

NEW



高中新课程教师教育系列教材

# 高中数学新课程 实验与探索 (上册)

高中数学课程标准研制组  
王林全 刘美伦 张安庆 主编



高等教育出版社

内

高中新课程教师教育系列教材

# 高中数学新课程 实验与探索 (上册)

高中数学课程标准研制组

王林全 刘美伦 张安庆 主编



高等教育出版社

## 内容提要

本书是国家基础教育课程改革以及高中新课程实验研究的成果。2001年,高中数学课程标准研制小组提出实验任务,定位为数学课程标准新增内容的实验研究,选定北京、广东、新疆等省、市、自治区的20多所学校为实验点,各学校以课程标准的初步设想为依据,认真进行了实验研究,在此基础上分别撰写了实验总结。本书主要从实验学校的有关实验资料中择优选材,包括部分教案、教学计划、典型课例、实验总结、实验体会等。

本书分上、下两册出版,上册内容为:新课程实验研究总论,概率统计,矩阵与几何变换。

本书力图通过先行性实验教学的经验,为进入新课程的教师起到某种示范或参考作用,提供有关实验课题的宽阔的视野,为高中数学新课程的全面实施提供有价值的经验和思路。

本书可作为实施高中数学新课程的教师培训与参考用书,也可以作为高等师范院校数学系的教学参考用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

高中数学新课程实验与探索.上册/王林全,刘美伦,  
张安庆主编. —北京:高等教育出版社,2004.10

ISBN 7-04-015094-8

I. 高... II. ①王... ②刘... ③张... III. 数学课 -  
教学研究 - 高中 IV. G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第098040号

策划编辑 张忠月 责任编辑 张忠月 封面设计 张志  
责任绘图 宗小梅 版式设计 张岚 责任校对 康晓燕  
责任印制 孔源

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100011  
总 机 010-58581000

购书热线 010-64054588  
免费咨询 800-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所  
印 刷 北京星月印刷厂

开 本 787×960 1/16  
印 张 20  
字 数 370 000

版 次 2004年10月第1版  
印 次 2004年10月第1次印刷  
定 价 21.10元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号: 15094-00

# 前 言

---

《普通高中数学课程标准（实验）》（以下简称《标准》）已于2003年正式公布。在此基础上，山东、广东、宁夏、海南四个省（区）将于2004年9月进行高中数学新课程的实验。由于改革的力度较大，这次新课程的实验比以往任何一次课程改革的实验都将面临更为严峻的挑战。

对于高中数学新课程的实验，我们要追溯到更早的时间。由于高中数学课程新增的内容较多，为了考察这些内容进入高中数学课程的可行性，探索新增课题的教学经验，我国高中数学课程标准研制组成立不久，就在一些省（市、区）开展了前期实验。实验工作几乎与课程标准的研制同时进行。

## 一、实验的目的意义

在北京、广东、新疆等不同类型的地区和部分学校开设新增课题的实验研究，目的是探讨《标准》新增课题实施的可行性，积累教学经验，为高中数学新课程的全面实施作先行性探索。

课程的实验研究是课程实施的重要准备，也是课程评价的基础和依据，每一项课程的设计都需要考虑该课程的可行性，但是受到各种条件的制约，课程设计人员未必能够把设计做得十全十美，课程是否可行，还要经过实践的检验。

数学新课程实验是教育实验的一个方面，它的目的是为数学新课程的全面实施作先行探索，寻求全面实施的有效途径，积累相关课题的教学经验，对有些新增课题在高中实施的可行性作初步测试。

### 1. 探索性目的

实践是检验真理的标准，也是检验课程是否合理的标准。课程的实验过程，也就是在一定范围内具体的教学过程。因此，课程的实验对该课程的可行性检查而言具有相当的说服力。

我国对课程改革的态度比较慎重，数学课程改革每一个新方案推出前，都经过多次实验，反复论证，而不急于作大范围的推广。这次实验的主要目的是为数学课程标准的新增课题进行可行性探索。即探索这些新增课题是否可能在

高中教学，高中生能否掌握这些新课题，在新课题的教学中如何贯彻数学新课标的理念等问题。例如，微积分初步是否适宜进入高中数学课程？大、中学校数学教师存在不同意见，新中国成立以来，微积分内容在高中数学几进几出，过去几次退出，都认为高中师生对微积分的内容尚未作好充分准备，现在的准备是否充分？通过实验，可以得出有说服力的结论。

