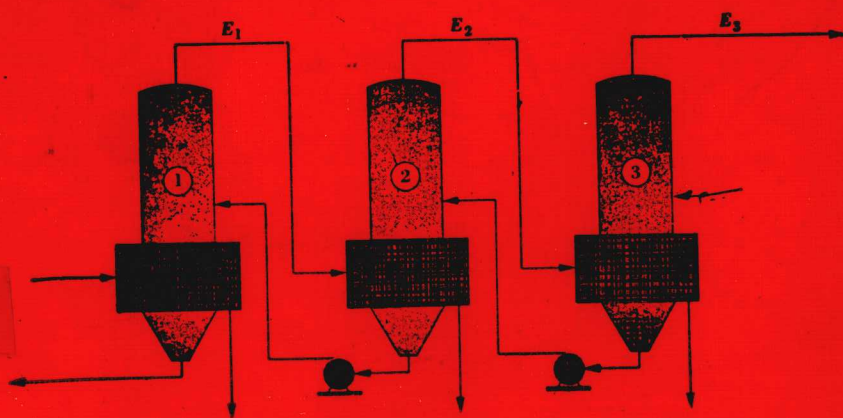


輸送現象問題詳解

下 冊

Bennett

Momentum Heat
and Mass Transfer



曉園出版社

目 錄

第二十一章	對流熱傳係數	1
第二十二章	層流中的熱傳遞	24
第二十三章	紊流中的熱傳遞	33
第二十四章	對流熱傳的一些設計方程式	42
第二十五章	沸騰與凝結	67
第二十六章	輻射熱傳遞	74
第二十七章	熱交換設備	90
第二十九章	分子擴散與擴散系數	112
第三十章	二成份混合之擴散	120
第三十一章	對流質傳係數	137
第三十二章	層流的質量傳送	154
第三十三章	湍流的質量傳送	160
第三十四章	對流質傳的一些設計方程式	165
第三十五章	非互容相的連續接觸	175
第三十六章	質量傳送隨動量與熱量傳送	198
第三十七章	利用平衡級分離；不互溶相	212
第三十八章	部份互溶相的接觸	219
第三十九章	兩相混合物的蒸餾	232
第四十章	多成份分離	255

第二十一章 對流熱傳係數

21-1 設計一套管熱交換器，冷媒物為 70°F 之冷水，用以冷却流速為 5 gal/min 之熱油從 250°F 至 120°F 。熱交換機為 12 ft 長 $3/4"$ 16-gage 的銅管在 $1\frac{1}{2}"$ ，16 gage 之內，水流於此兩管間，問對於(a)順流。(b)逆流各需若干節（假定與外界絕熱，且 $u_o = 105\text{ (Btu)/(hr)(ft}^2\text{)}(^{\circ}\text{F})$ ，油之比熱為 $0.55\text{ Btu/lb}^{\circ}\text{F}$ 密度為 52 lb/ft^3 。

圖：首先求出 heat duty

$$q = (250 - 120) \times 5 \times 60 \times \frac{3.785}{28.316} \times 52 \times 0.55$$

$$= 149096\text{ Btu/hr}$$

其次求 cooling water 出口溫度 $t_{o,w}$

$$(t_{o,w} - 70) \times 10 \times 62.43 \times 1$$

$$= (250 - 120) \times 5 \times 52 \times 0.55$$

$$t_{o,w} = 99.78^{\circ}\text{F}$$

由 eq (21-29)

$$q = U_o A_o [\Delta t_{\text{em}}]$$

$$l = \frac{q}{U_o (A_o/l) \Delta t_{1m}}$$

$$= \frac{149096}{105 \times 0.1963 \Delta t_{1m}}$$

$$= \frac{7233.63}{\Delta t_{1m}}\text{ ft}$$

(a) concurrent 順流

$$\Delta t_{1m} = 250 - 70 = 180^{\circ}\text{F}$$

$$\Delta t_{out} = 120 - 99.78 = 20.22^{\circ}\text{F}$$

$$\Delta t_{\text{em}} = \frac{189 - 20.22}{\ln(180/20.22)} = 73.083^\circ\text{F}$$

