



世纪普通高等教育基础课规划教材

大学物理

同步辅导与复习自测

(适合于同各种大学物理教材配套使用)

顾铮先 主编

精讲模块:

知识框架
知识要点
概念辨析
方法点拨
例题精解

精练模块:

基础训练
自测提高
模拟试卷



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

大学物理同步辅导与复习自测

(适合于同各种大学物理教材配套使用)

主 编 顾铮琚
副主编 陈 俊
参 编 严非男 王丽军
皇甫泉生 刘 源
许春燕 耿 滔



机械工业出版社

本书是根据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会最新《理工科类大学物理课程教学基本要求》而编写的同步辅导与复习自测用书。书中每章分为精讲和精练两大模块。

精讲模块由知识框架、知识要点、概念辨析、方法点拨、例题精解五个部分构成,旨在帮助读者掌握课程重点、难点,学会分析方法,提高解题能力。精练模块包括基础训练、自测提高。同时,书后还配有模拟试卷,旨在让学生检查学习效果,了解自己对本章知识掌握的情况。

本书题型丰富多样,内容全面新颖,题量搭配合理,是与大学物理教学同步配套的学习指导书,全书解题思路清晰,方法简炼,力求启发、引导、一题多解,并对学生多发性错误进行分析,以加深对物理概念和物理规律的理解,培养和提高学生的逻辑思维与综合分析能力。

本书是一本适用性较强的大学物理教学辅导参考书,对学习大学物理十分有益。本书可供正在学习大学物理课程的学生参考。此外,对于从事物理教学的教师 and 要参加研究生入学考试的学生以及大专、成教学习物理课的学生,本书都有很好的参考价值。

本书适合于同各种大学物理教材配套使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理同步辅导与复习自测/顾铮无主编. —北京:机械工业出版社, 2009.7

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

ISBN 978-7-111-27987-7

I. 大… II. 顾… III. 物理学 - 高等学校 - 教学参考资料 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 139106 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:李永联 版式设计:霍永明 责任校对:李秋荣

封面设计:路恩中 责任印制:乔 宇

北京机工印刷厂印刷(三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2010 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 24.5 印张 · 605 千字

0 001—3 000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-27987-7

定价:29.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066 门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

销售二部:(010) 88379649 教材网:<http://www.cmpedu.com>

读者服务部:(010) 68993821 封面无防伪标均为盗版

前 言

大学物理课程是高等学校理工科各专业学生的一门重要的通识性必修基础课。该课程所教授的基本概念、基本理论和基本方法是构成学生科学素养的重要组成部分,是一个科学工作者和工程技术人员所必备的,其在培养学生树立科学的世界观、增强学生分析问题和解决问题的能力、培养学生的探索精神和创新意识等方面,具有其他课程不能替代的重要作用。

工科大学生在学习大学物理课程时普遍感到这门课程一是理论性强、比较抽象;二是概念多、规律多、公式多、理不清头绪、抓不住重点;三是题目难。总之,感觉物理很难学。为了帮助学生深入理解课程内容,理清思路,使学生领会学习物理学的关键所在,我们根据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会最新《理工科类大学物理课程教学基本要求》,结合自己长期的教学研究和实践,吸收国内优秀大学物理教学辅导书的精华,编写了这本切实可用的学习指导书。

本书按照力学、热学、电磁学、振动与波动、光学、近代物理基础六篇内容编写,每章分为精讲和精练两大模块。精讲模块由知识框架、知识要点、概念辨析、方法点拨、例题精解五个部分构成。“知识框架”通过结构框图,将各章知识体系、知识主干以及它们之间的相互关系联系在一起,使学生对本章的知识体系一目了然,便于学生复习使用;“知识要点”简要总结本章的基本概念和规律,指出运用条件和需要注意的问题,便于学生分清主次,抓住要点;“概念辨析”针对学生不易理解的概念或经常容易混淆的问题加以分析讨论,澄清学习中常见的错误概念;“方法点拨”归纳本章中各类问题的求解方法,指明相关方法要略,传授技巧,使学生更好地掌握物理解题方法;“例题精解”针对教学内容的重点和难点有层次地精选若干经典例题,注重分析思路及学生解题中常见的错误,帮助学生学会和掌握分析方法,提高解题能力。精练模块包括基础训练、自测提高。同时,书后还配合有模拟试卷,旨在让学生检查各单元以及期中、期末阶段的学习效果,了解自己对各章知识掌握的情况,进一步加深学生对所学知识的理解。

本书题型丰富多样,内容全面新颖,题量搭配合理,是与大学物理教学同步配套的学习指导书,全书解题思路清晰、方法简练,力求启发、引导、一题多解,并对学生多发性错误进行分析,加深对物理概念和物理规律的理解,培养和提高学生的逻辑思维与综合分析能力。