## 2. 诊断性目的

新课程有何优点值得肯定？在实施中有何问题需要注意？我们可以根据历史经验及学校实际进行论证，但仅靠经验或思辨性论证有其局限性。人们对数学教学问题的认识，往往带有某种主观成分。又如概率统计作为高中数学的重要组成部分，进入高中数学已经不会引起较大争议。那么，在概率统计教学中是否存在某些误区？通过教学实验，可以对不同内容的选取、不同的教学顺序、不同的教学处理作出诊断，便于教师们作出决断和选择。

实验学校分布在教育先进和一般的地区，经济发达或欠发达的地区，经过实验，对课程新增课题提出的一些诊断性意见，为教材的编写和课程的全面实施提供了很好的参考依据。在实验中遇到的一些问题，各地、各学校师生提出过不少改进意见，这就为相关的教师培训积累了有价值的参考材料。通过培训，教师们能吸取教训，少走弯路，为《标准》的全面实施创造有利条件。

## 3. 经验性目的

新课程在全国大范围推行，这是与学生以及国家的未来紧密相关的大事。为使课程能够顺利实施，必须积累经验。课程的实验研究正是积累经验的重要手段。课程的实验过程，也就是课程在某个较小范围的实施过程，实验的条件和实施的条件有着共同性或相似性。在实验中要探索以下问题：

- 教师在教学中遇到的主要问题或难点；
- 学生在学习遇到的知识性或思维性障碍；
- 教师在贯彻课程理念，把握重点、难点和关键方面的经验；
- 教师如何调动学生的积极性？如何指导学生学习的教材；
- 在新课程的条件下，数学教师的教学需要和职业发展；
- 每个专题的教学目的、教学要领和值得注意的问题；
- 与各专题相关的教学情境、学习活动的组织，以及相关的研究性课题；
- 如何处理新课题和其他课题的关系，数学和其他学科的关系，促进学生素质的全面发展。

通过课程实验，认真总结经验和教训，充实教学内容，编制教学参考书，为课程的全面实施架桥开路。参加实验的教师，多为各地区、各学校的骨干教师，他们在实验教学中取得的经验，能够为其他教师起某种示范或参考作用。我们期望本书的出版，能够为全国高中数学教师提供更开阔的视野，为新课程

的教学提供有益的经验。

## 二、实验地区的选择

北京市：北京是我国的首都，所属学校靠近教育部，靠近高中数学课程标准研制组，便于直接得到课程专家的指导。北京有丰富的文化底蕴，在历次数学课程改革中发挥了重要作用。

广东省（主要是广州、深圳、珠海）：广东是我国沿海经济发达地区，当前又是高中新课程的实验区。广东师生对数学课程改革有较高的热情，实验学校的技术设备较先进，具有开展实验的实力和条件。

新疆维吾尔自治区（主要是乌鲁木齐市）：新疆是我国西部少数民族地区，过去经济欠发达，当前正在腾飞。在新疆进行实验，可以摸索新课程在西部地区实施的可行性及其经验。

## 三、实验学校的选择与教师培训

实验学校具有代表性，包括重点学校和一般学校，普通高中和城市职业中学，技术条件较好的和技术条件一般的学校。这次参加实验的学校大多数是重点学校。

遴选参加实验教师的原则一是实验工作的需要，二是实验学校对课程实验的积极支持，三是教师具有对教育实验的热情，具有较高的数学专业水平，较强的事业心和责任感，自愿自觉参加实验。

为了帮助实验教师明确实验目的，掌握《标准》设计的精神，我们分别对北京、广东和新疆三地的教师进行了培训，学习教育部有关基础教育改革的文件，高中数学课程标准研制组严士健、张奠宙、王尚志等教授分别对三地实验教师宣讲《标准》框架的设想，提出高中数学新课程的先行性实验要求。

## 四、实验的组织与实施

2001年，高中数学课程标准研制组提出实验任务，定位为《标准》新增内容的实验研究，选定了北京、广东、新疆的部分学校为实验点。在地方教育部门的大力支持下，各学校积极投入了实验。

