国防特色教材 · 力学

航空航天结构有限元法

关玉璞　陈伟　崔海涛　编著

The Finite Element Method in Aeronautic and Astronautic Structures

哈尔滨工业大学出版社
北京航空航天大学出版社　北京理工大学出版社
哈尔滨工程大学出版社　西北工业大学出版社

国防特色教材·力学

航空航天结构有限元法

关玉璞　陈　伟　崔海涛　编著

哈爾濱工業大學出版社
北京航空航天大学出版社　北京理工大学出版社
哈尔滨工程大学出版社　西北工业大学出版社

内容简介

本书是根据原国防科学技术工业委员会"十一五"国防特色学科专业教材的要求编写的。

本书系统地阐述了有限元法的基本原理和数值方法。全书共分9章，包括有限元法的发展简史和基本概念，平面问题3结点三角形单元，轴对称体的有限元法，参数单元，有限元方程的解法，变分原理与有限元，非线性有限元法，有限元法的程序设计与使用，有限元法在其他领域中的应用。

本书是针对航空航天、机械工程、动力工程和车辆工程等专业的本科生和研究生编写的教材，也可以作为从事上述专业的工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

航空航天结构有限元法/关玉璞，陈伟，崔海涛编著.
哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2009.11

ISBN 978-7-5603-2962-8

Ⅰ.航… Ⅱ.①关…②陈…③崔… Ⅲ.①有限元法-应用-航空工程 ②有限元法-应用-航天工程 Ⅵ.V

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第194712号

航空航天结构有限元法

关玉璞 陈 伟 崔海涛 编著

责任编辑 刘培杰 范业婷 张永芹

*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨市南岗区复华四道街10号(150006) 发行部电话:0451-86418760 传真:0451-86414749

http://hitpress.hit.edu.cn

哈尔滨市工大节能印刷厂印装 各地书店经销

*

开本:787×960 1/16 印张:26.75 字数:579千字

2009年12月第1版 2009年12月第1次印刷 印数:3 000册

ISBN 978-7-5603-2962-8 定价:48.00元

序

航空航天技术是国防现代化的主要基础技术，是国民经济建设和科学技术发展的主要推动力量，也是国家科技水平和综合实力的主要标志之一。60年来，我国航空航天科技工业有了长足的发展，多型飞机、导弹、卫星与飞船相继研制成功，标志着我国航空航天科技工业沿着"独立自主、自力更生"的发展道路高歌猛进，并建立了较完整的航空航天科技工业体系，为未来我国航空航天科技工业的创新发展奠定了坚实的基础。

航空航天是知识密集型的高科技产业，为确保航空航天科技工业的持续快速发展，高等院校肩负着培养一大批高素质、高层次科技人才这一重要的历史使命。

近年来，国家十分重视高等院校航空航天特色学科的发展和建设，期盼尽快培养出一批高质量的高层次科技专门人才，以满足航空航天科技工业发展的迫切需要。国防特色学科教材是高等院校人才培养中主要的知识载体和教学条件。国家十分重视这方面的建设，原国防科工委在"十五"和"十一五"期间均设立了"国防特色学科教材"建设专项，规划编著出版一批具有国防特色的、高水平的优质教材，以满足国防特色学科高层次科技人才培养的需要。

安全性、可靠性、耐久性是航空航天飞行器及其动力装置研制、生产、使用过程中的技术关键，随着航空航天科技的不断发展越来越引起业内专家和广大科技人员的重视。为确保飞行器及其动力装置的安全使用、运行可靠和足够的寿命，在产品设计、生产和使用过程中，必须精心地对其整机及其零部件进行结构强度、振动以及疲劳寿命等分析。过去这种分析往往是通过将实际工程结构简化为可解析的力学模型，采用经典的结构强度理论与方法来实现的。近数十年来，由于电子计算机技术以及高效数值计算方法的高速发展，使复杂工程结构的大规模数值计算问题能够实现，并达到相当高的精确程度。而有限元法是目前工程结构分析，尤其是航空航天结构分析中最有效、最广泛应用的一种数值方法。有限元法的理论和方法已成为从事航空航天领域的科技人员必须掌握的技术基础和应用工具，也是国防特色学科相关专业本科生和研究生的一门必修课程。