本书由顾铮死老师担任主编。书中第1~5章由刘源老师执笔,第6章及第13、14章由皇甫泉生老师执笔,第7、8章由陈俊老师执笔,第9、10章由严非男老师执笔,第11、12章由王丽军老师执笔,第15~18章由许春燕老师执笔,第19、20章由耿滔老师执笔。书中各套模拟试卷由顾铮死老师编写。顾铮死老师对全书进行了统稿、审核与校订。

本书是一本适用性较强的大学物理教学辅导参考书,对学习大学物理十分有益。本书可供正在学习大学物理课程(不管选用何种教材)的学生参考。此外,本书对于从事物理教学的教师 and 报考研究生欲全面复习的学生以及大专、成教学习物理课的学生,都有很好的参考价值。

编 者

目 录

前言

第一篇 力 学

第一章 质点运动学	1
一、知识框架	1
二、知识要点	2
三、概念辨析	4
四、方法点拨	5
五、例题精解	6
六、基础训练	12
七、自测提高	14
第二章 牛顿运动定律	16
一、知识框架	16
二、知识要点	16
三、概念辨析	17
四、方法点拨	18
五、例题精解	19
六、基础训练	23
七、自测提高	25
第三章 动量和角动量	28
一、知识框架	28
二、知识要点	29
三、概念辨析	31
四、方法点拨	32
五、例题精解	33
六、基础训练	38
七、自测提高	39
第四章 功和能	42
一、知识框架	42
二、知识要点	42
三、概念辨析	44
四、方法点拨	45
五、例题精解	46
六、基础训练	50
七、自测提高	52

第五章 刚体的定轴转动	56
一、知识框架	56
二、知识要点	56
三、概念辨析	58
四、方法点拨	59
五、例题精解	59
六、基础训练	65
七、自测提高	68
第六章 狭义相对论基础	72
一、知识框架	72
二、知识要点	73
三、概念辨析	74
四、方法点拨	76
五、例题精解	77
六、基础训练	82
七、自测提高	83

第二篇 热 学

第七章 气体动理论	85
一、知识框架	85
二、知识要点	86
三、概念辨析	89
四、方法点拨	91
五、例题精解	93
六、基础训练	96
七、自测提高	98
第八章 热力学基础	101
一、知识框架	101
二、知识要点	102
三、概念辨析	105
四、方法点拨	107
五、例题精解	108
六、基础训练	111
七、自测提高	114

第三篇 电场与磁场

第九章 真空中的静电场 118

- 一、知识框架 118
- 二、知识要点 119
- 三、概念辨析 123
- 四、方法点拨 126
- 五、例题精解 129
- 六、基础训练 135
- 七、自测提高 139

第十章 静电场中的导体和电介质 145

- 一、知识框架 145
- 二、知识要点 146
- 三、概念辨析 148
- 四、方法点拨 150
- 五、例题精解 151
- 六、基础训练 156
- 七、自测提高 160

第十一章 稳恒电流的磁场 164

第一部分 稳恒电流 164

- 一、知识框架 164
- 二、知识要点 165
- 三、概念辨析 167
- 四、方法点拨 168
- 五、例题精解 168

第二部分 真空中的稳恒磁场 171

- 一、知识框架 171
- 二、知识要点 171
- 三、概念辨析 174
- 四、方法点拨 175
- 五、例题精解 177

第三部分 磁介质中的稳恒磁场 185

- 一、知识框架 185
- 二、知识要点 185
- 三、概念辨析 187
- 四、方法点拨 188
- 五、例题精解 188
- 基础训练 191
- 自测提高 196

第十二章 电磁感应和电磁场 200

- 一、知识框架 200
- 二、知识要点 201

三、概念辨析 205

四、方法点拨 207

五、例题精解 210

六、基础训练 221

七、自测提高 224

第四篇 振动与波动

第十三章 振动 228

- 一、知识框架 228
- 二、知识要点 229
- 三、概念辨析 231
- 四、方法点拨 232
- 五、例题精解 234
- 六、基础训练 239
- 七、自测提高 242

第十四章 波动 246

- 一、知识框架 246
- 二、知识要点 247
- 三、概念辨析 249
- 四、方法点拨 250
- 五、例题精解 252
- 六、基础训练 259
- 七、自测提高 262

第五篇 光 学

第十五章 几何光学 266

- 一、知识框架 266
- 二、知识要点 266
- 三、概念辨析 271
- 四、方法点拨 272
- 五、例题精解 273
- 六、基础训练 276
- 七、自测提高 279