$$l = \frac{7233.63}{73.083} = 88.98 \text{ ft 所需 pipe 之節數}$$

$$= \frac{88.98}{12} = 7.415 \text{ 故應該有 8 節}$$

(b) counter current 逆流

$$\Delta t_{\text{in}} = 250 - 99.78 = 150.22$$

$$\Delta t_{\text{out}} = 120 - 70 = 50^\circ\text{F}$$

$$\Delta t_{\text{em}} = \frac{150.22 - 50}{\ln(150.22/50)} = 91.10^\circ\text{F}$$

$$l = \frac{7233.63}{91.10} = 79.4 \text{ ft}$$

所需節數

$$= \frac{79.4}{12} = 6.6 \text{ 故應該有 7 節}$$

21-2 利用熱套爐來除去鹽水中 1500 lb/hr 的水，套管內的熱蒸汽溫度為 250°F ，溶液沸騰溫度 220°F ，潛熱 965 Btu/lb，傳熱面積 500 ft^2 ，由 $\frac{1}{4}$ " 厚之鋼構成，若改由銅，試求容量的大小。

解：首先計算 heat duty

$$q = 1500 \times 965 = 1447500 \text{ Btu/hr}$$

由 eq (21-17) overall heat transfer coefficient

$$U_0 = \frac{q}{A_0 \Delta t} = \frac{1447500}{500 \times (250 - 220)} \\ = 96.5 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$$

由 eq (21-20)

$$U_0 = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_o}} = \frac{1}{R_1 + \frac{\Delta x}{k}} \dots\dots\dots (A)$$

因為銅板的

$$\frac{\Delta x}{k} = \frac{(1/4)/12}{26} = 8.013 \times 10^{-4}$$

銅的

$$\frac{\Delta X}{K} = \frac{(1/4)/12}{214} = 9.735 \times 10^{-5}$$

將 U_0 , $\Delta X/K$ 代入(A)得

$$R_1 = 9.5614 \times 10^{-3}$$

$$U'_0 = \frac{1}{R_1 + \left(\frac{\Delta X}{K}\right)_{cu}} = 103.5 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$$

此時所能處理之量 w 增為

$$w = \frac{103.5 \times 500 \times (250 - 220)}{956}$$

$$= 1608.8 \text{ lb/hr}$$

increase in capacity

$$= 1608.8 - 1500 = 108.8 \text{ lb/hr}$$

21-3 用 1"18-gauge 管作污垢對熱通量影響的實驗，水在管內流，而蒸氣在管外凝結，整體係數為 U_0 ，

$$\begin{aligned} \frac{1}{U_0} &= 0.00030 + \frac{1}{268 U_i^{0.8}} \quad \text{乾淨管} \\ &= 0.00080 + \frac{1}{268 U_i^{0.8}} \quad \text{污垢管} \end{aligned}$$

試求污垢係數，蒸汽側係數（設為常數），及對 $U_0 = 2\text{ft/sec}$ 污垢速的水側係數

解：from eq (21-22)

$$\frac{1}{U_0} = \frac{A_0}{h_i A_i} + \frac{A_0}{h_{di} A_i} + \frac{1}{h d_0} + \frac{\Delta r}{K} + \frac{A_0}{A_{em}} + \frac{1}{h_o} \dots (A)$$

上式中除 h_i 與 U_0 有關外，其餘各項均為常數又乾淨管和污垢管之差別在

fouling term $\frac{A_0}{h_{di} A_i} + \frac{1}{h_{do}}$ 項，若假設 fouling

term 均 based on inside surface 即將此二項視為

$\frac{A_0}{h_i A_i}$ 則

$$\frac{A_0}{h_i A_i} = 0.00080 - 0.00030 = 0.00050 \dots (1)$$

$$\frac{A_0}{h_i A_i} = \frac{1}{268 U_0^{0.8}} \dots (2)$$

$$\frac{1}{h_o} = 0.00030 - \frac{\Delta r}{K} \frac{A_0}{A_{em}} \dots (3)$$

From Table A-6

$$A_0 = 0.2618 \text{ ft}^2/\text{ft-tube}$$

$$A_i = 0.2361 \text{ ft}^2/\text{ft-tube}$$

$$A_{em} = \frac{0.2618 - 0.2361}{\ln(0.2618/0.2361)} = 0.2487$$

$$\frac{A_i}{A_0} = 0.9018$$

$$\Delta r = 0.049 \text{ in}$$

$$K = 214 \quad \text{代入(1)(2)(3)中得}$$

$$h_d = \left(0.0050 \times \frac{A_i}{A_0} \right)^{-1} = (4.509 \times 10^{-4})^{-1}$$

$$= 2217.8 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$$

$$h_i = \left(\frac{A_i/A_0}{268 U_0^{0.8}} \right)^{-1} = \left(\frac{0.9018}{268 \cdot 2^{0.8}} \right)^{-1} = (1.933 \times 10^{-3})^{-1}$$

$$= 517.3 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$$

$$h_0 = \frac{1}{0.00030 - \frac{0.049/12}{214} - \frac{0.2618}{0.2487}} = 3572 \text{ Btu/hr ft}^2\text{°F}$$