本书作者关玉璞、陈伟和崔海涛三位教授，都具有工学博士学位以及航空航天科学与技术学科的博士后研究经历。他们在航空航天院校从事高层次人才培

养都已有十多年的经历，积累了丰富的教学经验；他们都承担过数十项航空航天科技领域的研究和技术攻关任务，并取得了丰硕的成果。作者在长期教学和科研实践的基础上编著的《航空航天结构有限元法》教材，既阐明了有限元法的基础理论和基本方法，又具有有限元法应用于航空航天结构（如轴对称结构、板壳结构等）的特点。本教材不仅体现了有限元法基本理论的基础性，而且体现了有限元法在工程结构分析中的实用性，是一本不可多得的特色教材。

《航空航天结构有限元法》一书是“十一五”国防特色学科教材规划中的一部，旨在满足航空航天相关学科专业本科生和研究生教学之用。这部教材的出版，为航空航天相关学科专业以及其他工程领域相关学科专业的教学创造了有利的条件。同时，作为一本工程应用类书籍，也可供从事航空航天领域工作的科技人员以及其他工程领域的科技人员参考。

2009 年 10 月

前　言

随着现代科学技术的发展，有限元法已经成为航空航天、机械工程、动力工程、车辆工程、土木与水利工程、材料工程等许多工程科学中的一种非常实用的数值分析工具。尤其是众多的结构分析设计商用软件，使有限元法在工程设计中得到了广泛的应用。

本书以1993年由西北工业大学出版社出版、高德平主编的《机械工程中的有限元法基础》教材为基础，总结吸收了近年来的教学经验，通过大量的修改修订，充实增加新的章节和内容，重新编写而成。本书注重有限元方法的基本概念、基本理论和基本方法的阐述，分层次、系统和全面地介绍有限元法及其应用；同时，注重联系工程实际问题，突出航空航天结构特色，注重培养学生设计、开发和使用有限元程序的能力。

全书共分9章，第1章介绍有限元法的发展简史、弹性力学和有限元法的基本概念；第2章以常应变三角形单元为基础，重点叙述有限元法的基本原理和数值方法；第3章介绍轴对称问题的有限元法；第4章从8结点等参数单元出发，建立等参数单元的基本概念，进而联系实际问题，叙述由其演化而成的参数族单元及其特性；第5章介绍了三种有限元方程组的解法；第6章讨论有限元法的变分基础，介绍变分原理和基于变分原理的有限元法；第7章详细叙述了非线性有限元，既包括弹塑性问题，又包括有限变形问题；还有结构屈曲分析、接触、黏弹塑性与蠕变等非线性问题的有限元分析；第8章的内容为有限元程序设计和大型结构分析程序ANSYS的介绍和使用；第9章是有限元法在其他领域中的应用，包括有限元法在结构动力学、结构热力学、流场和电磁场中的应用。