第十六章 光的干涉 282

- 一、知识框架 282
- 二、知识要点 282
- 三、概念辨析 287
- 四、方法点拨 288
- 五、例题精解 291
- 六、基础训练 294
- 七、自测提高 296

第十七章 光的衍射 300

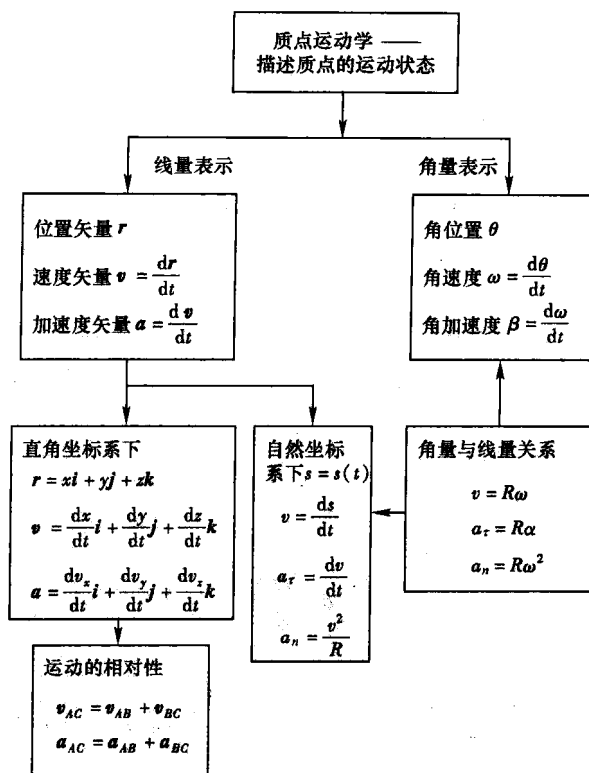
一、知识框架	300	四、例题精解	338
二、知识要点	300	第四部分 激光	339
三、概念辨析	304	一、知识要点	339
四、方法点拨	305	二、概念辨析	340
五、例题精解	307	基础训练	340
六、基础训练	311	自测提高	342
七、自测提高	313	第二十章 固体物理、核物理和天体	
第十八章 光的偏振	316	物理简介	345
一、知识框架	316	第一部分 分子与固体	345
二、知识要点	316	一、知识框架	345
三、概念辨析	320	二、知识要点	345
四、方法点拨	321	三、概念辨析	346
五、例题精解	322	第二部分 核物理与粒子物理	346
六、基础训练	324	知识要点	346
七、自测提高	326	第三部分 天体物理与宇宙学	348
第六篇 近代物理基础		知识要点	348
第十九章 量子力学简介	329	基础训练	348
第一部分 波和粒子	329	附录	350
一、知识框架	329	附录 A 《大学物理 I》期中考试模拟	
二、知识要点	330	试卷	350
三、概念辨析	332	附录 B 《大学物理 I》期末考试模拟	
四、例题精解	333	试卷	353
第二部分 玻尔的氢原子理论	334	附录 C 《大学物理 II》期中考试模拟	
一、知识框架	334	试卷	357
二、知识要点	334	附录 D 《大学物理 II》期末考试模拟	
三、概念辨析	335	试卷	361
四、例题精解	335	附录 E 硕士研究生入学考试《普通物	
第三部分 薛定谔方程	336	理》模拟试卷	365
一、知识框架	336	附录 F 基础训练与自测提高参考答	
二、知识要点	337	案	371
三、概念辨析	338	附录 G 模拟试卷参考答案	383

第一篇 力 学

第一章 质点运动学

本章从质点运动的描述出发,介绍了描述质点运动的几个基本物理量,并重点讨论了一些重要的基本概念,主要有:(1)位移和路程的区别;(2)平均速度和瞬时速度、平均加速度和瞬时加速度;(3)曲线运动中的切向加速度与法向加速度;(4)速度合成与速度变换的区别。

