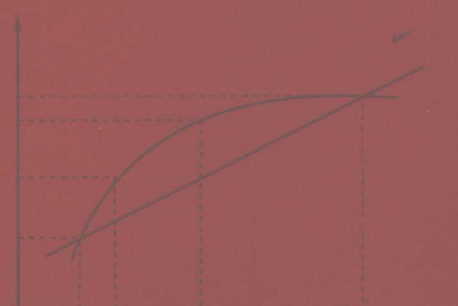
金融经济学

FINANCIAL ECONOMICS

张顺明　赵　华 ◎ 编著

RISK PREMIUM



首都经济贸易大学出版社

金融经济学

FINANCIAL ECONOMICS

张顺明 赵 华 ◎ 编著

首都经济贸易大学出版社
· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

金融经济学/张顺明,赵华编著.—北京:首都经济贸易大学出版社,2010.1
ISBN 978-7-5638-1758-0

Ⅰ.金…　Ⅱ.①张…②赵…　Ⅲ.金融学　Ⅳ.F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 216154 号

金融经济学
张顺明　赵　华　编著

出版发行　首都经济贸易大学出版社
地　　址　北京市朝阳区红庙（邮编 100026）
电　　话　(010)65976483　65065761　65071505(传真)
网　　址　http://www.sjmcb.com
E-mail　publish@cueb.edu.cn
经　　销　全国新华书店
照　　排　首都经济贸易大学出版社激光照排服务部
印　　刷　北京大华山印刷厂
开　　本　787 毫米×980 毫米　1/16
字　　数　286 千字
印　　张　16.25
版　　次　2010 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
印　　数　1~3 000
书　　号　ISBN 978-7-5638-1758-0/F·1004
定　　价　24.00 元

序　言

我于1990年9月考入中国科学院攻读研究生，师从我国数理经济学的拓荒者王毓云研究员，至今在数理经济学和金融经济学这个领域学习和工作已经19年了，对这个学科有了充分的理解. 1996年8月，我到清华大学经济管理学院金融系任教，开始金融经济学的教学工作. 当时，清华大学经济管理学院金融系系主任宋逢明教授让我挑选金融经济学课本，我准备了两本书：一本是 Chi－Fu Huang and Robert H. Litzenberger(1988)的 *Foundations for Financial Economics*，这本书作为课本；另一本是 Jonathan Ingersoll Jr.(1987)的 *The Theory of Financial Decision Making*，这本书作为教学参考书. 可以说，我是国内第一个讲授金融经济学的教师，并且一开始用的就是国外名校的课本. 1997年9月，北京大学经济学院金融系王一鸣教授也开设了金融经济学课程，那时我们经常有讨论. 后来，武汉大学和中国人民大学也开设了该课程，这样，金融经济学的教学在全国慢慢普及了.

1998年8至12月，我到麻省理工学院 Sloan 管理学院做访问学者，学习发展经济学和金融经济学等. 金融经济学这门课是著名的 Stephen A. Ross 教授主讲，授课对象是博士研究生，主要教材还是 Jonathan Ingersoll Jr.(1987)和 Chi－Fu Huang and Robert H. Litzenberger(1988)所编写的这两本书. 于是我知道选择这两本书是对的，我挑中了国际上最好的大学、最强的金融专业开设金融理论课所用的课本.

我在清华大学经济管理学院讲过这门课多遍，也写过讲稿，但是一直不愿意出书，有两个原因：一是我坚持用国外原版书教学，让学生学到原汁原味的内容，让学生知道怎样阅读文献，后来我还引导学生阅读国外的论文，让他们注意学习国际水平的论文写作；二是当时我热衷于研究无套利资产定价研究，也不愿意花时间整理讲稿，我一直希望有人能够跟我合作，我出材料和想法，合作者负责实现，这也是这本书的写作模式.