### 1. 实验内容的选定

各学校根据实验的需要以及学校师资力量的实际情况，选定了1~2项实验内容，有计划地展开实验。

### 2. 实验教材的编写

由于实验时《标准》尚在研制过程中，有关专题的具体教学内容尚未确定，只好由各学校主持实验的教师，参考国内外同类教材的内容，自行编印实验教材，在实验班级中使用，边实验边修改。北京的学校实验进行得最早，他们的实验材料为广东、新疆兄弟学校提供了许多有益的借鉴。

### 3. 实验教学的组织

在实验学校的大力支持下，由学校有关教师选定实验班，以各种方式投入实验。实验教师多为各学校的骨干教师，其中大部分为高级教师。实验的形式多种多样。

- 在数学课中正式讲授；
- 以选修课的形式展开教学；
- 以课外活动小组的形式展开教学；
- 把实验内容渗透到正常的教学内容中。

#### 4. 实验总结的撰写

经过一段时间的实验，各学校都取得了良好的实验效果，为了给全国同行提供有关的教学经验，各学校分别撰写了实验总结。实验总结也有多种形式，包括：

- 案例点评；
- 实验阶段总结；
- 班级实验报告；
- 区域性的实验报告；

.....

部分主持实验的教师是国家级、省级骨干教师，有些是教育硕士（学科教育·数学）学员，他们所做的实验，其实是骨干教师结业课题或者是教育硕士学位论文课题的一部分，所写的实验报告就是从他们结业论文或学位论文中节选出来的。由此可见，实验让教师积累了经验，增长了才干，加强了对数学课程的理性思考，这是新时期教师专业成长的重要途径。

### 五、本书的编写意图

本书主要从各实验学校的有关实验资料中取材，包括教案、教学计划、典型课例、实验总结、教学研究论文、教学中的心得体会等等。

#### 1. 呈现第一手材料，开阔读者的教学视野

为了给数学教师提供第一手经验，我们打算把各学校的实验报告原汁原味地呈现给读者。对于各地的实验报告，我们略作修改，加以点评，即按专题的形式呈现给读者。由于本书的取材是第一线数学教师的直接教学体会、直接用于课堂教学的实验材料，对于同一个专题，不同的学校和教师有不同的看法和经验，正好可以给读者提供有关实验课题的宽阔的视野，为高中数学新课程的全面实施提供更多有价值的经验和思路。某些实验的内容或顺序未必和现行《标准》完全一致，但它们在课程发展的历史长河中发挥过重要作用。我们希望，本书能够为实施新教材的第一线的数学教师提供一些参考点，从对教材内容的分析，教学内容选择，教学情境的设计，到教学方法的处理，都能够得到一些有益的借鉴。

#### 2. 展示活动过程，提供交流的平台

本书也提供了一些数学教师在教学实践中感兴趣，又感到不容易处理好的

课题，例如，数学探究性活动的开展，数学建模，信息技术与数学课程的整合等。这些课题虽然在《标准》中没有被单独列为一个模块，但是在课程标准的理念中被明确地予以提倡。教师在实施这些项目中积累了一定的经验，也遇到一些问题。我们展示部分实验学校经验，为的是给数学教师提供交流的平台，为这些活动的有效开展提供更有利的条件。编者对实验材料的点评也可能带有某些主观性或片面性，仅供读者和实验教师参考。如何评价这些实验？新课程应该如何实施，才能既保证贯彻课程标准的理念，又正确体现课程自身的数学内涵？我们期望更多教师参与交流，提供更加精辟的见解、更加有效的经验。

### 3. 按专题分册，集中展示经验

把各地同一个专题的经验集中起来，可以让读者比较同一个专题的不同的教学处理和不同的教学效果，从而让读者学习各种处理方法的特点和经验，根据各自所长，选择合适的处理方法。另一方面，也反映出我国各地数学教学状况的多样性，促进教师相互学习，取长补短。

尽管本书的作者在实验和编写过程中付出了辛勤的劳动，由于高中数学新课程的实验还处于初始阶段，还有许多疑难与困惑需要深入思考，还有许多问题需要我们在实践中探索，我们向参与先行性实验的教师表示敬意，并希望更多教师积极投身到高中数学课程实验研究的行列，在实践中创造更多优秀的经验，为建设有中国特色的先进的高中数学课程而努力。

严士健 王尚志 王林全 刘美伦 张安庆



# 编写说明

《高中数学新课程实验与探索》是国家基础教育课程改革以及高中数学新课程实验研究的成果。本书从策划设计到开发,得到了国家教育部基础教育司、师范教育司有关领导的高度关注与大力支持。