一、知识框架



二、知识要点

1. 质点运动的描述

1) 质点：具有质量而形状和大小可忽略的物体，它是一个理想模型。

2) 坐标系：固定在参考系上的数学坐标。常用的坐标系有直角坐标系和自然坐标系。

3) 位置矢量 $\mathbf{r}$ ：由坐标原点指向质点所在点的有向线段。

在直角坐标系中

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

4) 运动方程：运动质点的位置矢量随时间变化的函数关系式 $\mathbf{r}(t)$ 。

5) 轨迹方程：质点运动时在空间所经历的路径的数学表达式称为质点的轨迹方程。从运动方程中消去时间 t ，即可求得轨迹方程。

6) 位移：表示某段时间内质点位置矢量改变的物理量，即

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$$

7) 路程：质点运动时其轨迹的长度，是一个标量，只有大小，没有方向。

8) 瞬时速度：是描述质点位置变更快慢和变更方向的物理量，等于位置矢量随时间的变化率，或位置矢量对时间的微商，即

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

在直角坐标系中

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

瞬时速率：描述物体路程变化快慢的物理量，等于瞬时速度的大小，即

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

在直角坐标系中

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

9) 加速度：描述物体速度变化快慢的物理量，等于速度对时间的微商，或位置矢量对时间的二阶微商，即

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

或

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

在直角坐标系中

$$\mathbf{a} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$$

2. 曲线运动的描述

1) 自然坐标系：沿着质点的运动轨道所建立的坐标系称为自然坐标系。

取轨道上一固定点为坐标原点，同时规定两个随质点位置的变化而改变方向的单位矢

量, 一个是指向质点运动方向的切向单位矢量, 用 $\mathbf{e}_\tau$ 表示, 另一个是垂直于切向并指向轨道凹侧的法向单位矢量, 用 $\mathbf{e}_n$ 表示。

2) 切向加速度和法向加速度:

在自然坐标系中

$$\mathbf{a} = a_\tau \mathbf{e}_\tau + a_n \mathbf{e}_n = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_\tau + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{e}_n$$

a_τ : 加速度沿轨迹切向方向的分量, 反映速率的变化。 $a_\tau > 0$, 质点作速率增加运动。

a_n : 加速度沿轨迹法向方向的分量, 反映速度方向的变化, 永远指向轨迹曲线的凹向, ρ 为曲率半径。

3) 圆周运动的角量描述:

角位置 θ : 质点位置矢量与参考方向之间的夹角。

角位移 $\Delta\theta$: 表示某段时间内角位置的改变, 设逆时针方向为正, 顺时针方向为负。

角速度 ω : 描述质点角位置随时间变化的物理量, 即

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

角加速度 β : 描述质点角速度随时间变化的物理量, 即

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}$$

4) 圆周运动中角量与线量的关系

$$v = R\omega$$

$$a_\tau = R\beta$$

$$a_n = R\omega^2$$

3. 匀变速直线运动与匀变速圆周运动的比较

1) 匀变速直线运动:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

2) 匀变速圆周运动:

$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$$

4. 相对运动

1) 位置矢量关系:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'$$

2) 速度关系(在平动参考系中):

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'$$

式中, $\mathbf{v}$ 是绝对速度, 质点相对于参考系 K 的速度; $\mathbf{v}_0$ 是牵连速度, 参考系 K' 相对于参考系

K 的速度； $\boldsymbol{v}'$ 是相对速度，质点相对于参考系 K' 的速度（如图 1-1）。

3) 加速度关系：

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{a}'$$

式中， $\boldsymbol{a}$ 是绝对加速度，质点相对于参考系 K 的加速度； $\boldsymbol{a}_0$ 是牵连加速度，参考系 K' 相对于参考系 K 的加速度； $\boldsymbol{a}'$ 是相对加速度，质点相对于参考系 K' 的加速度。

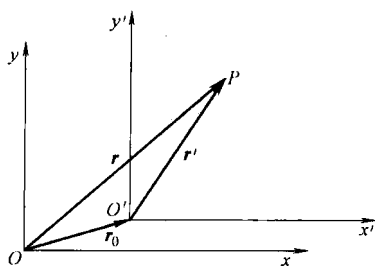


图 1-1

三、概念辨析

1. 要正确区分位移和路程

位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示质点位置改变，是一个矢量，它既表示质点位置变更的大小，又表示这种变更的方向。质点在 Δt 时间内所经过的路程，是质点实际经过轨迹的长度，写作 Δs ，是标量。在一般情况下，位移矢量的模 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 是不等于路程 Δs 的，即

$$\Delta s \neq |\Delta \boldsymbol{r}|$$

只有在质点作单方向直线运动时，位移的大小才等于路程。如果发生位移和路程的时间 Δt 无限地缩短， $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 和 Δs 将逐渐接近，在极限情况下，下式成立

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\Delta \boldsymbol{r}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta s$$

2. 要正确区分 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 、 $\Delta |\boldsymbol{r}|$ 和 $\Delta \boldsymbol{r}$

如果质点在 t 时刻处于点 A，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_A$ ，经过 Δt 时间到达点 B，位置矢量变为 $\boldsymbol{r}_B$ ，则质点的位移应表示为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$$

在上式中，注意不要将两个相减量的顺序颠倒。因为 $\boldsymbol{r}$ 和 $|\boldsymbol{r}|$ 意义相同，都表示位置矢量的模或长度，所以 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 意义相同。由图 1-2 可见， $\Delta \boldsymbol{r}$ 和 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 都代表末位置矢量 $\boldsymbol{r}_B$ 与始位置矢量 $\boldsymbol{r}_A$ 的长度之差，即 CB 的长度，而 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 则表示位移矢量的模，或位移矢量的大小即 AB 的长度。

