

知天集

(六)

林大芽著

B26

一九七二年八月一日

目 錄

1. 前 言	1
2. 矛盾論	1
3. 統一論	3
4. 反映論	7
5. 型 論	9

知天集（六）

數學的哲學

一、前言：

宇宙間事物的種類極多，其發展也不一致，至於捕捉其內容的方法，最常見的，可得四種。一、用種種綫條或色彩，把外在的形象及內在的本質，描繪出來，便成種種畫面。一、用各種語言文字，把發展規律及含義表達出來，因而演成文藝的形式。一、用高低的調子，把內蘊的感情激發而為音樂。一、用客觀的方法，探求其原理規律，而最終再從哲學的境界進求數學的形式。

因此，作者特從「科學的哲學」之理論出發，運用集合的方法，務使哲學數學化，並望有特殊集合論出現之一天。

二、矛盾論：

事物是變發展的，那麼，隨着其發展而帶來的矛盾，便產生了。矛盾是具有兩種正反勢力的，一個是保守的作用，另一個則為反保守的作用，所以矛盾論在事物發展中佔有極重要的地位，但當它滲進集合論的時候，便一變而為元素係數及次序排列之變換問題。

例一：從前中國許多邊僻地區，住着一小撮土豪劣紳，他們的壽命，一般不會超過父子孫三代，所以到了一定時期，便开始變化，原本是土豪劣紳的，便萎謝而降為平民或奴隸了，原本為平民的，也有崛起而為土豪劣紳。就集合論觀點來說，這便是某元素變換為另一元素，而其他元素也變換為某元素，這種保守性的矛盾從整個地區來說，過去有了土豪劣紳，

現在仍然有土象劣紳存在，一點沒有改變。過去有一大批被欺壓的人民，現在仍有這種平民存在，一點也沒有改變，但對個別的土豪劣紳而言，其變化卻很大了。

由上來看，保守性矛盾的變換是自己變換，其範圍仅限于一個自己的集合，或一個自己的子集，決不會擴展到集合之外。由變換而引起的矛盾，不過是第一否定的矛盾，而非第二否定的矛盾，第一否定的變換，也就是集合內自己變換。

例二：禪讓與篡奪，也是一種自己變換，因它們俱係君主政體，雖有內部的矛盾而作輕微變換，但大多數平民却安堵如故，未嘗改變，所改變的，僅國王及其中一小撮臣僚之興替而已，不外是子集與子集間些微取代變換，也即是例一意義之擴充，但就極大多數之元素而言，未嘗有所改變。

例三：民選與賄選是一種更輕微的自己變換，在變換的前後，所有軍事、經濟、社會組織均保持原狀而不改變，其中稍有改變的，不過是一小撮政客間之改變而已，此種取替之變換是自己變換。

例四：循環變換是另一自己變換的形式，在事物發展中，設有一中心集 U ，經累次變換後，次第成為互不相同的中心集 $U_1, U_2, \dots, U'$ ，更設 $U \equiv U'$ 時則 $U \rightarrow U'$ 稱為循環變換。

設 $f_1: U \rightarrow U_1, f_2: U_1 \rightarrow U_2, \dots, f_n: U \rightarrow U'$ ，則積變換 $f_n \dots f_2 f_1$ 稱為循環變換。

在循環變換中，設為 $U, U_1, U_2, \dots, U'; U_1', U_2' \dots U''; U_1'', U_2'', U''' ; \dots$ 若 $U \equiv U' \equiv U'' \equiv U''' \equiv \dots$ ，則此種循環變換為絕對循環變換。

總括說來，集合一有變換，即有互相矛盾的正反勢力，其結果有二：

一、变换前後两集合之組織成分不变，这应属于第一否定。一、若前後集合改变了，便进入統一状态而为第二否定，第一否定的变换是自己的，但若更进一步发展下去，便到集合矛盾論之哲学基礎了。集合经过变换之後，仍然还是原來集合，絲毫沒有改变，因此，原來的矛盾还是原來的矛盾，也是絲毫沒有改变，永远保留于同一矛盾阶段之中。

