

The History

of Mathematics

丛书主编 / 江晓原 走近科学史丛书

数学的历史

纪志刚 著



凤凰出版传媒集团
江苏人民出版社

丛书主编 / 江晓原

数学的历史

凤凰出版传媒集团
江苏人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学的历史/纪志刚著. —南京: 江苏人民出版社,
2009.8

(走近科学史丛书)

ISBN 978-7-214-05032-8

I. 数… II. 纪… III. 数学史—青少年读物 IV.011-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第134692号

书 名 数学的历史

著 者 纪志刚

责任编辑 汪意云

出版发行 江苏人民出版社(南京市湖南路1号A楼 邮编: 210009)

网 址 <http://www.book-wind.com>

集团地址 凤凰出版传媒集团(南京市湖南路1号A楼 邮编: 210009)

集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>

经 销 江苏省新华发行集团有限公司

照 排 南京展望文化发展有限公司

印 刷 者 江苏新华印刷厂

开 本 787×1092 毫米 1/16

印 张 9.75 插页2

字 数 169千字

版 次 2009年10月第1版 2009年10月第1次印刷

标准书号 ISBN 978-7-214-05032-8

定 价 30.00元

(江苏人民出版社图书凡印装错误可向本社调换)

传播科学需要新理念

——《走近科学史丛书》总序

传统的“科普”概念，在18、19世纪曾经呈现过不少令科学家陶醉的图景。

那时会有贵妇人盛装打扮后，在夏夜坐在后花园的石凳上，虔诚地聆听天文学家指着星空向她们普及天文知识。那时拉普拉斯侯爵为他的“受过良好教育的”读者写了《宇宙体系论》这样主题宏大的科普著作，大受欢迎，他去世时已经修订到第六版，其中新增加的七个附录中居然有两个和中国有关（一个是关于中国古代“周公测影”的数据，一个涉及元代郭守敬测算的黄赤交角数值）。

至少在19世纪，衣冠楚楚的听众还会坐在演讲厅里，聆听科学家面向公众的演讲。这样的场景让科学家感觉良好。在科学家和大众媒体的通力合作之下，营造出了科学和科学家高大、完美的形象，这种形象在很长时间里确实深入人心。

基于20世纪50年代之前中国公众受教育程度普遍低下的现实，在中国形成的传统“科普”概念，也是一幅类似的图景：广大公众对科学技术极其景仰，却又懂得很少，他们就像一群嗷嗷待哺的孩子，仰望着从天而降的伟大的科学家们，而科学家们则将科学知识“普及”（即“深入浅出地”、单向地灌输）给他们。这一很大程度上出于想象的图景，也曾在很长时间里让中国的科学家和“科普工作者”相当陶醉。

然而，上面这番图景，到今天早已时过境迁。

今天有些中老年人士感慨“科普”盛况不再，常喜欢拿当年《十万个为什么》丛书如何畅销来说事，他们质问道：为什么我们今天的科普工作者不能再拿出那么优秀的作品来了呢？其实这种质问也是“伪问题”——因为当年的《十万个为什么》到底算不算“优秀”，是一个必须商榷的前提。事实上，如果将当年的《十万个为什么》和今天的同类书籍相比，后者信息更丰富，界面更亲切，早已经比《十万个为什么》进步许多。

而当年的《十万个为什么》之所以创造了销售“奇迹”，那是因为当时几乎没有任何同类作品，故《十万个为什么》客观上处于市场垄断的状态。其实这种特殊机制下的“奇迹”在改革开放之前并不罕见，例如，“文革”结束后最早恢复出版的科普杂志之一《天文爱好者》，也有过订阅量超过百万份的辉煌记录。而今天国内的科普类杂志，能有几万份的销量就可以傲视群伦了。

从更深的层次来思考，则另有两个非常重要的原因。

第一个是，在以往的一百年中，科学自己越来越远离公众。科学自身的发展使得分科越来越细，概念越来越抽象，结果越来越难以被公众理解。

第二个是，中国公众（至少是广大城镇居民）的受教育程度普遍提高，最基础的科学知识都已经在学校教育中获得，对以《十万个为什么》为代表的传统型科普作品的需求自然也就大大消减了。

所以基本上可以断言，传统“科普”概念已经过时——它需要被超越，需要被包容进一个涵义更广、层次更高的新理念之中。

这个新的理念何以名之？有几个不同的名称，目前都在被使用：“科学文化”、“科学传播”、“公众理解科学”、“科学文化传播”等等。

随着科学取得的成就越来越多，它从社会获取资源变得越来越容易，它自身也变得越来越傲慢。许多科学共同体的成员认为，科学不再需要得到公众的理解——它是那么深奥，反正一般公众也理解不了，广大纳税人只需乖乖将钱交给科学家用就行了。