本书中第1~5章和第7章由关玉璞编写；第9章由陈伟编写；第6章和第8章由崔海涛编写。全书由关玉璞统编并最终定稿。

本书在编写过程中，得到了高德平教授的大力支持和不断鼓励，编者在此向他致以深深的谢意。研究生吕文亮和赵振华参与了第9章的编写工作，研究生李

爱民编制和校验了第8章的有限元程序，研究生吕文亮、邓君、刘旭阳和杨双林参与了书中插图的绘制工作，编者在此向他们表示衷心的感谢。

北京航空航天大学的邢誉峰教授和南京航空航天大学的朱如鹏教授对本书进行了详尽的审阅，并提出了宝贵的修改意见。编者在此向他们致以特别的感谢。

由于编者的水平不足，书中难免存在疏漏和不妥之处，恳请读者给予批评指正。

编者

2009年9月于明故宫校区

参考文献

[1] 朱伯芳.有限单元法原理与应用[M].北京:水利电力出版社,1979.
[2] 谢贻权,何福保.弹性和塑性力学中的有限单元法[M].北京:机械工业出版社,1981.
[3] 郭成璧,陈全福.有限元法及其在动力机械中的应用[M].北京:国防工业出版社,1984.
[4] 查利 M V K,席尔凡斯特 P P.电磁场问题的有限元解法[M].史乃,唐任远,等,译.北京:科学出版社,1985.
[5] 孔祥谦.有限单元法在传热学中的应用[M].北京:科学出版社,1986.
[6] 陈丕璋,严烈通,姚若萍.电机电磁场理论与计算[M].北京:科学出版社,1986.
[7] 李明达.有限单元法在燃气涡轮发动机零件强度计算中的应用[M].北京:国防工业出版社,1987.
[8] 王秉愚.有限元法程序设计[M].北京:北京理工大学出版社,1991.
[9] 巴斯 K J.工程分析中的有限元法[M].傅子智,译.北京:机械工业出版社,1991.
[10] 高德平.机械工程中的有限元法基础[M].西安:西北工业大学出版社,1993.
[11] 刘更.结构动力学有限元程序设计[M].北京:国防工业出版社,1993.
[12] 张榴晨,徐松.有限元法在电磁计算中的应用[M].北京:中国铁道出版社,1996.
[13] 谭浩强,张基温,唐永炎.C语言程序设计教程[M].北京:高等教育出版社,1998.
[14] 俞铭华,吴剑国,王林.有限元法与C语言程序设计[M].北京:科学出版社,1998.
[15] 金建铭.电磁场有限元方法[M].王建国,译.西安:西安电子科技大学出版社,1998.
[16] 施荣华,刘卫国.C程序设计与应用[M].北京:中国铁道出版社,1999.
[17] 王勖成.有限单元法[M].北京:清华大学出版社,2003.
[18] 陆山.热结构分析有限元程序设计[M].西安:西北工业大学出版社,2003.
[19] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. The Finite Element Method [M].5th ed. 北京:世界图书出版公司, 2005.
[20] 包世华.结构动力学[M].武汉:武汉理工大学出版社,2005.
[21] SAEED MOVAENI.有限元分析:ANSYS理论与应用[M].北京:电子工业出版社,2005.
[22] 徐芝伦.弹性力学[M].4版.北京:高等教育出版社,2006.
[23] COOK R D,MALKUS D S,PLESHA M E,etal.有限元分析的概念与应用[M].4版.关正西,强洪夫,王铁军,等,译.西安:西安交通大学出版社,2007.
[24] 杨庆生.现代计算固体力学[M].北京:科学出版社,2007.

目　　录

第1章　绪　论

1.1　有限元法的发展简史

有限元法是一种求解微分方程的数值计算方法。与传统的解析方法相比,有限元法具有理论完善,物理意义直观明确,解题效率高等优点。随着电子计算机的发展和应用,有限元法已经成为解决许多科学和工程实际问题的有效工具。

有限元法最早的概念可以追溯到1943年,数学家Courant应用定义在三角形区域上的分片连续函数与最小势能原理相结合,来求解St. Venant扭转问题。1955年,Argyris和Kelsey利用最小势能原理,得到了系统的刚度方程,推广杆系结构矩阵分析法,对连续结构进行了分析。1956年,波音公司Turner, Clough, Martin和Topp等人在分析大型飞机结构时,第一次给出采用直接刚度法推导出的三角形单元,将结构力学中的位移法推广到平面应力问题。Clough于1960年在一篇论文中首次使用"Finite Element"(有限元或有限单元)这一名称。1963年,Besseling等人证明了有限元法是基于变分原理的Ritz法的另一种形式。1969年,Oden将有限元法推广应用于加权残量法(如Galerkin法)。同年,Zienkiewicz提出了等参元的概念,从而使有限元法更加普及与完善。

1970年以后,随着电子计算机硬件和软件技术的发展,有限元法的研究和应用得到了飞速的进展,出现了一些大型结构分析软件,同时,有限元法应用的领域不断扩大。从弹性力学平面问题扩展到空间问题和板壳问题,从静力平衡问题扩展到动力响应问题、结构稳定问题和波动问题,从固体力学扩展到流体力学、传热学和电磁学等学科,从弹性材料扩展到弹塑性、塑性、黏弹性、黏塑性和复合材料等,从航空领域扩展到宇航、土木建筑、机械制造、水利工程、造船与核工程等领域。

1.2　弹性力学的基本概念

有限元法是在求解弹性力学平面问题时显露其有效性的。这是由于弹性体的变形能和外力势能可以表示为形式划一的二次泛函。为了浅显地介绍有限元法,这里简要地介绍弹性力学的基本概念。