首都经济贸易大学出版社彭伽佳编辑最初跟我联系时，我首先是拒绝. 当她再次联系时，我说再想一想，事实上我在物色合作者，我感谢厦门大学赵华副教授愿意跟我合作负责这本书. 等彭伽佳编辑再次电话联系时我就答应了. 我和赵华副教授一起讨论写作，在此过程中，我们的研究生吕雯、曹春香、金正皓、刘湘、寇宣兵、缪乐山给出了无私的帮助. 在这里，我们感谢他们的热心、悉心和精心，也感谢彭伽佳编辑的再三邀请和大力支持.

本书在厦门大学讲过多遍，我要感谢厦门大学经济学院金融系2005、2006、

2007级硕士生和博士生，他们在课堂上的积极参与和讨论使我尽可能找到较好的讲解和写作方式，便于他们理解. 本书的读者是大学高年级本科生和研究生. 同时，本书也可以作为研究金融科学的一般读本. 希望本书对金融理论的初学者有所裨益.

最后，我要感谢我的恩师王毓云研究员的精心栽培，是他老人家把我引到数理经济学领域. 我还要感谢我在中国科学院的老师陈光亚研究员和汪寿阳研究员多年的教导，感谢北京大学史树中教授和吉林大学潘吉勋教授的鼓励. 我在中国科学院系统科学研究所六年的学习过程中，师兄弟唐国正、许宁、田新民、王一鸣、王志诚、吴莉华、毛二万、张国胜等也给予了大力帮助，在此一并表示感谢.

张顺明

2008年10月31日

加拿大伦敦市西安大略大学

目 录

引　言

每个读者最初看见金融经济学,都会问什么是金融经济学.因此,本书先要解释一下金融经济学的概念.金融学成为一门学科是从20世纪50年代投资组合选择理论(Portfolio Selection)开始的,随后有Modigliani - Miller理论、资本资产定价模型(CAPM)、Black-Scholes期权定价公式、套利定价理论(APT)等,金融学逐渐从经济学中独立了出来.到20世纪80年代,一方面,金融学和经济学开始融合. 1981年,David M. Kreps证明一般经济均衡和无套利在很弱的条件下是等价的. Darrell Duffie(1988)的Security Markets: Stochastic Models一书堪称金融科学的圣经,Darell Duffie(1992)的著作Dynamic Asset Pricing Theory认为,金融科学的关键词是一般经济均衡、Pareto最优化和无套利.其中前两个词来自经济学,是经济学的关键词.另一方面,金融科学又过分依赖期望效用理论,而期望效用理论经常会遇到问题和悖论,于是金融科学经常出现异常现象.所以,到了20世纪90年代中期,金融科学通过理论很难发展,就到计量经济学和统计学里寻找合适的工具.事实上,金融科学基础不够坚固,可能需要非期望效用理论重新打开局面.

随着金融科学的工程化,20世纪90年代初金融工程开始兴起.狭义的金融工程是指金融工具的创新和金融风险的管理,广义的金融工程则可以包含整个金融学科.有时我们把金融科学的基础称为金融经济学,笼统来看,金融科学也可以称为金融经济学. 我们的观点是:金融学等于(广义的)金融工程,也等于金融经济学.金融学大致包含两个方面的内容:宏观金融是指对资本市场的研究,主要指资产定价;微观金融则是指公司财务(或者称公司金融、公司理财).

尽管金融学属于社会科学,但是现代金融科学对数理基础有较高的要求.我们知道,研究金融科学需要用到现代数学和统计学. 一方面是因为理论越来越抽象,表现形式越来越数学化,对数理基础的要求越来越高;另一方面,随着金融科学的发展,特别是理论很难发展时,就不得不借助计量经济学和统计学的威力帮助我们认识金融科学中的规律.金融科学的内容越来越丰富,并且一直伴随着经济科学的发展,特别是对决策理论中非期望效用理论的依赖,逐渐形成行为金融学的说法. 当然,金融科学的发展一直以经济科学为基础,特别是计量经济学(以至于还有专门的金融市场的计量经济学——金融计量学).

