排除选择支(C)、(D)、(E), 而将 $y=-7$ 代入, 亦易知两个方程没有公共实数解, 故知应该选择(A).

例11 四边形 $ABCD$ 内接于一个以 AD 边作为直径的圆, 且 $AD=4\text{cm}$. 如果 AB 和 BC 的长度各为 1cm , 那么 CD 边长是:

- (A) $\frac{7}{2}\text{cm}$;
(B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}\text{cm}$;
(C) $\sqrt{11}\text{cm}$;
(D) $\sqrt{13}\text{cm}$;
(E) $\sqrt{23}\text{cm}$.

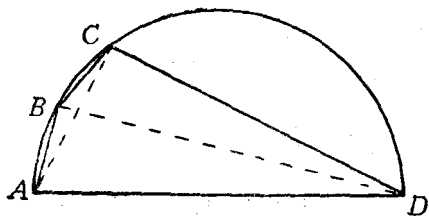


图 1-3

解 $\because BD = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15},$

$$AC = \sqrt{16 - CD^2},$$

而 $\sqrt{16-CD^2} \times \sqrt{15} = 1 \times 4 + 1 \times CD = 4 + CD$,
 因此, 只要把各选择支中的答案代入上式, 成立的那个就是应
 选的结论. 显然, 只有 $\frac{7}{2}\text{cm}$ 是适合的, 故知应选择 (A).

到此为止, 已经介绍了四种解选择题的常用方法. 事实上, 我们常常可以把各种方法综合起来加以应用, 以便更迅速地求出答案.

例12 在如图 1—4 中的平行四边形 $ABCD$, 直线 DP 平分 BC 于 N 并与 AB 的延长线相交于 P . 直线 CQ 平分边 AD

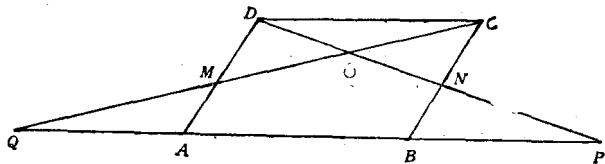


图 1—4

于 M , 并与 BA 延长线相交于 Q , 直线 DP 和 CQ 相交于 O . 如果平行四边形 $ABCD$ 的面积是 K , 那么三角形 QPO 的面积等于:

- (A) K ; (B) $\frac{6}{5}K$; (C) $\frac{9}{8}K$;
 (D) $\frac{5}{4}K$; (E) $2K$.

解 由已知条件, 应用常规解法易证 $\triangle BPN \cong \triangle CDN$, 于是

$$S_{\triangle BPN} = S_{\triangle CDN}.$$

同理, $S_{\triangle AMQ} = S_{\triangle DMC}.$

于是 $S_{\triangle QPO} = S_{\square ABCD} + S_{\triangle DOC}.$

再结合验证法可知，只要判定 $\triangle DOC$ 的面积是 $\frac{1}{5}K$ 、 $\frac{1}{8}K$ 、 $\frac{1}{4}K$ 、 K 中的哪一个就行了。由于

$$S_{\triangle DOC} = \frac{1}{4} S_{\square MNCD},$$

故易知应选择 (C)。

在解数学选择题时，还应该按照先易后难，先简后繁的原则。也就是说，把容易判断正误的选择支先解决掉，然后分析判别较易混淆的选择支。在选择具体解法时，应该充分考虑选择题的结构特点，灵活地运用各种方法。哪种方法可以比较方便、迅速地作出判断，就应该采用哪种方法。

最后还要指出，用好上面提出的各种方法，离不开对数学基础知识和基本技能的牢固掌握。因此，在解下面各章节的选择题时，要先把所涉及到的双基知识和基本解题技巧搞熟练，提高理解、辨别、判断能力，再辅之以适当的方法，只有这样才能较好地解答各种选择题。

下面具体提供一百道选择题给读者思考与练习，试试看，用何种方法去解既简捷、方便，又正确、迅速。本书中每个数学选择题配有四个选择支 (A)、(B)、(C)、(D)，其中有且仅有一个是正确的，将正确选择支前的英文字母填入题中的 [] 内。

1. π 、 $\frac{22}{7}$ 、 $-\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{9}$ 、3.14、0.6141414...、

0.1001000100001... 这七个实数中无理数的个数是 []。

(A) 2; (B) 3;

(C) 4; (D) 5.

2. $(-\sqrt{2})^2$ 的平方根是 []。