21-4 直徑 10ft 高 30ft 的塔，塔外以 85% 2" 厚之鈦絕緣，以存蠟油。爲防止結冰，用 $\frac{3}{4}$ " 20-gauge 銅管內有 5psig 之蒸汽以維持蠟油溫度於 115 °F，設戶外最低溫 0 °F，蠟油溫均一。試求在最冷的天氣下，欲使蠟油維持 115 °F 所需銅管長若干。設可忽略塔頂與塔底之熱流損失。

熱傳係數	$h, \text{Btu}/(\text{hr})(\text{ft}^2)(\text{°F})$
管內蒸汽	800
管外熔融之蠟油	40
塔內熔融之蠟油	40
絕緣與對外界	2

圖：首先查出要用之資料

Steam temp, 由 Steam table, $P = 5 \text{ psig}$, 查得 $T = 226.5 \text{ °F}$

b. 純銅之 $K = 218 \text{ Btu/hr ft °F}$

c. 85 % magnesia 之 $K = 0.034 \text{ Btu/hr ft °F}$

d. 管之特性, $\Delta r = 0.035 \text{ in}$

$$d_i = 0.680 \text{ in}$$

$$d_o = d_i + 1.103 = 0.75 \text{ in}$$

$$d_{em} = \frac{d_o - d_i}{\ln \frac{d_o}{d_i}} = 0.714 \text{ in}$$

A. 首先計算 Tallow $\rightarrow$ outdoor 之 q

$$U = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_i}\right) + \left(\frac{1}{h_o}\right) + \left(\frac{X}{K}\right)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\left(\frac{1}{40}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{12} / 0.034\right)} \\
&= 0.336 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F} \\
q &= UA\Delta T \\
&= 0.336 \pi \times 10 \times 30 \times (115 - 0) \\
&= 36,420 \text{ Btu/hr}
\end{aligned}$$

B. 其次計算 Steam $\rightarrow$ Tallow 之 U_i ，由 eq (21-16)

$$\begin{aligned}
U_i &= \frac{1}{\left(\frac{1}{h_i}\right) + \left(\frac{A_i}{h_o A_o}\right) + \Delta r A_i / K A_{em}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{1}{h_i}\right) + \left(\frac{d_i}{h_o d_o}\right) + \frac{\Delta r d_i}{K d_{em}}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{1}{800}\right) + \left(\frac{0.68}{40 \times 0.75}\right) + \left(\frac{1.035}{12}\right) \times \frac{0.68}{218 \times 0.714}} \\
&= 41.8 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F}
\end{aligned}$$

C. 所需之 tube 熱傳面積

$$\begin{aligned}
A_i &= q / U_i \Delta T \\
&= 36,420 / 41.8 \times (226.5 - 115) \\
&= 7.814 \text{ ft}^2
\end{aligned}$$

所需 tube 之長度

$$l = \frac{A_i}{\pi d_i} = \frac{7.814}{\pi (0.68/12)} = 43.9 \text{ ft}$$

21-5 用單效蒸發器除 5000 gal/星期的水，水含膠質將沉澱於加熱表面，一星期有 6hr 清洗，其餘為連續操作。清洗前之熱傳係數為 50，清洗後操作 1 小時係數為 230 Btu/(hr)(ft)²(°F) 設污垢在過程中並不剝落，且沈積與總熱傳成正比，試算最大