金融经济学的发展可大致分为三个时期. 1950年以前的旧金融时期,主要是以会计和法律作为基础,从报表数据和法律规范的角度来研究金融. 20世纪

50 年代到 20 世纪 80 年代的现代金融研究时期，是金融科学的基本理论成型和成熟的时代. 20 世纪 90 年代以后的新金融时期，主要是利用计量经济学、统计学和心理学来研究和发展金融科学. 本书共分为 14 章，主要介绍金融经济学的基础，内容主要是现代金融理论，这也是金融经济学最基本的内容.

第 1 章简要介绍一般经济均衡理论，包括金融经济学的基本框架和我们要用到的基本理论. 第 2 章定义无套利定价理论，并且介绍了无套利定价等价形式——鞅表现形式. 第 3 章介绍金融科学研究的理论框架——期望效用理论. 第 4 章介绍风险厌恶分析，包括整体分析. 第 5 章介绍随机占优，包括一阶、二阶和一般的随机占优理论. 第 6 章简要介绍了投资组合选择理论. 第 7 章介绍两基金分离定理. 第 8 章介绍资本资产定价模型. 第 9 章介绍套利定价理论. 第 10 章是连续时间金融研究的准备工作. 第 11 章介绍推导 Black-Scholes 期权定价公式. 第 12 章介绍利率期限结构的基本内容. 第 13 章介绍研究公司资产结构的 Modigliani – Miller 理论. 第 14 章阐述有效市场假说.

最后本书还给出了三个附录，是笔者早期写的介绍性文章，分别介绍数理经济学、金融经济学和 Black-Scholes 期权定价公式. 虽然很多年过去了，但是内容并不显过时，建议读者通过阅读这些附录，能够更整体地把握金融经济学.

第1章 一般经济均衡

本章介绍

本章定义一般经济均衡，首先给出均衡的基本框架，包括经济环境、经济人和证券市场，然后定义市场均衡，并给出市场出清条件、Pareto 最优性、Arrow-Debreu 经济和经济均衡的概念.

本章试图建立一个简单的理论框架，在这个框架下，通过考察代表性经济人(Agent，包括消费者、生产者、投资者等，有时称为经济个体、经济个人、经济代理人等)行为，研究经济人如何通过金融市场来实现自己的消费跨期配置，以满足自己最大限度的经济需求；金融市场尤其是金融资产的价格是如何影响经济人的资源配置；以及最终在经济人各自最优化条件下，整个经济的资源配置效率如何.

1.1 基本框架

一个经济结构主要由三个部分组成：一是经济所处的自然环境；二是经济中的各个微观主体，其经济特性由经济人掌握的资源及其具有的经济需求确定；三是金融市场，由市场中能够进行交易的所有金融资产的集合给定. 下面我们通过对以上三个方面的描述来确定它们各自的特征.

1.1.1 经济环境

我们考虑两时期模型(0 和 1),0 时期是现在,1 时期是将来,用有限可能状态表示.我们假定状态集合是有限的,$S=\{1,\cdots,S\}$.状态 $s\in S$ 发生的概率为 p_s,并且满足 $0<p_s\leq 1$ 和 $\sum_{s=1}^{S} p_s=1$.集合 $P=\{p_s,s\in S\}$ 称为状态空间上的概率测度(Probability Measure).

1.1.2 经济人

假设经济中有 I 个经济人,$i=1,\cdots,I$.每个经济人的经济特性由其初始占有、消费计划(Consumption Plan)和偏好描述.经济人 i 在 0 时期的初始占有为 e_0^i,在 1 时期的初始占有为一向量:

$$e_1^i=\begin{pmatrix} e_{11}^i \\ \vdots \\ c_{1s}^i \end{pmatrix},$$

$e_{1,s}^i$表示时期 1 时 s 状态下的初始占有,因此 i 的初始占有可以表示为:

$$e^i=\begin{pmatrix} e_0^i \\ e_1^i \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e_0^i \\ e_{11}^i \\ \vdots \\ e_{1s}^i \end{pmatrix}.$$

可见,每个经济人的初始占有为 $1+S$ 维实 Euclide 空间$\mathcal{R}^{1+S}$上的一个元素,也就是说 $e^i\in\mathcal{R}^{1+S}$,进一步假设初始占有为非负,即 $e^i\in\mathcal{R}_+^{1+S}$.