本书的策划、写作过程得到了高中数学课程标准研制组的专家特别是严士健、王尚志教授的指导。本书的出版得到了高等教育出版社的大力支持。

本书是全体参与实验撰写实验研究论文和总结的专家、教师们共同劳动的成果。参加新课程实验研究的教师如下表。

实验学校	研究课题	实验教师
华南师范大学	高中数学课程实验研究的目的、意义和特点	王林全
华南师范大学	高中数学课程实验与教师职业发展	王林全
北京教育科学研究院基础教育教学研究中心	加强新课程研究,探索新课程实施	刘美伦
北京十一学校	高中新课标实验内容的定位及分析	赵青
北京师范大学附属实验中学	概率统计	李桂春 梁栋材 刘红
北京大学附属中学	矩阵与几何变换	张思明 李长军 谢党培 李宁
人民大学附属中学	概率统计 矩阵与几何变换	高玉莉 仇金加 王晗 周立军 梁丽平 林素卿 李秋生 王铭
北京96中学	矩阵与几何变换	崔艳雯 左民 王博程
北京161中学	概率统计 算法	薛典芳 杨立莹 张双孝 李任宏
北京汇文中学	矩阵与几何变换	蒋金生 冯红荣 谢达鸿 任红

续表

实验学校	研究课题	实验教师
北京 15 中学	概率统计 导数及其应用	唐安华 张明英 张 静 吴宏宇 刘 静 郑毅斌 隋丽丽 张 钦
北京 109 中学	概率统计 算法	翟绪达 封学英 王 伟 李 利 杨凤文 李瑞平 倪永新 张 鹏
北京 123 中学	概率统计 算法	于伟东 赵衍青 徐 丹 贾 黎
北京 13 中学	概率统计	陈迪娟 佟 昀 王 喆
北京 50 中学	概率	孔庆亮 秦 晖 张培然
北京温泉二中	概率	张丕学 张海燕 杨冬香 罗长文
北京四中	算法	李建华 赵 菁 谷 丹 李晋渊
广东实验中学	算法	肖勇刚
广州培英中学	概率	朱天丽
华南师范大学附属中学	导数及其应用, 空间向量	郭 健 罗 华
广州四中	数学内容的交叉综合	周伟锋
广州广雅中学	矩阵与几何变换	付院花
广州市教研室	数学建模实验 (广州 4, 5, 7 中学)	谭国华
广州执信中学	数学研究性活动的开展	陈 民
珠海市职业高中	信息技术与数学课程的整合	钟红常 陈 丹
广州市番禺仲元中学	导数及其应用	谭曙光
广州市番禺区教研室	导数及其应用教学实验总结	严运华
深圳中学	信息技术与数学课程的整合	郭慧清
新疆兵团二中	矩阵	徐 波 邢金学
乌鲁木齐六中	数学建模	王军兵 周子敏 乔振江
乌鲁木齐八中	数学研究性学习	晏太奇 吴永江 燕 强 周玉峰 孙忠智 康逢永 李来胜 叶永亮 赵一军 薛 萍 王 卫

续表

实验学校	研究课题	实验教师
乌鲁木齐 23 中学	数学文化	戴广德
乌鲁木齐 23 中学	多媒体技术与数学课堂教学整合	李 斌
乌鲁木齐 23 中学	数学问题探究	赵 菁
乌鲁木齐石油化工总厂 高级中学	导数及其应用 概率	张天志 唐德军
乌鲁木齐八一中学	导数教学实验分析	郑启明 杨 锐 卢珺艳
新疆实验中学	探索性课型案例	陈文远
乌鲁木齐教学研究中心	数学建模与数学文化研究	曾世威
山东聊城大学	导数及其应用教学案例	房元霞 宋宝和

本书主编为王林全（华南师范大学），刘美伦（北京教育科学研究院基础教育教学研究中心），张安庆（新疆教育厅教研室）。他们对各项实验进行了组织、策划和指导，对全书进行了策划、组织和统稿工作。参加本书内容的整理和统稿工作的还有赵青（北京十一学校），吴有昌（华南师范大学），谢益民（暨南大学）等老师。