对于这种局面的批评和反思，早在20世纪下半叶就在西方发达社会中出现了，并且在大众传媒中逐渐获得了相当大的话语权。这种让科学共同体的某些成员痛心疾首的现象，其实未尝不可以视为一种进步。今天，科学家既然已经接受纳税人的供养，他们当然有义务让纳税人——即广大公众——知道自己在干什么事？这些事有什么意义？这些事对公众和社会的福祉是有利还是有害？

在这个新理念中，科学知识固然应该得到准确同时又是通俗的讲解——如果公众需要这种讲解的话，但与此同时，科学技术与社会、文化、历史等方面的关系，包括科学技术的负面影响、科学技术在未来可能带来的灾祸，我们应该怎样看待科学技术等等，也都是重要的内容。这是一幅科学与公众双方相互尊重、相互影响的互动图景，它取代了以往那种“科学高高在上，公众嗷嗷待哺”的单向灌输（普及）的图景。

最后还有一点值得特别强调：如今任何一本优秀的科学文化书籍都不必讳言自身的娱乐作用。如今“娱乐”对于科学来说不是耻辱，相反，应该是一件光荣的事情。因为随着公众受教育程度的持续提高，以及互联网带来的便捷信息，公众中

已经极少有人会需要靠“科普”书籍去寻求工作、学习或生活中问题的解答。现在他们之所以愿意披阅一本与科学有关的书籍，经常是为了寻求娱乐——当然多半是智力上的娱乐。

这套《走近科学史丛书》，就是实践上述“科学文化”理念的新尝试。各位作者皆为科学史界卓有成就的名家，书中所谈，除了科学技术本身，也涉及与此有关的思想、哲学、历史、艺术，乃至对科学技术的反思。这种内涵更广、层次更高的作品，以“科学文化”称之，无疑是最合适的。

前几年Discovery频道的负责人访华，当中国媒体记者问他“你们如何制作这样优秀的科普节目”时，该负责人立即纠正道：“我们制作的是娱乐节目。”仿此，如果《走近科学史丛书》的出版人被问道“你们为何要出版这套科普书籍”时，我建议他们也立即纠正道：“我们出版的是科学文化书籍。”

江晓原

2009年9月20日

于上海交通大学科学史系

目 录



第一章 数学的起源 / 001

1. 原始的记数法 / 001
2. 尼罗河的赠礼 / 002
3. 巴比伦的智慧 / 003
4. 中国古代的算筹记数 / 005
5. 印度—阿拉伯数字 / 005
6. 阿拉伯数字在欧洲的传播 / 006

第二章 希腊数学的荣耀 / 008

1. 几何学的诞生 / 008
2. 毕达哥拉斯 / 009
3. 欧几里得与《几何原本》 / 012
4. 阿基米德的故事 / 019

第三章 中国数学的神韵 / 024

1. 大哉言数 / 024
2. “九章勾股弦” / 026
3. 刘徽、祖冲之与圆周率 / 027
4. “盈不足”术的故事 / 032
5. 负数是怎样进入数学的？ / 033
6. 天元术与四元术 / 035