经济人 i 在 0 时期的消费为 c_0^i,在 1 时期 s 状态下的消费为 $c_{1,s}^i$,因此,消费者的消费为:

$$c^i=\begin{pmatrix} c_0^i \\ c_1^i \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c_0^i \\ c_{11}^i \\ \vdots \\ c_{1S}^i \end{pmatrix}$$

经济人 i 可能的消费选择 $c^i=\begin{pmatrix} c_0^i \\ c_1^i \end{pmatrix}$称为一个消费计划,它依赖于经济未来出现的状态,从而包含不同的实现值,消费计划的一个特定实现值称为一个消费路径,所有可能消费计划的集合叫做消费集,记做 $C^i\subseteq R^{1+S}$.我们通常假设消费为非负,即 $C^i\subseteq R_+^{1+S}$.本书中,消费集选取为 $C^i\subseteq\mathcal{R}_+^{1+S}$,我们用 C 统一表示.假

设消费集 $C=\mathcal{R}_+^{1+S}$是$\mathcal{R}^{1+S}$上一个非负闭凸锥.

偏好是定义于 C 上的一个满足完备性和传递性的二元关系$\succsim$. 假设经济人的偏好关系(Preference Relation)满足下面三条性质:

【性质1】单调性:如果 $c_1>c_2$,那么 $c_1 \succ c_2$;

【性质2】连续性:对于所有 $c_0\in C$,集合$\{c\in C|c\succsim c_0\}$和$\{c\in C|c_0\succsim c\}$是闭的;

【性质3】凸性:对于所有 $c_1\in C$ 和 $c_2\in C$,以及 $\alpha\in(0,1)$,如果 $c_1\succ c_2$,那么 $\alpha c_1+(1-\alpha)c_2\succ c_2$.

经济人的偏好一般用效用函数(Utility Function)来表示,效用函数是一个定义于消费集上的,从消费计划到实数的映射,对应于偏好关系的效用函数 U 是从 C 到$\mathcal{R}$的函数,$U:C\to\mathcal{R}$,使对于所有 $c_1\in C$ 和 $c_2\in C$,$c_1\succsim c_2$ 当且仅当 $U(c_1)\geq U(c_2)$. Gerard Debru(1959)证明,对于一个在闭凸消费集 C 上满足完备性和传递性的偏好关系,并且该偏好关系满足连续性,那么,存在一个定义于 C 上的连续效用函数 U,使对于所有 $c_1\in C$ 和 $c_2\in C$,$c_1\succsim c_2$ 当且仅当 $U(c_1)\geq U(c_2)$.

利用效用函数把上面对偏好的三个假设重新表述为:

【性质1】单调性: 如果 $c_1>c_2$,那么 $U(c_1)>U(c_2)$;

【性质2】连续性: $\lim\limits_{c_n\to c}U(c_n)=U(c)$;

【性质3】凸性: 如果 $U(c_1)>U(c_2)$且 $\alpha\in(0,1)$,那么$U(\alpha c_1+(1-\alpha)c_2)>U(c_2)$.

1.1.3 证券市场

经济人是通过金融市场来对其不同时期和状态上的资源需求进行配置的. 金融市场由一组证券构成,一个证券就是一份金融或有要求权,它在时期 1 时会给其所有者带来支付,支付的数量一般依赖于当时出现的状态,令 V_s 为时期 1 状态为 s 时的支付,那么,一个证券就可以由它在各个可能的状态下的支付 $V_s, s=1,\cdots,S$ 来定义,定义$\mathcal{R}^S$ 为支付空间,即所有可能的支付的集合,支付空间的一个向量

$$V=\begin{pmatrix}V_1\\ \vdots\\ V_S\end{pmatrix}$$

也就定义了一个证券. 无风险债券是这样的一种证券,它的支付是一个正的常数,与未来的实现状态无关. 假设市场中总共有 J 种可交易的证券,标号为 $j=1,\cdots,J$,令列向量

$$V^j = \begin{pmatrix} V_1^j \\ \vdots \\ V_S^j \end{pmatrix}$$

为证券 j 的支付向量. $S \times J$ 矩阵

$$V = (V^1 \cdots V^J) = \begin{pmatrix} V_1^1 & \cdots & V_1^j & \cdots & V_1^J \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ V_s^1 & \cdots & V_s^j & \cdots & V_s^J \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ V_S^1 & \cdots & V_S^j & \cdots & V_S^J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_S \end{pmatrix}$$