自己对应既係原來集合与原來集合间之对应，若用气骨相连之理來解釋，便見原來集合实係两个理論的气，也即是主語与宾語，作用实係实践的气，也即是述語，当这两种的气连成之後，便構成气骨相连之矛盾理論。

定理一：自己对应之必要条件为：原集合之任一元素变为該集合中之其他元素，但不充份。

定理二：自己对应之必要条件为：原集合之任一子集变换为該集合之其他子集，但不充份。

定理三：設集合中任一元素必变换为該集中另一元素，更設任两个不同元素变换为两个不同元素，則其中沒有不动元素存在。此矛盾称为全面的。

定理四：設集合之元素必变换为該集中之元素，更設任两个不同元素变换为两个不同元素，則其中可能有不动元素存在。

定理五：集合矛盾间之自己对应，往往不成一一对应而元素係数不变。

三、統一論：

以上所述，可知自己变换总在原集合裏打觔斗，总打不出新集合來。茲論除了此种变换之外，更有許多变换，把一个集合变为另一种集合，这样，才把旧的矛盾消滅了，而代之而起的，則为第二否定的新集合，这集

合与原集合不同，因此，由新集合所得的矛盾是新矛盾，旧矛盾则一去不返了。但新集合是妥赶快建立新秩序新元素系数，遂进入统一的状态。

变换前後的两集，既非自己变换，则其中至少有某些元素或某些子集不与另一集中之元素或子集成自己对应，特述之如次：

(a) 假借变换：以假借事物的特质为变换的条件，使未具数学意义的事物变换为集合的元素或子集，这种由彙变有的变换，叫做假借变换。假借变换的前後两集，有显著的差异，所以属于第二否定。它抓住哲学及集合的共同点，发展而为数学，如环，璉，細胞，神經，……等是。該 $X_1, X_2, \dots, X_r$ 表事物的特質， $Y_1, Y_2, \dots, Y_r$ 則为表現特質的元素，当 $\left(\begin{smallmatrix} X_1 X_2 \dots X_r \\ Y_1 Y_2 \dots Y_r \end{smallmatrix} \right)$ 成立时，則因 $Y_1 \longrightarrow Z_1, Y_2 \longrightarrow Z_2, \dots, Y_r \longrightarrow Z_r$ ，乃使

$$\left(\begin{smallmatrix} X_1 X_2 \dots X_r \\ Y_1 Y_2 \dots Y_r \end{smallmatrix} \right) \longrightarrow \left(\begin{smallmatrix} X_1 X_2 \dots X_r \\ Z_1 Z_2 \dots Z_r \end{smallmatrix} \right).$$

此种变换称为假借变换，也即是

$$\left(\begin{smallmatrix} X_1 X_2 \dots X_r \\ Y_1 Y_2 \dots Y_r \end{smallmatrix} \right) \left(\begin{smallmatrix} Y_1 Y_2 \dots Y_r \\ Z_1 Z_2 \dots Z_r \end{smallmatrix} \right) = \left(\begin{smallmatrix} X_1 X_2 \dots X_r \\ Z_1 Z_2 \dots Z_r \end{smallmatrix} \right)$$

(b) 翻譯变换：此种变换係从某现实集合出發，以另一种表現法为变换工具，使它变换为另一种集合，故为統一状态。但其新子集具有原子集的意义，而其表現的方法則有差异而已，故称为翻譯变换。例如 $(X_1, X_2, \dots, X_r)$ 表原集合， $(Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ 表新集合，其中 $X_1 \longrightarrow Y_{i_1}, X_2 \longrightarrow Y_{i_2}, \dots, X_{i_r} \longrightarrow Y_{i_r}$ ，且 $(Y_{i_1}, Y_{i_2}, \dots, Y_{i_r})$ 成一集合，則在

$$(X_1, X_2, \dots, X_r) \longrightarrow (Y_{i_1}, Y_{i_2}, \dots, Y_{i_r})$$

条件之下，使 $(X_1, X_2, \dots, X_r) \longrightarrow (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ 的变换，便是翻

譯变换。

(c) 遞进变换：遞进变换須具两种不同系統，也就是应具两种不同的集合，所以屬於統一的状态。在一个集合裏任取一个元素，則此元素經变换後，放弃其原有形式，而代之以兴的，則为新元素，有了新元素便可造成另一新集合。