容量的操作時間。以 gal H₂O/week 表出此容量。

解：Scale 之厚度正比於 evaporated water 之量即 $x = cV$ 開始後 $\ln r$ 之 heat-transfer coefficient 可視為 scale 外其餘因素之總合效果。

$$U = \frac{1}{\frac{1}{230} + \frac{x}{K}} = \frac{1}{\frac{1}{230} + \frac{cV}{K}} = \frac{1}{\frac{1}{230} + \frac{V}{a}} \dots\dots(1)$$

evaporation 5000 gal water 後 U 變為 50 Btu/hr ft² °F

$$\therefore 50 = \frac{1}{\frac{1}{230} + \frac{5000}{a}}$$

解得 $A = 319444$ 代入(1)得

$$U = \frac{1}{\frac{1}{230} + \frac{V}{319444}} \dots\dots\dots (2)$$

由 energy balance

單位時間傳入之熱 = 單位時間蒸發 water 所需之熱

$$q = UA\Delta T = A\Delta T \frac{1}{\frac{1}{230} + \frac{V}{319444}} = \lambda\rho \frac{dV}{dt}$$

整理上式，將未知之 constant $A\Delta T/\lambda\rho$ 以 K 代替得

$$Kdt = \left(\frac{1}{230} + \frac{V}{319444} \right) dV$$

積分得

$$Kt = \frac{V}{230} + \frac{V^2}{638888} \dots\dots\dots (3)$$

由於每週有 6 個小時是用來清除 scale, $\therefore$ 5000 gal 事實上是
由 $t = 7 \times 24 - 6 = 162$ 小時之推作而來，代入(3)

$$K = 162 = \frac{5000}{230} + \frac{5000^2}{638888}$$

解得 $K = 0.3757$ 代入(3)式化簡得

$$V^2 + 2778 V - 240000 t = 0$$

$$\therefore V = -1389 + \sqrt{1929321 + 240000 t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

要求最大容量時，我們要將清潔時間考慮進去，亦即要求

$$\frac{V}{t+6} \text{ 爲最大。}$$

將 $\frac{V}{t+6}$ 對 t 微分得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{v}{t+6} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{-1389 + \sqrt{1929321 + 240000 t}}{t+6} \right) \\ &= \frac{120000(t+6) + (1389 - \sqrt{1929321 + 240000 t})\sqrt{1929321 + 240000}}{(t+6)^2 \sqrt{1929321 + 240000 t}} \end{aligned}$$

令上式之分子爲 0 得

$$120000(t+6) + (1389 - \sqrt{1929321 + 240000 t})\sqrt{1929321 + 240000 t} = 0$$

解上式得 $t = 20 \text{ hr}$

此 此時之 capacity

$$\begin{aligned} &= \frac{V}{t+6} = \frac{-1389 + \sqrt{1929321 + 240000 t}}{26} \\ &= 46.3 \text{ gal/hr} \\ &= 7787 \text{ gals/week} \end{aligned}$$

21-6 高 1"，厚 $\frac{1}{8}$ " 之金屬翅其熱傳係數爲 25 Btu/(hr)(ft)(°F)，基底溫爲 25°F，此翅在 70°F，對流係數 h 爲 15 Btu/(hr)(ft²)(°F) 之空氣中。設平行於翅底的截面積上無溫度梯存在。試求翅效率，總熱流量，頂端溫度。（註：翅效率之定義爲翅之總熱流量除以若翅均爲底部溫度時的總熱流量）。

圖：考慮右圖所示之薄層

heat flow in

$$= q_x$$

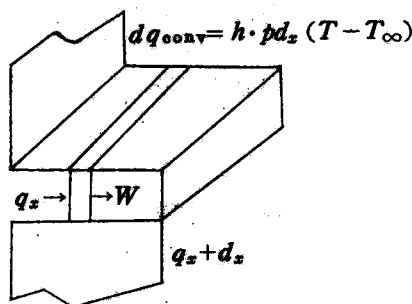
heat flow out

$$= q_{x+dx} + dq_{conv}$$

$$= q_{x+dx} + h p dx (T - T_{\infty})$$

P 表 perimeter

$$\therefore q_x - q_{x+dx} - h p dx (T - T_{\infty}) = 0$$



$$\frac{dq_x}{dx} - h p (T - T_{air}) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

又 $q = -KA_c \frac{dT}{dX}$ 代入(1)得

$$KA_c \frac{d^2 T}{dX^2} - h p (T - T_{\infty}) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