1.2.1 三维问题

1. 应力与平衡方程

弹性体在外力或者温度发生变化等条件作用下，内部各部分之间将产生内力。内力的大小通常用应力表示，单位面积上所受到的内力就称为应力。

在弹性体内的一点 P 附近作一平行微元六面体，其棱边平行于各坐标轴。微元六面体中有 3 个面的外法线方向分别与 x 轴、y 轴和 z 轴同向，其余 3 个则与坐标轴反向。作用在垂直于 x 轴平面上的应力分量为 $\sigma_x,\tau_{xy},\tau_{xz}$，作用在垂直于 y 轴平面上的应力分量为 $\sigma_y,\tau_{yx},\tau_{yz}$，作用在垂直于 z 轴平面上的应力分量为 $\sigma_z,\tau_{zx},\tau_{zy}$，如图 1.1 所示。这 9 个应力分量构成一个张量，称为应力张量。

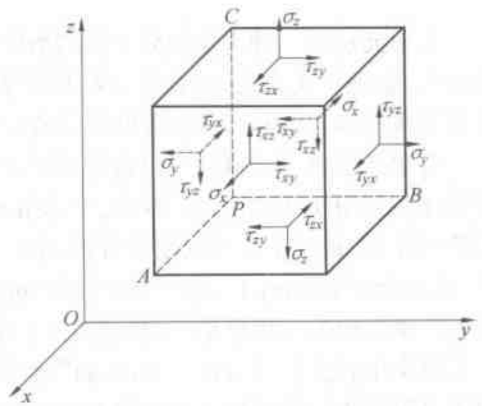

图 1.1　微元六面体上的应力

从图 1.1 中可以看出，应力分量 σ_x 表示垂直于 x 轴的坐标面上的正应力（沿 x 轴受拉为正，受压为负）；而应力分量 τ_{xy},τ_{xz} 则表示垂直于 x 轴的坐标面上的切应力（使扭转角变为锐角的为正）。由微元六面体力矩的平衡可得切应力互等定律，即

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} \quad (i,j = x,y,z;i \neq j) \tag{1.1}$$

因此，应力张量是对称的，其分量只有 6 个是独立的。在有限元法中，通常把 6 个应力分量排成下列次序的列向量

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \tag{1.2}$$

经过点 P 作一任意的斜面（图 1.2），其法线 N 的方向余弦为(l,m,n)，利用与三坐标面围成的四面体的平衡条件，可以得到作用于该斜面的应力$\{\sigma_n\}$ 的 3 个分量

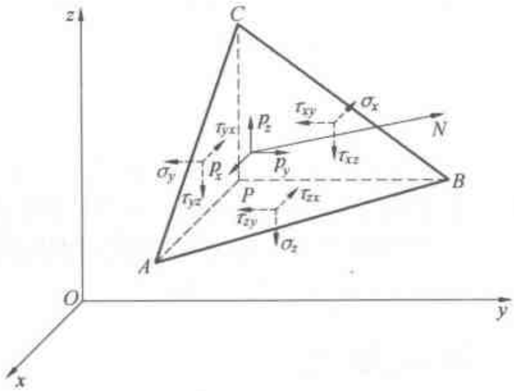

图 1.2　四面体微元上的应力

$$\begin{cases} p_x = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n \\ p_y = \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{zy} n \\ p_z = \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n \end{cases} \tag{1.3}$$

作用于该斜面上的正应力为

$$\sigma_n = p_x l + p_y m + p_z n = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{yz} mn + 2\tau_{zx} nl \tag{1.4}$$

而切应力为

$$\tau_n = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \sigma_n^2 \tag{1.5}$$

如果斜面上切应力 $\tau_n = 0$，则该斜面称作 P 点的应力主面，相应的法线称作 P 点的应力主轴，而其正应力称作 P 点的主应力。可以证明，在弹性体内任意一点，一定存在3个互相正交的主应力，其中最大(小) 的一个就是该点的极大(小) 正应力。3 个正应力之和

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \tag{1.6}$$

称为体积应力，它在坐标变换下是个不变量，因而等于 3 个主应力之和。

设作用于 P 点的体积力为 $\boldsymbol{f} = [X \quad Y \quad Z]^{\mathrm{T}}$，对微元六面体进行平衡分析，可以得到力的平衡方程为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \end{cases} \tag{1.7}$$

2. 应变与几何方程

弹性体内任一点 $P(x, y, z)$ 在小变形后移动到 $P'(x', y', z')$，其位移函数为