定理：上述新元素与旧元素间，造成选取对应，至其性質，凡可由某集中两个或多个元素所产生之新元素，則在其对应集中之对应元素，亦必由該两个或多个之对应元素所产生。至于鄰域方面，任二个元素之位置次序，与其对应鄰域中所对应之二元素之位置次序亦必相似。

定理：設有一种变换，使某集中某元素变换为对应集中之一元素，則該集中任一元素，均可变换为对应集中之对应元素。

設 $a_1, a_2 \in A$ ，則 $a_1 a_2 \in A$

又設 $b_1, b_2 \in B$ ，且 $a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_2$ ，則 $a_1 a_2 \rightarrow b_1 b_2$ 反之，

設 $b'_1, b'_2 \in B$ ，又設 $a'_1, a'_2 \in A, b'_1 b'_2 \in B$ 且 $b'_1 \rightarrow a'_1, b'_2 \rightarrow a'_2$ ，

則 $b'_1 b'_2 \rightarrow a'_1 a'_2$ 。

(d) 叠进变换：一个集合經叠进变换後所得的新集合，其中至少有一个元素不属于原集合，因此，前後两集合是不同的，这便是說，环境改变了，决不会恢復原状的，那么，由叠进变换而得的集合，已进入第二否定阶段，决不停留于第一否定裏。

至于矛盾方面，虽其正反势力未嘗消滅，然就其形式而言，也非改变不可，故仍为第二否定，而其中至多滲杂一些第一否定之餘物而已。

此种变换係涉及元素系数之变换，数量变，而後性质跟着也变。就社会組織來說，乡村的組織当然与市鎮的組織不同，市鎮的組織当然与城市的組織不同，又如部落的組織当然与邦国的組織不同，小国的組織当然与大国的組織不同，这些都是从数量出發，因而产生不同的社会，也即是叠进变换的根源。

定义：設有叠进变换 $f: ka \rightarrow b$ ，且 k 为元素系数，則 k 称为单位系数。

定理：設 $f: ka \rightarrow a'$ ，且 $k = k_1 k_2 \cdots k_n$ ，則可作 n 个叠进变换：

$f_1: k_1 a \rightarrow a_1, f_2: k_2 a_1 \rightarrow a_2, \cdots, f_n: k_n a_{n-1} \rightarrow a'$ ，使

$f_n \cdots f_1 = f$ 。

定理：設 $a, a', a'', \cdots, a^{(l)}$ 为单元素之叠进系統，即：

$k_1 a \rightarrow a', k_2 a' \rightarrow a'', \cdots$ 且設 $n, m, \cdots, l$ 各为单位系数，

使 $f: (na, ma', \cdots, l a^{(l)}) \rightarrow d$ ，則任一 d 可以 Na 表之，即 $Na \rightarrow d$ 。

定理：設 $f_1, f_2, \cdots, f_n$ 为叠进变换系統，則必有一个适当 k 存在，使 $f_n f_{n-1} \cdots f_2 f_1 (k a) \rightarrow d$ 。

定理：設 $a, b, \cdots, c$ 为不同元素集，且 $n, m, \cdots, l$ 各为单位系数，則往往有一个元素 d 出現，使 $f: (na, mb, \cdots, lc) \rightarrow d$ 。

(e) 直綫变换：設 $U_1, U_2, U_3, \cdots$ 为事物發展的中心集，其中前後各集不同，且 $f_1: U_1 \rightarrow U_2, f_2: U_2 \rightarrow U_3, \cdots, U_1, U_2, U_3, \cdots$

是有序的：且与直线上点集对应，则 $f_1, f_2, \dots$ 的变换称为直线变换。

关于直线变换的前後集，既不相同，故属于第二否定之统一状态。除此之外，更有下列螺旋变换也是统一状态的例子。

(f) 螺旋变换：若分析一个事物发展的情形，可得许多因子，这许多因子便可组成一个中心集。设 $a_i b_j c_k$ 为某中心集三个因子，则因各因子之各自发展情形而作变换，其中一个应係直线变换，而其他两个则係在线段上作一来一往的摆动变换。