將上式積分兩次得

$$T - T_{\infty} = c_1 e^{-mx} + c_2 e^{+mx} \quad \dots\dots\dots (3)$$

其中 $m = \sqrt{\frac{hp}{KA_c}} \quad \dots\dots\dots (4)$

$$= \sqrt{\frac{h(2L+W)}{K \cdot W \cdot L}}$$

$$= \sqrt{\frac{2h}{KW}} \quad (L \gg W)$$

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{25 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{12}}} = 10.733 \text{ ft}^{-1} = 0.894 \text{ in}^{-1} \quad \dots\dots\dots (4)'$$

又本題之 B, C 為

B.C.1 at $x = 0$, $T - T_{air} = 250 - 70 = 180^\circ \text{F} \quad \dots\dots (5)$

B.C.2 at $x = 1$, $-KA_c \frac{dT}{dX} = hA_c (T - T_{\infty})$

$$\frac{dT}{dX} = \frac{-h}{K} (T - T_{\infty}) = -0.05 (T - T_{\infty}) \quad \dots\dots (6)$$

將 B.C.1 及 (4)' 代入 (3) 得

$$180 = c_1 + c_2$$

將 B.C.2 及 (4)' 代入 (3) 得

$$0.894 [-c_1 e^{-0.894} + c_2 e^{0.894}]$$

$$= -0.05 [c_1 e^{-0.894} + c_2 e^{0.894}]$$

解上二式得

$$c_1 = 154.4$$

$$c_2 = 25.6$$

$$\therefore T - 70 = 154.4 e^{-0.894x} + 25.6 e^{0.894x}$$

頂端之溫度

$$\begin{aligned} T_t = T(\text{at } x=1) &= 70 + 154.4 e^{-0.894} + 25.6 e^{+0.894} \\ &= 196^\circ \text{F} \end{aligned}$$

heat transfer out

$$q = -KA_c \frac{dT}{dX} \quad (\text{at } x=0)$$

$$= -KW L (0.894) [-154 + 25.6]$$

$$= 25 \times \frac{1}{8} \times L \times 115.1$$

$$= 360 L \text{ Btu/hr}$$

fin efficiency 是上面之 q 與假設整個 surface 之溫度均為 250°F 時之 q 的比值

$$\begin{aligned} \therefore \text{fin efficiency} &= \frac{q}{hA\Delta T} \\ &= \frac{360 L}{15 \cdot 2L \cdot \frac{1}{12} (250 - 70)} \\ &= 80\% \end{aligned}$$

21-7 長 2' 直徑 1" 之棒兩端各被 600° , 500°F 之銅板支持, 氣流溫為 100°F , 對流與輻射所組合之熱傳係數 $4 \text{ Btu}/(\text{hr})(\text{ft}^2)$

(°F)。試求由棒流向氣流的熱流 (Btu/hr)。設(1)棒之熱傳係數 $K = 100 \text{ Btu}/(\text{hr})(\text{ft})(^\circ\text{F})$ 。(2)棒之半徑方向其溫度變化。

圖：由上題之 eq (3)(4)

$$T - T_\infty = c_1 e^{-mx} + c_2 e^{mx} \dots\dots\dots (1)$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}} = \sqrt{\frac{4 \times \pi \left(\frac{1}{12}\right)}{100 \frac{\pi}{4} \left(\frac{1}{12}\right)^2}} = 1.386 \text{ ft}^{-1} \dots\dots(2)$$

B.C at $x = 0 \quad T - T_\infty = 600 - 100 = 500^\circ\text{F}$

at $x = 2 \quad T - T_\infty = 500 - 100 = 400^\circ\text{F}$

將B.C代入(1)中得

$$500 = c_1 + c_2$$

$$400 = c_1 e^{-1.386 \cdot 2} + c_2 e^{1.386 \cdot 2}$$

解上面兩式得 $c_1 = 477$

$$c_2 = 23$$

$$\therefore T - 100 = 477 e^{-1.386x} + 23 e^{1.386x}$$

由 $R_0 d$ 傳出去之熱 = 兩端傳入之熱

$$= -KA \frac{dT}{dx} (x=0) + KA \frac{dT}{dX} (x=2)$$

$$= KA [477 - 23 - 477 e^{-2.772} + 23 e^{2.772}] (1.386)$$

$$= 100 \frac{\pi}{4} \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot 792$$