即定义了市场中所有交易证券的支付，我们也把这个支付矩阵称做市场结构.我们称向量

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_J \end{pmatrix}$$

为一个证券组合，θ_j 为证券 j 的在组合 θ 中的持有量，假设经济人 i 在时期 0 持有的证券组合为

$$\bar{\theta}^i = \begin{pmatrix} \bar{\theta}_1^i \\ \vdots \\ \bar{\theta}_J^i \end{pmatrix}.$$

$\bar{\theta}_j^i$ 表示经济人 i 持有证券 j 的数量. 那么，$\theta_m = \sum_{i=1}^{I} \bar{\theta}^i$ 称为市场组合，表示市场中所有可交易证券的集合，也是所有可交易证券的总供给. 任何一个支付 x，如果它可以由交易组合来复制或产生，即存在 θ，使 $V\theta = x$，则我们称它为市场化的，即可以通过交易由市场取得，我们记所有市场化支付的集合为 M，有 $M = \{V\theta | \theta \in \mathcal{R}^J\}$. 一般来说，$M$ 是支付空间 $\mathcal{R}^S$ 的一个子集，实际上，M 是 $\mathcal{R}^S$ 上的一个 J 维子空间. 记

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_J \end{pmatrix}$$

为证券价格向量，令

$$\theta^i(q) = \begin{pmatrix} \theta_1^i(q) \\ \vdots \\ \theta_J^i(q) \end{pmatrix}$$

表示经济行为人 i 在价格 q 下对证券的需求量. 因此市场出清的条件为:

$$\sum_{i=1}^{I}\bar{\theta}^i=\sum_{i=1}^{I}\theta^i(q).$$

在现实的市场中，由于存在参与成本、交易成本、参与者头寸限制、税收等因素.这些因素的存在导致市场存在摩擦，在我们的基本框架中，我们将忽视这些摩擦因素，对证券市场作出以下的假设.我们将之统称为无摩擦市场假设，即：

第一，所有参与者可以无成本地参与证券市场；

第二，没有交易成本；

第三，对参与者的证券持有量没有头寸限制；

第四，个体参与者的交易不会影响证券价格；

第五，没有税收.

【定义 1】 一个经济的定义如下：

(1)经济分为两个时期：0 和 1，且 1 时期有 S 个可能的状态出现，对于这些未来可能状态有概率测度 P 与之对应；整个经济中只有一种不可存储的商品.

(2)经济中有 I 个经济人，标号为 $i=1,\cdots,I$，

①每一个经济人对未来状态发生的可能性都具有相同的信息，并且这些信息由 P 描述；

②每一个经济人具有初始占有 $e^i\in\mathcal{R}^{1+S}$；

③每一个经济人有定义于 $C=\mathcal{R}^{1+S}$，且满足性质 1、性质 2 和性质 3 的偏好关系$\succeq^i$.

(3)有一个市场结构为 V 的无摩擦证券市场.

【定义 2】 在定义 1 中，如果所有参与者的 1 时期初始占有都可以表示为其初始证券组合的支付，则我们称该经济为证券市场经济.