第四章 阿拉伯数学：永恒的金带 / 039

1. 百年翻译运动 / 039
2. 花拉子米与《代数学》 / 041
3. 阿拉伯的三角学 / 044
4. 奥马尔·海亚姆：诗人数学家 / 045

5. 阿尔·卡西与《算术之钥》 / 047

附 阿拉伯天空的数学群星 / 049

第五章 数学在欧洲的复兴 / 050

1. 走出中世纪 / 050

2. 斐波那契 / 052

3. 斯蒂文与十进小数 / 054

4. 纳皮尔与对数的发明 / 056

5. 韦达与符号代数 / 058

6. 文艺复兴时期的数学 / 059

第六章 从解析几何到微积分 / 063

1. 笛卡尔与解析几何 / 063

2. 微积分思想的酝酿 / 067

3. 牛顿的微积分 / 072

4. 莱布尼兹 / 077

第七章 代数学的华彩篇章 / 084

1. 求解三次方程的竞赛 / 084

2. 阿贝尔：为什么五次方程没有公式解？ / 087

3. 伽罗瓦与群论 / 090

4. 哈密尔顿的四元数 / 095

第八章 非欧几何革命 / 100

1. 对欧几里得的责难 / 100

2. 寻找第五公设的“证明” / 101

3. 波尔约：“我从虚无中创造了一个奇妙的新世界！” / 104

4. 罗巴切夫斯基：几何学中的哥白尼 / 109

5. 非欧几何奇境 / 111

第九章 分析的严密化 / 117

1. 无穷小：挥不去的“幽灵” / 117

2. 新的探路者 / 120

3. 分析中注入严密性 / 123

4. 分析算术化 / 127

第十章 数学的新时代 / 131

1. 希尔伯特——数学世界的亚历山大 / 131

2. 几何学的统一 / 134

3. 数学基础与哥德尔不完全性定理 / 136

4. 费马大定理：数学的新荣耀 / 139

第一章 数学的起源

“数”，为人们司空见惯，“数（shǔ）数（shù）”也几乎是每个人从小就要学习的一种技能。我们每天都在使用数字，却很少去想数字是怎样产生的，它给我们的生活带来怎样的影响。可以说，没有数字，也就没有今天的数学和其他科学。可见数字的发明多么伟大、多么重要。有了数字，然后才有数学。那么，就让我们从探索数字的起源开始吧。

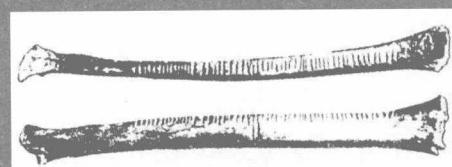
1. 原始的记数法

我们的祖先最初并不懂得数字是什么，更不会数数。他们在采集、狩猎中首先注意到一只羊和一群羊、一头狼和整群狼在数量上的差异，形成了原始的“数觉”，然后逐渐看到一只羊、一头狼、一条鱼、一棵树……之间存在的共通的东西，即“单位性”。最初的物物交换，促使他们把交换双方的物品一一对应着排列好，对应比较的结果自然就有了“多”、“少”和“相等”的概念。这

种为一定物群所共有的抽象性质，就是“数”（shù）。数的概念的形成可能和火的使用一样古老，而对人类文明的意义也绝不亚于火的使用。

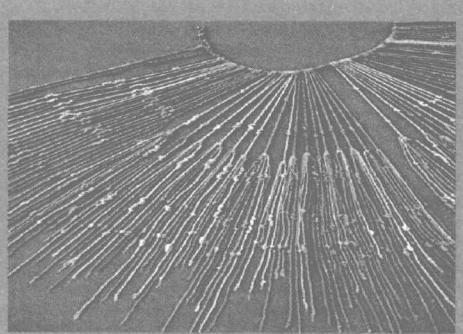
有人要问：“怎么知道我们的祖先用什么方法数数呢？”

对此并没有明确的记载。向袋子里投小石子、在墙壁上画杠杠都用过，当然，最方便的还是我们自己的手指，不仅是手指，身体的其他部位都可以用来表示数量。

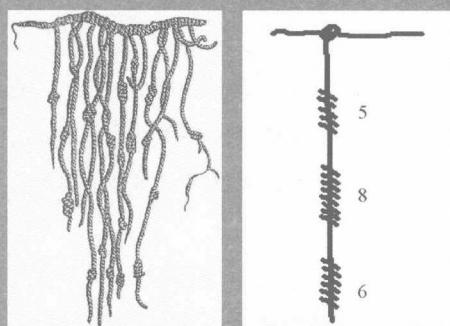


狼骨上的刻痕记数。1937年在捷克Moravia出土。

要把这些数量信息保存下来，于是又有了“刻痕记数”和“结绳记数”。上图所示为同一根狼骨的不同侧面，上面共刻有55道刻痕，按5个一组排列。据



基普 (quipu)，南美印加 (Inca) 部落用来记事的结绳，秘鲁利马 Larco 博物馆馆藏。



“基普”上的绳结，上面一结5道，表示500；中间的结8道，表示80；下面的结为6道，表示6。这样就表示了586。

考古学家考证，这根狼骨的年代大约在公元前3万到2.5万年之间。中国古代的文献《周易·系辞》记载有“上古结绳而治，后世圣人，易之以书契”。“结绳而治”即结绳记事或结绳记数，“书契”就是刻画符号。生活在南美秘鲁地区的印加人到19世纪还使用结绳记数的方法。这种记数方法是在一根较粗的绳子上拴系涂有颜色的细绳，再在细绳上打结。当地人称其为“基普”(quipu)，“基普”的细绳通常由南美的无峰骆驼或羊驼的毛编织而成，有些“基普”只有几根细绳，但有些可多达上百、上千根。细绳上的“结”构成了以10为基(bace)的记数系统。