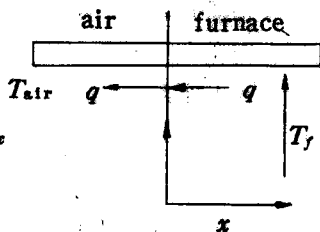
$$= 432 \text{ Btu/hr}$$

21-8 由 600°F 的火爐加熱直徑 $\frac{1}{2}$ " 之鋁棒。火爐至棒的熱傳係數為 $6 \text{ Btu}/(\text{hr})(\text{ft})(^\circ\text{F})$ 。棒在爐內之長為 8 "，棒之另端延伸於 80°F 的空氣，其熱傳係數為 $2 \text{ Btu}/(\text{hr})(\text{ft}^2)(^\circ\text{F})$ 。如棒非常長，其冷端可證為常溫。試求棒熱端之溫。假定：

1. 熱流與溫度分佈與時間無關。
2. 爐壁無厚度。
3. 熱傳

係數均一。4. 半徑之溫度梯度爲零。5. 鋁之熱傳係數 $K = 120 \text{ Btu}/(\text{hr})(\text{ft}^2)(^\circ\text{F})$ 。

圖：由 eq (3)(4) of prob 21-6



1. air side

$$T - 80 = c_1 e^{-m_1 x} + c_2 e^{+m_1 x}$$

$$m_1 = \sqrt{\frac{hp}{KA_c}} = \sqrt{\frac{h\pi d}{K \frac{\pi}{4} d^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{4h}{Kd}} = \sqrt{\frac{4 \times 2}{120 \cdot \frac{1}{2} \times \frac{1}{12}}} = 1.265 \text{ ft}^{-1}$$

$$T_1 = 80 + c_1 e^{-1.265x} + c_2 e^{1.265x} \dots\dots\dots (1)$$

2. furnace side

$$T - 600 = c_3 e^{-m_2 x} + c_4 e^{+m_2 x}$$

$$m_2 = \sqrt{\frac{4h}{Kd}} = \sqrt{\frac{4 \times 6}{120 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{12}}} = 2.191$$

$$T_2 = 600 + c_3 e^{-2.191x} + c_4 e^{2.191x} \dots\dots\dots (2)$$

eq (1)(2)中共含 c_1, c_2, c_3, c_4 4 個未知數，故應有 4 個 B.C

1. 首先 air side 之末端

$$x \rightarrow -\infty, T = 80, \text{ 得 } c_1 = 0 (\because e^{-1.265x} \rightarrow \infty) \dots\dots\dots (3)$$

2. furnace side 之末端 $x = 1/2$

$$-K \frac{dT_2}{dx} = h(T_2 - 600)$$

$$-120 \cdot 2.191 (-c_3 \cdot e^{-1.0955} + c_4 e^{1.0955})$$

$$= 6(c_3 e^{-1.0955} + c_4 e^{1.0955}) \dots\dots\dots (4)$$

3. 邊界處 at $x = 0$

$$T_1 = T_2 \Rightarrow 80 + c_1 + c_2 = 600 + c_3 + c_4 \dots\dots\dots (5)$$

4. furnace side 傳到邊界之熱 = 邊界傳至 air side 之熱即

$$+K \frac{dT_2}{dx} = K \frac{dT_1}{dX} \quad \text{at } x = 0$$

$$2.191(-c_3 + c_4) = 1.265 c_2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

解(3)(4)(5)(6)可求出 c_1, c_2, c_3, c_4

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = 303.13$$

$$c_3 = -195.94$$

$$c_4 = -20.93$$

hot end 之溫度為 T_2 (at $x = 1/2$)