1.2 市场均衡

现在，考虑经济人 i 的初始占有为 e^i，如果他不在市场上交易，那么，他只能消费他拥有的初始占有，得到效用 $U^i(e^i)$.但是，如果他通过在市场上交易，可以显著地扩大可供选择的消费计划集.假设他购买组合 θ，消费变为：

$$c_0^i=e_0^i-q^{\mathrm{T}}\theta$$
$$c_1^i=e_1^i+V\theta$$

也就是说，通过购买组合 θ，他可以用一个市场化的支付 $V\theta$ 来改变他的未来消费，这个消费计划也称做由交易 θ 融资的消费计划，而购买组合 θ 所用的成本即代表消费者 0 时期的储蓄，负的储蓄即意味着借贷，显然，给定初始占有 e_0^i，θ 唯一地确定了消费计划 c，因此，消费者可以选择任意交易 $\theta\in\mathcal{R}^J$，因此 i 的消费

计划集为：

$$B(e^i,q,V)=\{c\geq 0 \mid c_0=e_0^i-q^\top\theta, c_1=e_1^i+V\theta, \theta\in\mathcal{R}^J\}.$$

$B(e^i,q,V)$也称为具有初始占有 e^i 的经济人在价格和支付为(q,V)的证券市场中的预算集. 他的选择由下面优化问题的解给出：

$$\max U^i(c^i)$$

得到每个经济人 i 对证券的需求量，即 $\theta^i(e^i,q)$.

1.2.1 市场出清

在给定的价格 q 下，每一个参与者的证券需求量为 $\theta^i(e^i,q)$，为了使市场出清，交易证券的总需求必须等于总供给，在上面的描述中，对于每一个经济人 i，他的初始占有是 e^i，因此，他的初始证券持有量为0，即对于所有 i，$\bar{\theta}^i=0$，在这个特定的表述中，任意证券的总供给也是0. 因此，市场出清的条件为：

$$\sum_{i=1}^{I}\theta^i(e^i,q)=0$$

因为 $c_0^i=e_0^i-q^\top\theta(e^i,q)$，代入上式得：

$$\sum_{i=1}^{I}c_0^i=\sum_{i=1}^{I}e_0^i-q^\top\sum_{i=1}^{I}\theta(e^i,q)=\sum_{i=1}^{I}e_0^i.$$

等式的左边是0时期消费的总需求，右边是0时期消费的总供给，因此表明市场出清. 另外，$c_1^i=e_1^i+V\theta(e^i,q)$，也有

$$\sum_{i=1}^{I}c_1^i=\sum_{i=1}^{I}e_1^i+V\sum_{i=1}^{I}\theta(e^i,q)=\sum_{i=1}^{I}e_1^i.$$

等式的左边是1时期消费的总需求，右边是1时期消费的总供给，因此表明市场出清. 因此，证券市场的出清意味着商品市场的出清，这个结果称为 Walras 法则，我们把它写为：

$$\sum_{i=1}^{I}c^i=\sum_{i=1}^{I}e^i.$$

因此，求解均衡包括两个步骤：第一，对任意的价格向量 q 求解每个经济人的最优证券组合，这给出了他对证券的需求 $\theta(e^i,q)$；第二，通过市场出清的条件求解均衡价格得到 q，一般地写做 $q=q(p;(U^i;e^i;i=1,\cdots,I);V)$. 形式上表明证券的价格取决于经济的"基本面"或者"本源"：经济面临的风险、经济中经济人的偏好与初始占有以及证券市场的结构.

1.2.2 Pareto 最优性

【定义 3】 如果对于所有 $i=1,\cdots,I$，$U^i(c_1^i)\geq U^i(c_2^i)$，且不等式至少对一个经济人成立，配置$\{c_1^i;i=1,\cdots,I\}$ Pareto 占优于配置$\{c_2^i;i=1,\cdots,I\}$.

【定义 4】给定经济的总供给 $\{e^i; i=1,\cdots,I\}$,如果 $\sum_{i=1}^{I} c^i = \sum_{i=1}^{I} e^i$,则称这个配置 $\{c^i; i=1,\cdots,I\}$ 是可行的.

【定义 5】如果配置 $\{c^i; i=1,\cdots,I\}$ 是可行的,且不存在另外 Pareto 占优于它的可行配置,则它是帕累托最优(Pareto Optimality,以下简称 Pareto 最优)的.

1.2.3 Arrow-Debreu 经济

【定义 6】状态 s 或有要求权,就是当状态 s 出现时支付为 1 而在其他状态下支付为 0 的证券.