本书在编写过程中引用了部分专家、同仁的研究成果。在此，我们向对本书作出贡献的专家和老教师，向高等教育出版社的领导和编辑，表示衷心感谢。

由于编写人员水平有限，加之时间仓促，书中会存在一些问题或不足，敬请读者、专家和同仁批评指正。

编者

2004 年 6 月

# 目 录

---

前言 .....	I
编写说明 .....	I
<b>第 1 篇 高中数学新课程实验研究总论</b> .....	1
1. 高中数学课程实验研究的实施要领 .....	2
2. 高中数学课程实验与教师职业发展 .....	13
3. 加强新课程研究, 探索新课程实施 ——对高中数学新课程实验的思考 .....	21
4. 高中数学新课标实验内容的定位及分析 .....	28
5. 提高了认识 锻炼了队伍 ——广州市开展高中数学新课程实验的回顾 .....	33

---

<b>第 2 篇 概率统计</b> .....	39
1. 统计——从实际案例出发 .....	40
2. 重视学生反馈, 及时调整学习过程 .....	52
3. 在概率教学中重视穷举法思想 .....	66
4. 从学生的实际生活中开发教学资源 .....	78
5. 在教学中进行研究 .....	86
6. 让学生在“研究”过程中经历“研究”过程 .....	96
7. 创设有利于学生探索和交流的教学情境 .....	110
8. 开展探究性活动, 培养学生的创新精神和实践能力 .....	121
9. 帮助学生从数学的角度分析问题、解决问题 .....	141
10. 从激发学生的学习兴趣出发 .....	146

---

<b>第 3 篇 矩阵与几何变换</b> .....	167
1. 矩阵实验研究报告 .....	168
2. 矩阵与几何变换教学实验及展望 .....	177

3. 在矩阵与几何变换的教学中突出数形结合的思想·····	194
4. 通过引入丰富的实际案例，激发学生的探究兴趣·····	214
5. 从密码到矩阵·····	269
6. 矩阵教学与信息技术的整合·····	274

# 第1篇 高中数学新课程 实验研究总论

- 高中数学课程实验研究的实施要领
- 高中数学课程实验与教师职业发展
- 加强新课程研究，探索新课程实施  
——对高中数学新课程实验的思考
- 高中数学新课标实验内容的定位及分析
- 提高了认识 锻炼了队伍  
——广州市开展高中数学新课程实验的回顾

# 1. 高中数学课程实验研究的实施要领

华南师范大学 王林全

数学教育实验研究，是在人为控制的条件下，根据实验的目的，有计划地控制数学教育现象的发生、发展过程，对所出现的现象进行解释，用以揭示和解释数学教育规律的一种研究方法。

## 一、数学课程实验研究的意义

实验研究实际上就是在控制条件下的实证研究，故实验研究必然具有科学逻辑（假说演绎法）的特征，而且必然具有实证研究的特色。

数学课程的实验研究法，就是为了解决数学课程改革的某一问题，根据一定的教育理论或设想，组织有计划的教学实践，经过某个特定的过程，对教学效果进行分析研究，从而得出有关实验因子的科学结论。数学课程的实验研究，必定以数学课程的内容为载体，并应该考虑数学学科教育的特征。并注意以下的实施要领：

### （1）控制条件，排除干扰

数学课程实验研究的过程事实上也是数学教育过程，它受到多个因素的作用。通过实验研究，对实验的条件加以控制，注意排除非实验因素的干扰。

### （2）突出实验因子的作用

通过对教育现象有关条件的人为控制，突出所要研究的实验因子，便于探索数学教育现象中的因果关系。

### （3）重复验证，便于测量

通过重复实施某个教育过程，排除某些偶然、随机因素的干扰，从而确定实验因子的影响效果。通过重复实验，使实验结果便于测量，从而教育过程的效果比较可靠。

## 二、实验变量

在数学教育实验中，随着条件、情境在数量上，性质上发生变化，有关的事物也会发生相应的变化。这些变化的事物，我们称为实验变量。实验变量有三类：

### 1. 主变量

是由实验操作者控制的，在实验假设中主要研究的变量。例如，在课程的实验研究中，课程的目标和内容，就是主变量；在数学教学改革实验中，教学的内容，教法或学法，就是主变量；在教材的实验研究中，教材的内容就是主变量，等等。主变量在确定的范围内取值。主变量的取值具有模糊性，例如，数学课程内容、教法或学法，不易使用，也不必使用严格的数量表示法。