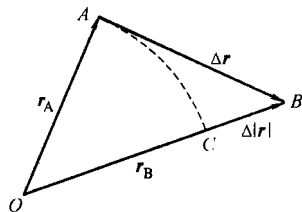


图 1-2

3. 要正确区分运动方程和轨迹方程

质点在运动，位置在变化，则表示质点位置的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 必定随时间在改变。也就是说，位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$$

上式称为质点运动的轨道参量方程，即质点的运动学方程，它不仅给出了质点运动的轨迹，也给出了质点在任意时刻所处的位置。质点运动时在空间所经历的路径的数学表达式称为质点的轨迹方程。从运动方程中消去时间 t ，即可求得轨迹方程。

4. 要正确区分速度与速率

速度是矢量,其方向永远沿着轨道的切线方向;速率是标量,表示速度的大小。瞬时速率与瞬时速度的大小相等,但一般情况下,平均速率与平均速度的大小并不相等。

5. 若矢量 R 是时间 t 的函数,则 $\frac{d|R|}{dt}$ 与 $\left|\frac{dR}{dt}\right|$ 在一般情况下是否相等? 为什么?

【答】 $\frac{d|R|}{dt}$ 与 $\left|\frac{dR}{dt}\right|$ 在一般情况下是不相等的。因为前者是对矢量 R 的绝对值(大小或长度)求导,表示矢量 R 的大小随时间的变化率;而后者是对矢量 R 的大小和方向两者同时求导,再取绝对值,表示矢量 R 大小随时间的变化和矢量 R 方向随时间的变化两部分的绝对值。如果矢量 R 方向不变只是大小变化,那么这两个表示式是相等的。

6. 设质点的位置与时间的关系为 $x = x(t)$, $y = y(t)$, 在计算质点的速度和加速度时,如果先求出 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 则根据 $v = \frac{dr}{dt}$ 和 $a = \frac{d^2r}{dt^2}$ 可求得结果;还可以用另一种方法计算:先算出

速度和加速度分量,再合成,得到的结果为 $v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$ 和 $a = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$ 。你

认为哪一组结果正确? 为什么?

【答】 第二组结果是正确的。而在一般情况下第一组结果不正确,这是因为在一般情况下

$$v = \left|\frac{dr}{dt}\right| \neq \frac{dr}{dt}, \quad a = \left|\frac{d^2r}{dt^2}\right| \neq \frac{d^2r}{dt^2}$$

速度和加速度中的 r 是质点的位置矢量,不仅有大小而且有方向。微分时,既要对大小微分,也要对方向微分。第一组结果的错误就在于,只对位置矢量的大小微分,而没有对位置矢量的方向微分。

四、方法点拨

1. 运动学主要解决的两类问题

- 1) 已知运动方程,运用求导的方法求速度、加速度等。
- 2) 已知加速度和初始条件,运用积分的方法,求速度、运动方程。

2. 积分法中某些特殊的数学技巧

例如:某些题目需根据已知的加速度 $a(v)$ 求出 $v = v(x)$, 这时可利用

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot v$$

直接将 a 与 v 的关系转化为 v 与 x 的关系,详见例题 1-6 解法二。该方法在牛顿运动定律及刚体定轴转动中也有类似应用。

3. 相对运动常用解法

(1) 下标串接法

如图 1-3 所示,甲、乙、丙是三个客体,彼此间有相对运动,图中所示为某一瞬时三者间的相对位置,关系为

$$r_{\text{丙对甲}} = r_{\text{丙对乙}} + r_{\text{乙对甲}}$$

该式表明,要研究丙对甲的相对关系,可以从丙对乙及乙对甲的相对关系中求出,乙起着一种“桥梁”的作用。等式右边的下标给人以“串接”的感觉,相应的速度和加速度关系为

$$\boldsymbol{v}_{\text{丙对甲}} = \boldsymbol{v}_{\text{丙对乙}} + \boldsymbol{v}_{\text{乙对甲}}$$

及

$$\boldsymbol{a}_{\text{丙对甲}} = \boldsymbol{a}_{\text{丙对乙}} + \boldsymbol{a}_{\text{乙对甲}}$$