有了状态或有要求权这个概念,对每一状态,我们都可以定义其对应的状态或有要求权,总括起来,我们共有 S 个状态或有要求权,这些状态或有要求权或者状态或有证券也称为阿罗—德布鲁证券(Arrow – Debreu Security,以下简称 Arrow – Debreu 证券).由所有可能的状态或有证券,也就是它们的完全集合所构成的证券市场就叫做 Arrow-Debreu 证券市场.在这个市场中,不同的证券个数等于可能的状态数,即 $J=S$,如果按照对应的状态来排列或有证券,那么,由它们给出的支付矩阵,即市场结构,就是一个单位矩阵:

$$X^{A-D} = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = I.$$

【定义 7】记 ϕ_s 为状态 s 或有证券在 0 时期的价格,因为状态 s 或有证券在 1 时期只有当状态为 s 时才获得 1 单位消费品的支付,因而它的价格也叫做状态 s 的状态价格.

因为 Arrow-Debreu 证券市场是一个状态或有证券的完全集合,因此我们就拥有了状态价格完全集合,状态价格向量记为

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_S \end{pmatrix}$$

Arrow-Debreu 证券具有一个重要的性质,就是我们可以用状态或有要求权的组合为任意未来消费计划融资,记

$$c_1 = \begin{pmatrix} c_{11} \\ \vdots \\ c_{1S} \end{pmatrix}$$

为 1 时期的任意消费计划，考虑如下的状态或有证券的组合 θ. c_{11} 单位的状态 1 或有证券，$\cdots$ ，c_{1s} 单位的状态 s 或有证券，$\cdots$，c_{1S} 单位的状态 S 或有证券，也就是

$$\theta=\begin{pmatrix} c_{11} \\ \vdots \\ c_{1S} \end{pmatrix}$$

显然，它的支付为 c_1：

$$X^{A-D}\theta=X^{A-D}\begin{pmatrix} c_{11} \\ \vdots \\ c_{1S} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c_{11} \\ \vdots \\ c_{1S} \end{pmatrix}=c_1$$

这个组合的成本为

$$\phi^{\top}\theta=\sum_{s=1}^{S}\phi_s c_{1s}.$$

一个证券市场的有效性与它允许参与者在多大程度上为不同的消费计划融资是紧密相关的，在 Arrow-Debreu 证券市场的情况下，它提供了最大的灵活，我们称这种证券市场为完全的. 在给定的 Arrow-Debreu 证券市场以及状态或有要求权的价格下，分析每一个经济人的优化问题，考虑一个经济人 i，他的初始占有为 e^i，效用函数为 U^i，给定市场中交易的状态或有证券，我们可以认为参与者的 1 时期初始占有就是他对这些证券的初始持有量，显然，下面的组合

$$\theta^i=\begin{pmatrix} e^i_{11} \\ \vdots \\ e^i_{1S} \end{pmatrix}$$

所带来的支付与经纪人 i 在 1 时期的初始占有完全一样：

$$X^{A-D}\theta^i=\theta^i=e^i_1=\begin{pmatrix} e^i_{11} \\ \vdots \\ e^i_{1S} \end{pmatrix}$$

在这种情况下，我们也把 θ^i 称为复制组合，它的支付复制了给定的一个支付，这里是 e^i_1，组合 θ^i 的市场价值为 $\phi^{\top}\theta^i$，因此，经济人初始占有的市场价值为 $w^i=e^i_0+\phi^{\top}e^i_1$.

我们设想一个经济人把他的初始占有 e^i 兑换成总额为 $w^i=e^i_0+\phi^{\top}e^i_1$ 的现金，而后他用这些现金来购买现在的消费 c^i_0 和状态或有证券的组合 θ^i，以得到未来的消费 $c^i_1=\theta^i$，他的约束条件为现在和未来的消费总成本不能超过其总财富：

$$c^i_0+\phi^{\top}c^i_1\le w^i=e^i_0+\phi^{\top}e^i_1.$$