设为 $(a_i | i \in I)$, $(b_j | i \equiv j' \pmod{\max_{m \in X} \overline{b+X_j}})$ 且 $j = j_0 + j'$ 或 $j_0 + X_j$
 $+ b - j'$), 及 $(c_k | i \equiv k' \pmod{\max_{m \in X} \overline{c+X_k}})$ 且 $k = k_0 + k'$ 或 $k_0 + X_k$
 $+ c - k'$), 其中 X_j 及 X_k 为扩张系数，故当 $X_j = 0$ 及 $X_k = 0$ 时，

则表非扩张性螺旋变换。又当 $X_j \neq 0$ $X_k \neq 0$ 时，则表扩张性变换。综合这三种变换，便把原来中心集发展而为螺旋形之轨迹，因此，便构成了螺旋变换。

四、反映論

(a) 反映的产生：反映的产生，应具有两种要素，一个是主观意识，一则为客观事物，而主观意识又係从客观事物转变而来，因主观意识係一切事物较初步的反映，它不外是外物刺激之积叠作用，质言之，即物质与物质间所生反映之存留。

主观意识可用一个集合来表示，而客观事物也是一个集合，不妨各以

A 及 B 表之，由于 A, B 的结合而构成反映面，即

$$A B \rightarrow C$$

A 代表一个原动力，具有选择的作用，B 表一个图面，图面与原动力有加强或吸收的作用。故当其受吸收作用的时候，则表现在 C 上之像为 O，即抵消作用，或表极暗淡的图面。反之，当其表现加强作用时，便产生了加强显现或部分显现的图像，故在 C 上所表现的为 $\mu(A B) = C$ ，其中 $\mu < 1$ 或 > 1 。

(b) 近似反映：客观集合 B，经主观集合 A 吸取或加强作用之后，所得 C 之情形，显有残缺不全之现象，因应采用补辑方法，选取多个 C 使成比较完整之图影，这便是近似反映。

设 $C_1, C_2, \dots, C_n$ 为近似反映图影之子集，这些子集既係由 A, B 反映而成，但当反映次数增加之后，则其客观部分为了数量之增加，而更形突出，但主观部分分散漫而不集中，主客之互相对立，矛盾之渐渐显著，最终乃选取其最适合而又次数最多的客观条件而与主观意识统一起来，便成功了更近似的反映。

补辑作用所得之图影，其缺点虽不能消滅，但可使之接近于 O，因此，近似反映虽不能反映事物的真象，但总能表现其逼近的价值。

(c) 反映集之对立与矛盾：兹以集合的方法，来解释反映论中之矛盾与对立，在上述反映子集 $C_1, C_2, \dots, C_n$ 中，元素系数愈大，则其表现力也越强，反之，元素系数愈小，则表现力也越低，因此，我们不妨根据元素系数之大小而定其主从关系。各子集中相同元素之元素系数和为最大者，则该元素称为主元素，元素系数和为次大者，则为从元素。所以从元素仅係多数子集中之公共元素，而非全体子集之公共元素。从元素在

反映面裏虽决定性作用，但却彌補主元素之所不及。至于不列等从元素，則又等而下之。

在反映面排列中，较少排列面之主元素，当其排列数增加时，往往降为从元素，而从元素很难升为主元素，但往往再降而为不列等从元素的。这种变换在其排列数增加时，便造成了矛盾，有了矛盾，便有了对立。

上述仅就客观元素而言，若从主观元素言之，則其变动更大。因在主观元素中之有資格列入从元素地位者，已不多見，普通多属于不列等从元素，甚至排斥于反映面之外，那么，在元素与元素之间，更是互不相容，因之造成矛盾与对立之局面。那么，反映面之矛盾与对立，一变而为元素係数之多寡问题了。

設 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 各为子集合，若 (1) $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \neq \emptyset$ ，則这些子集有公共元素。又若 (2) $A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_m} \neq \emptyset, (m < n)$ ，而 (3) $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \emptyset$ ，則有近似的公共元素。又若 $m > n$ ，(1) 及 (2) 均成立，則这 m 个子集合有主元素。又若 $0 < m < n' < \frac{n}{2}$ ，(2) 成立，(3) 成立，則此 n 个子集合有从元素。反之，当 $0 < m < 1$ (1 为很小的整数)，(2) 成立，(3) 成立，則此 n 个子集合具有被挤元素。