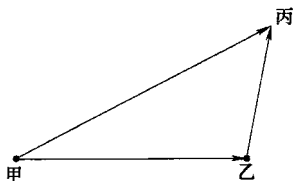


图 1-3

(2) 相减法

先举一个简单的实例。设一列火车以 10m/s 的速度相对于地面向东行驶,若某人以 6m/s 的速度相对于地面向东跑去,则车相对于人(在人看来),车速为 $(10 - 6)\text{m/s} = 4\text{m/s}$,若人以 6m/s 的速度相对于地面向西跑去,则车相对于人的速度为 $(10 + 6)\text{m/s} = 16\text{m/s}$ 。若上述问题归纳成一个矢量式,则有

$$\boldsymbol{v}_{\text{车对人}} = \boldsymbol{v}_{\text{车对地}} - \boldsymbol{v}_{\text{人对地}}$$

或普遍的矢量式

$$\boldsymbol{v}_{\text{丙对甲}} = \boldsymbol{v}_{\text{丙对乙}} - \boldsymbol{v}_{\text{甲对乙}}$$

或

$$\boldsymbol{a}_{\text{丙对甲}} = \boldsymbol{a}_{\text{丙对乙}} - \boldsymbol{a}_{\text{甲对乙}}$$

式中等号右侧二量的下标“相减”,消去相同的客体(即乙),即为等号左边量的下标。

(3) 相加法

设在三个客体中,一个是地面,比如甲视为地面,把另一客体乙相对于地面的速度称为牵连速度,即 $\boldsymbol{v}_{\text{乙对地}} = \boldsymbol{v}_{\text{乙对甲}} = \boldsymbol{v}_{\text{牵}}$,而第三客体丙相对于地面的速度称为绝对速度,即 $\boldsymbol{v}_{\text{丙对地}} = \boldsymbol{v}_{\text{丙对甲}} = \boldsymbol{v}_{\text{绝}}$,而丙相对于乙的速度称为相对速度,即 $\boldsymbol{v}_{\text{相}} = \boldsymbol{v}_{\text{丙对乙}}$,结果

$$\boldsymbol{v}_{\text{绝}} = \boldsymbol{v}_{\text{牵}} + \boldsymbol{v}_{\text{相}}$$

以上三种方法,只是人为地划分,物理本质上是一样的。

例如,风相对地面以速率 v 从北偏东 30° 方向吹来,人以相同的速率 v 向西跑去,问风对人的速度是多大?感觉风从何方吹来?

解:地、风和人三个客体,若选用上述的第一种方法,很容易得出

$$\boldsymbol{v}_{\text{风对人}} = \boldsymbol{v}_{\text{风对地}} + \boldsymbol{v}_{\text{人对地}}$$

或

$$\boldsymbol{v}_{\text{风对人}} = \boldsymbol{v}_{\text{风对地}} - \boldsymbol{v}_{\text{人对地}}$$

该式即第二种方法,矢量关系图如图 1-4 所示。不难看出

$$|\boldsymbol{v}_{\text{风对人}}| = v$$

人感觉风从北偏西 30° 方向吹来。

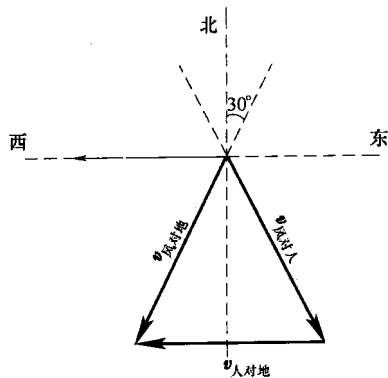


图 1-4

五、例题精解

例题 1-1 质点运动的位置与时间的关系为 $x = 5 + t^2$, $y = 3 + 5t - t^2$, $z = 1 + 2t^2$, 求第 2s

末质点的速度和加速度，长度和时间的单位分别是 m 和 s。

【分析】 已知运动函数，通过微分的方法求速度和加速度，通常称为运动学的第一类问题。

【解】 已知质点运动轨道的参量方程为

$$\begin{cases} x = 5 + t^2 \\ y = 3 + 5t - t^2 \\ z = 1 + 2t^2 \end{cases}$$

分别对参量方程中各分量求一阶及二阶导数，得质点任意时刻的速度和加速度分量分别为

$$\begin{cases} v_x = 2t \\ v_y = 5 - 2t \\ v_z = 4t \end{cases} \quad \text{和} \quad \begin{cases} \alpha_x = 2 \\ \alpha_y = -2 \\ \alpha_z = 4 \end{cases}$$

质点在第 2s 末的速度和加速度就是由以上两式求得的。将 $t = 2\text{s}$ 代入上式，就得到质点在第 2s 末的速度和加速度，分别为

$$\begin{cases} v_x = 4.0\text{m/s} \\ v_y = 1.0\text{m/s} \\ v_z = 8.0\text{m/s} \end{cases} \quad \text{和} \quad \begin{cases} \alpha_x = 2.0\text{m/s}^2 \\ \alpha_y = -2.0\text{m/s}^2 \\ \alpha_z = 4.0\text{m/s}^2 \end{cases}$$