### 2. 因变量

是一种假定结果的变量。由于主变量的变化而引起教学效果的变化，此时，教学效果就是因变量。因变量受制于主变量，且具有一定程度的可测性。为了测试主变量变化对因变量的影响，在实验中要设有对比班级，实验班级与对比班级的主变量取不同值，而其余教学条件大致相同。通过实验，对结果进行测试、分析、比较，从而研究主变量对因变量的影响。

### 3. 参变量

除了主变量和因变量，其他实验变量称为参变量，为了排除参变量的变化对实验效果的干扰，在实验过程中，要对参变量进行有效的控制，使之基本保持稳定。例如，前几年进行的义务教育教材实验，除了使用课本不同外，实验班和对比班的学生的起始水平和教师的教学水平应该相同或相近，实验班课本与对比班课本不要混用，等等。

## 三、实验的类型

从实验因素的因果关系来考察，实验可以分为三种类型。即：究因型实验；究果型实验；查关系实验。

### 1. 究因型实验

这种类型的实验所追求的目标具有探索性。即研究要达到一定的实验效果，需要有何种条件？取得这种效果的因素是什么？具体地说，在实验假设的命题“若 $A$ 则 $B$ ”中，如果 $B$ 是预期的效果，寻求条件 $A$ 是什么？

#### 例1 形成创造性思维能力的因素

为了发展学生的创造性思维能力，就要探讨形成这种能力的因素结构。根据教学论、教育心理学以及教育实践的经验，可以设想数学创造性思维能力大致与以下因素有关：

·学生的个性心理，它与以下因素有关：批判与评价，感知与理解，记忆与再现，联想与想像，经验与猜想，兴趣与态度；

·学校与家庭环境，它与以下因素有关：学校环境，家庭环境，班级学风，社会风气，社会关系；

·数学教学方法，它与以下因素有关：教态、语言、板书、启发、引导、分析、媒体、手段。



由于与数学创造性思维能力相关的因素太多，每个因素起什么作用，不容易进行测定，因此需要对其中的一些因素进行限制，而集中研究某个因素对数学创造性思维能力的影 响。

## 2. 究果型实验

这种类型的实验所追求的目标是：在一定的教学实验条件下，对一定的数学教育实验课题，进行实验者有什么反应，并考察这种反应是否是本质的。其中哪些反应符合实验目标，且具有教育价值。

### 例 2 因式分解教学实验研究

实验研究方案 1  $A_1$  (传统方案)  $\Rightarrow B_1$  (教学效果 1)

实验研究方案 2  $A_2$  (实验方案)  $\Rightarrow B_2$  (教学效果 2)

通过考察在不同的实验方案下，研究实验结果的差异，从而判断实验效果的优劣。

## 3. 查关系实验

这种类型的实验所追求的目标是：在多种条件一起作用时，观察相应的反应（因变量）的变化，以便从中把握此种关联变化间的规律性。

例 3 在平面几何教学中，有关于集合、逻辑和论证的实验（北京师范大学孙瑞清教授主持的实验）

如果把  $X_1$ 、 $X_2$  分别看成是自变量， $Y$  看成是函数，具体地说： $X_1$ ：集合测试得分； $X_2$ ：逻辑测试得分； $Y$ ：推理能力测试得分。

由实验数据，可以建立二元线性回归方程： $Y = 71.13 + 0.12X_1 + 0.36X_2$ 。

由上例可知，推理论证能力测试成绩分别与集合、逻辑测试成绩呈正相关关系。

以上三种类型的实验是密切相关的，究因型实验是后两种实验的先导，后两种实验是前一种实验的自然发展。只有弄清是什么因素和条件起变化时，才能相应地了解引起的反应结果，这样就可以进一步探讨条件（自变量）和相应的反应（因变量）之间的关系。

## 四、因果关系的逻辑性

不管进行哪种类型的实验，都要注意推断因果关系的逻辑性。因为数学教育实验的目的是考察假说命题“若  $A$  则  $B$ ”的正确性，即假设  $A$  是影响  $B$  的某种条件，那么，实验者必须注意将以下三个因素作为逻辑基础。

### 1. 共变关系

所谓共变关系，即  $A$  和  $B$  之间的共同变化，如果两者都处于相对静止状态，那就不是实验的目的，换言之，这个过程中实验没有进行。

具体地说，当  $A$  的特征出现时， $B$  的特征也随之出现，在变化过程中， $A$