五、型論：

关于型的问题，从前已經討論过了，初等几何学是有图形的，純史則沒有著显的图形，但几何图形仅限于几何元素的变化而型則属于交集，因作型論。

茲引用集合的理論于型論之中，务使百尺竿头，更进一步，試以“三角形两边不等，則其对角亦不等，且大边对大角”为例，三角形是一个集合，直綫族也是一个集合，实数也是一个集合，那么，三角形 $\cap$ 直綫族 $\cap$ 实数便是其交集了。同样，三角形 $\cap$ 角 $\cap$ 实数是另一交集，此外，更用相对的意义加于後的交集，則得：“三角形 $\cap$ 对角 $\cap$ 大小数”的交集。但前後两交集是没有联繫的，因此，只好用对应的意义來取代了。故得：

三角形 $\cap$ 直綫族 $\cap$ 大小数 $\rightarrow$ 三角形 $\cap$ 对角 $\cap$ 大小数。更分述如次：

(A) 以各集的交集为結尾

(a) $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = S$ 表一棒状型。

(b) $A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n$
 $B_1 \cap B_2 \dots \cap B_m \cap = S$ 表一三角型。

(c) $A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n$
 $B_1 \cap B_2 \dots \cap B_m \cup = S$ 表另一三角型。

(d) $A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n$
 $(A_1 \equiv) B_1 \cap B_2 \dots \cap B_m \cup \equiv S$ 表一雙向四角型。

(e) $A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n$
 $B_1 \cap B_2 \dots \cap B_m$
 $F_1 \cap F_2 \dots \cap F_1 \cap$ (或 $\cup$) $\equiv S$ 表一般型式。

(B) 以对应的集合为結尾S的，如：

(a) $A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n \rightarrow B_1 \cap B_2 \dots \cup B_m$

此是两集间对应型

$$\begin{array}{ccc}
 (b) & A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n & B_1 \cap B_2 \dots \cap B_m \\
 & A'_1 \cap A'_2 \dots \cap A'_l & B'_1 \cap B'_2 \dots \cap B'_p \\
 \hline
 & A_1^{(n)} \cap A_2^{(n)} \dots \cap A_k^{(n)} & B_1^{(n)} \cup B_2^{(n)} \dots \cap B_q^{(n)}
 \end{array} \quad \cap \longrightarrow \cup$$

(c) 把上式 $\cap \rightarrow \cup$ 改为 $\cup \rightarrow \cap$ ，則得 (a) 式之另一擴充。

最後，数学係一种理論的气，和另一种实践的气所联成的哲学，但若以代数來解釋，便見所謂理論的气应指集合，而实践的气則应为运标，因此，便涉及可数学的问题。作者曾与中国数学家郑奋兴教授討論可数学的问题，渠以为凡能与直綫或球对应之集合均为可数学的。揣其意应係直綫与球具有最基本的数学本质，則凡与之对应之集合，亦必具有同样之性质。因此，可数学之问题，应分为：一、自有的，二、对应的。因特擴充之如次：

一、我们既由三角形發展而为三角型，更加演变而为集合形式，則此必係可数学的。

二、与流形对应之集合，亦必为可数学的。

三、純史既由創作十法而得其数学輪廓，則与之对应之集合，亦必为可数学的。

哲学之可数学问题，言尽于斯。往冬旅遊倫敦，曾与倫敦大学 Learner 教授討論，發見渠对此亦感兴趣，因特以此書示之，並乞見教。

此外，神学方面，見証古法，也隨人智之进步而日見其濫，倘能採用对应方法而取代之，則对于真主之存在与否，应有决定性之作用。因此，我们便把神学问题，也歸到可数学问题去。

知天集(六)

著者：林大茅

印刷者：光華印務(私人)有限公司

Kong Hua Printers (Pte) Ltd.

2, Lorong 25, Geylang,

Singapore 14.

日期：1972年8月1日。