例题 1-2 质点按照 $s = bt - \frac{1}{2}ct^2$ 的规律沿半径为 R 的圆周运动，其中 s 是质点运动的路程， b 、 c 是常量，并且 $b^2 > cR$ 。问当切向加速度与法向加速度大小相等时，质点运动了多少时间？

【分析】 这是在自然坐标系中求解运动学的第一类问题。

【解】 先求质点运动的速率为

$$v = \frac{ds}{dt} = b - ct$$

再求切向加速度为

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -c$$

切向加速度的大小可以写为 $a_\tau = c$ 。

法向加速度为

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(b - ct)^2}{R}$$

切向加速度与法向加速度大小相等，即

$$\frac{(b - ct)^2}{R} = c$$

由此解得

$$t = \frac{b \pm \sqrt{cR}}{c}$$

【讨论】 因为 $v = b - ct$ ，所以，当 $t = 0$ 时 $v = b$ ；当 $t = b/c$ 时 $v = 0$ 。这表示在 0 到 b/c 时间内，质点作减速运动。而在 $t = b/c$ 之后，质点沿反方向作圆周运动，切向加速度为 c ，

速率不断增大。可见质点有两个机会满足“切向加速度与法向加速度大小相等”。一个机会是在 0 到 b/c 之间，即

$$t_1 = \frac{b - \sqrt{cR}}{c}$$

为什么 $t = t_1$ 是处于 0 到 b/c 之间呢？根据已知条件 $b^2 > cR$ ，也就是 $b > \sqrt{cR}$ ，所以必定有 $b/c > t_1 > 0$ 。另一个机会是在 $t = b/c$ 之后，即

$$t_2 = \frac{b + \sqrt{cR}}{c}$$

例题 1-3 通过岸崖上的绞车拉动纤绳将湖中的小船拉向岸边，如图 1-5a 所示。如果绞车以恒定的速率 u 拉动纤绳，绞车定滑轮离水面的高度为 h ，求小船向岸边移动的速度 v 和加速度 a 。

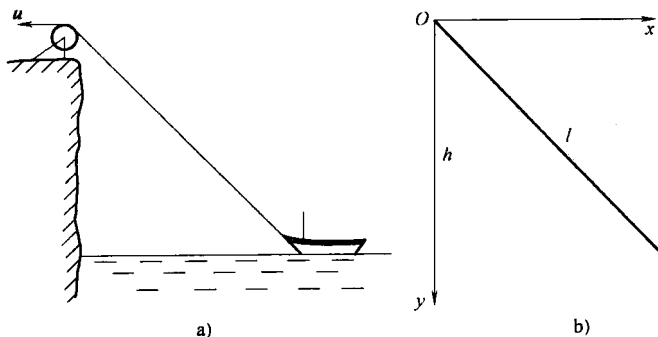


图 1-5

【分析】 根据速度的定义，船速应为船与岸边距离对时间的变化率。拉绳的速率应为定滑轮与船之间绳长对时间的变化率。

【解】 以绞车定滑轮处为坐标原点， x 轴水平向右， y 轴竖直向下，如图 1-5b 所示。设小船到坐标原点的距离为 l ，显然，任意时刻小船到岸边的距离 x 总满足

$$x^2 = l^2 - h^2$$

上式两边同时对时间 t 求导数，得

$$2x \frac{dx}{dt} = 2l \frac{dl}{dt}$$

式中， $\frac{dl}{dt} = -u$ 是绞车拉动纤绳的速率，因为纤绳随时间在缩短，故 $\frac{dl}{dt} < 0$ ； $\frac{dx}{dt} = v$ 则是小船向岸边移动的速率，正是需要求的量。由上式可得

$$v = -\frac{l}{x}u = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}u$$

式中负号表示小船的速度沿 x 轴的反方向。

小船向岸边移动的加速度为

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -\frac{u^2 h^2}{x^3}$$

负号的意义与速度的相同。

由上面的结果可以看到,小船的移动速率 v 总是比绞车拉动纤绳的速率 u 大,并且绞车的位置离水面越高, v 比 u 就越大。由加速度 a 的表达式可见,小船的加速度随着到岸边距离的减小而急剧增大。

【常见错误】 没有正确理解速度的定义,认为船速 u 是绳速 v 的水平分量,即 $u = v \cos \alpha$ 。实际上,收绳的速度应是船的速度在沿绳方向的速度分量。