$$T_2 = 600 - 195.94 e^{-1.0955} - 20.93 e^{1.0955}$$

$$= 472^\circ \text{F}$$

21-9 若汽車的輻射器由鋼改成鋁，則冷却容量將增加若干？

圖：所需要的資料

鋁之 $K = 118.4 \text{ Btu/hr ft } ^\circ \text{F}$

Steel 之 $K = 26.0 \text{ Btu/hr ft } ^\circ \text{F}$

radiator 之構造亦為 fin

由 eq (3)(4) of prop 21-6

$$T - T_\infty = c_1 e^{-mx} + c_2 e^{mx}$$

$$\text{其中 } m = \sqrt{\frac{hp}{KA_c}}$$

又由以上數題之計算知第一項較重要所以作一個粗略估計時可忽略第 2 項，即

$$T - T_\infty = c_1 e^{-mx}$$

$$\text{代入 B.C. at } x = 0, T - T_\infty = T_0 - T_\infty = c_1$$

$$\therefore T - T_\infty = (T_0 - T_\infty) e^{-mx}$$

$$q = -KA \frac{dT}{dX} \quad (\text{at } x = 0)$$

$$= -KA m (T_0 - T_\infty)$$

$$= KA \cdot \sqrt{\frac{hp}{KA_c}} (T_0 - T_\infty)$$

$$= \sqrt{K} \sqrt{hpA} (T_0 - T_\infty)$$

$$= \sqrt{K} \times \text{常數}$$

∴ 使用 Aluminum 時之容量為使用鐵之

$$\sqrt{\frac{118.4}{26.0}} = 2.13 \text{ 倍 (估計值)}$$

21-10 75°F 的小金屬置於極量 70°F 之油中，4 秒鐘後此金屬塊之溫度為 282°F 求由 75°F 至 390°F 此金屬塊所需時間。設在任何時間，金屬塊溫度均一旦油之對流係數為常數。

解：由於 0.1 之量很大，故其溫度大致固定在 400°F 由能量平衡

$$hA(400 - T) = mc_p \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{hA}{mc_p} (T - 400) = 0$$

積分得 令 $\frac{hA}{mc_p} = \alpha$

$$T - 400 = c_1 e^{-\alpha t}$$

由 initial condition

$$\text{at } t = 0 \quad T = 400 = -325 = c_1$$

$$\therefore T - 400 = -325 e^{-\alpha t}$$

$$\text{又 at } t = 4, \quad T = 282^\circ \text{F}$$

$$\therefore 282 - 400 = -325 e^{-\alpha \cdot 4}$$

$$\text{解得 } \alpha = 0.253$$

冷却至 $T = 390^\circ$ 所需之時間可由下式求出

$$390 - 400 = -325 e^{-0.253t}$$

$$\text{解得 } t = 13.8 \text{ min}$$

21-11 在一薄銅管中的水其對流係數 $h = 15 U_0^{\frac{1}{3}}$ ， h 為 Btu/(hr)

(ft²)(°F)U_b 爲 ft/sec, 薄銅管外與空氣接觸其對流係數 $h = 0.5(\Delta t)^{1/4}$, h 爲 Btu/(hr)(ft²)(°F), Δt 爲管與空氣間的溫差, 單位爲 °F。設管中之熱傳阻力可忽略, 若水溫 35°F, 大氣溫度 -25°F, 求在何種流速下始可使水不結冰。

圖：剛好在管結冰時, 管壁之溫度低於 32°F, 此時

$$\begin{aligned} h_0 &= 0.5(32 - (-25))^{1/4} \\ &= 1.374 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F} \\ q &= h_0 A \Delta T = 1.374 \cdot A(32 + 25) \\ &= 78.32 A \end{aligned}$$

又由 water → tube 之 q 等於 tube → surrounding 之 q

$$\therefore q = h_i A \Delta T = 25 U_b^{1/3} A(35 - 32) = 78.32 A$$

解得 $U_b = 1.14 \text{ ft/sec}$

21-12 鉛彈之形成爲噴灑熔融鉛使其通過空氣冷卻。鉛彈爲球形直徑 0.01 ft 入塔之溫 650°F, 在 70°F 空氣中之時間爲 (sec) 試求鉛彈固體之重量百分比。設鉛之內熱傳阻力可忽略, 對流係數 $h = 65 \text{ Btu/(hr)}(\text{ft}^2)(^\circ\text{F})$, 鉛之密度 710 lb/ft³, 比熱 0.034 Btu/(lb)(°F), 熔點 622°F, 熔融熱 10.7 Btu/lb。

$$\begin{aligned} \text{解：} m &= \frac{1}{6} \pi D^3 \rho \\ &= \frac{1}{6} \pi (0.01)^3 \cdot 710 \\ &= 3.72 \times 10^{-4} \text{ lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{total heat capacity } c_p &= 3.72 \times 10^{-4} \times 0.034 \\ &= 1.265 \times 10^{-5} \text{ Btu/lb } ^\circ\text{F} \end{aligned}$$

$$A = \pi D^2 = 3.14 \times 10^{-4} \text{ ft}^2$$

$$h = 65 \text{ Btu/hr ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F} = 1.806 \times 10^{-2} \text{ Btu/sec ft}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$$

$$hA(T - 70) = c_p \frac{dT}{dt}$$