例题 1-4 质点以初速 v_0 沿半径为 R 的圆周运动,已知其加速度方向与速度方向的夹角 α 为恒量,求质点速率与时间的关系。

【分析】 这是在自然坐标系中求解运动学的第二类问题,即已知加速度通过积分法求速度。

【解】 质点的切向加速度和法向加速度分别为

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{R}$$

故有

$$\tan \alpha = \frac{a_n}{a_\tau} = \frac{v^2}{R} \frac{dt}{dv}$$

分离变量

$$\frac{dv}{v^2} = \frac{dt}{R \tan \alpha}$$

并积分

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t \frac{dt}{R \tan \alpha}$$

于是得

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} - \frac{t}{R \tan \alpha}$$

这就是所要求的速率与时间的关系。

例题 1-5 质点从倾角为 $\alpha = 30^\circ$ 的斜面上的 O 点被抛出,初速度的方向与水平线的夹角为 $\theta = 30^\circ$,如图 1-6 所示,初速度的大小为 $v_0 = 9.8 \text{ m/s}$ 。若忽略空气的阻力,试求:

- (1) 质点落在斜面上的 B 点离开 O 点的距离;
- (2) 在 $t = 1.5 \text{ s}$ 时,质点的速度、切向加速度和法向加速度。

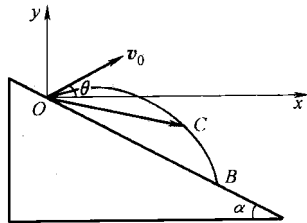


图 1-6

【分析】 抛体问题。

【解】 建立如图 1-6 所示的坐标系:以抛射点 O 为坐标原点, x 轴沿水平向右, y 轴竖直向上。这时质点的抛体运动可以看作是 x 方向的匀速直线运动和 y 方向的匀变速直线运动的合成,并且有

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v_x = v_0 \cos \theta \\ x = (v_0 \cos \theta) t \end{cases}, \quad \begin{cases} a_y = -g \\ v_y = v_0 \sin \theta - gt \\ y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

- (1) 设 B 点到 O 点的距离为 l , 则 B 点的坐标可以表示为

$$x = l \cos \alpha, \quad y = -l \sin \alpha$$

如果质点到达 B 点的时间为 τ , 则有

$$x = l \cos \alpha = (v_0 \cos \theta) \tau \quad (1)$$

$$y = -l \sin \alpha = (v_0 \sin \theta) \tau - \frac{1}{2} g \tau^2 \quad (2)$$

以上两式联立, 可解得

$$\tau = \frac{2v_0 \sin(\theta + \alpha)}{g \cos \alpha} \quad (3)$$

将式③代入式①, 得

$$l = \frac{2v_0 \sin(\theta + \alpha) \cos \theta}{g \cos^2 \alpha} = 19.6 \text{ m}$$

(2) 设在 $t = 1.5 \text{ s}$ 时质点到达 C 点, 此时

$$v_x = v_0 \cos \theta = 85 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt = -9.8 \text{ m/s}$$

所以速度的大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 13.0 \text{ m/s}$$

速度与 y 轴负方向的夹角为

$$\beta = \arctan \frac{v_x}{v_y} = \arctan 0.867 = 40^\circ 56'$$

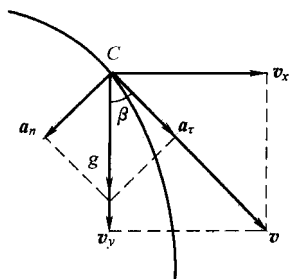


图 1-7

现在求 C 点的切向加速度 a_τ 和法向加速度 a_n 。由图 1-7 可

见, 质点的总加速度就是重力加速度 g , 方向与 v_y 一致, 而 a_τ 和 a_n 则是它的两个分量。并且由于 a_τ 与 v 的方向一致, 所以 a_τ 与 g 之间的夹角就是 v 与 v_y 之间的夹角, 即 β 角。于是可以得到

$$a_\tau = g \cos \beta = 7.4 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = g \sin \beta = 6.4 \text{ m/s}^2$$

例题 1-6 一正在行驶的汽船发动机关闭后得到一个与船速方向相反、大小与船速平方成正比的加速度 $a = -kv^2$, 其中 k 为正的常数, 设发动机关闭时船速为 v_0 , 试证明在发动机关闭后时间 t 内船行驶的距离为 $x = \frac{1}{k} \ln(v_0 kt + 1)$ 。

【解法一】 已知 $a = -kv^2 i$

又

$$a = \frac{dv}{dt}$$

所以

$$\frac{dv}{dt} = -kv^2$$

分离变量, 得

$$\frac{dv}{v^2} = -k dt$$

两边同时积分

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = - \int_0^t k dt$$

即

$$-\frac{1}{v} \Big|_{v_0}^v = -kt \Big|_0^t$$