2. 尼罗河的赠礼

随着社会的发展，人们越来越感觉到创造数字的必要性。这里首先介绍古代埃及人的发明。

尼罗河发源于非洲东部的高原之上。埃塞俄比亚高原的季节性暴雨，导致尼罗河每年都会定期泛滥。洪水退后，河谷两岸披上了一层厚厚的淤泥。土壤变得非常肥沃，庄稼在这里可以一年三熟。尼罗河养育了埃及人民，早在公元前4000年，那里就集居了几百万人。古希腊历史学家希罗多德(Herodotus, 前484—前425)有一句名言：“埃及是尼罗河的赠礼”，恰如其分地说明了尼罗河对于古埃及文明的重要意义。

巍峨的金字塔是古代埃及人民智慧与勤劳的结晶，著名的狮身人面像还



埃及象形文字表示的数字。



刻在墓室墙壁上的埃及数字。

在向游人询问“斯芬克斯之谜”。古代埃及人创造了象形文字，他们的数字也是象形的。1就是一竖|，10像拱门匚，100是一卷绳子匱，1 000像尼罗河畔的荷花匱，10 000是一个指头匱，有时向左弯，有时向右弯，100 000有几种写法，有时像蝌蚪匱，或青蛙匱。 10^6 是一个巨大的数字，人们听了都会吃惊。因此埃及人就用匱来表示100万。最大的单位是 10^7 ，啊，1 000万！埃及人认为这个数字已经超过了人们可数的范围，是神的数字，也是神才懂得的数字。于是，他们选择初升的太阳表示1 000万。埃及记数方法是10进制的，但不是位值制，它在不同的位置上用不同的符号。

尼罗河三角洲盛产一种芦苇状的水生植物莎草(papyrus)，它的茎干经过压平晒干后，可以用作书写，英语中的paper(纸)一词即来源于此，这种植物因而被人称为“纸草”。1885年，英国考古学家兰德在埃及古董市场上收购了一

份写在“纸草”上的数学书，并对它作过研究，所以这份珍贵的文献就以“兰德”命名。《兰德纸草数学书》是长条形的，长544厘米，宽33厘米；上面写着密密麻麻的象形会意文字，合计85个实用数学习题的解答方法。算术中有十进数学的符号、分数计算应用题等；代数中有一元一次方程、等比数列等；几何中有圆周率的近似值(3.160 4)、三角形的面积、球的体积等。从数学史的角度来看，是很有价值的著作。《兰德纸草数学书》的著者是阿墨斯，所以又称《阿墨斯纸草数学书》。与《兰德纸草数学书》大致同时的古埃及数学文献，还有《莫斯科纸草数学书》，它们都是最古老的数学书。“纸草数学书”成为今天研究埃及数学的宝贵资料。

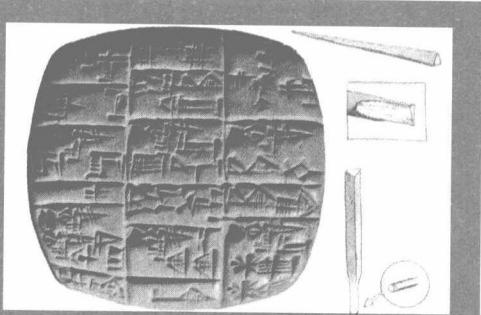
3. 巴比伦的智慧

尼罗河孕育了古埃及文明。大约同时，位于现在伊拉克共和国境内的底



(左图)《兰德纸草数学书》(部分)，原件现藏大英博物馆；(右图)《莫斯科纸草数学书》中关于平截棱台体积的计算。





巴比伦“楔形文字”的书写。

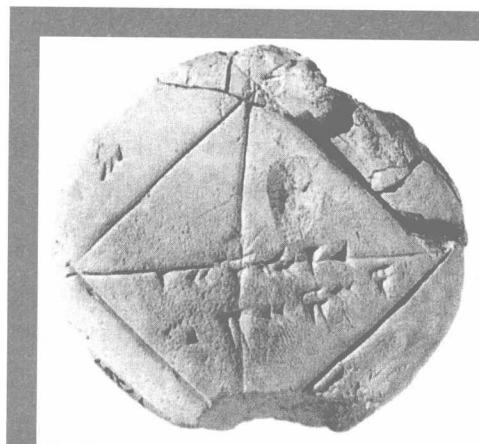
格里斯河、幼发拉底河的两河流域也兴起另一个伟大的古代文明——古巴比伦。

虽然巴比伦与埃及相去不远，但巴比伦的数字与埃及数字却截然不同。在巴比伦地域，没有埃及的“纸草”，甚至连便于刻写的石头也不容易找到。不过，这并没有难住他们。巴比伦人选择粘土板作为书写工具，把一支硬笔的笔尖削成锐利的等腰三角形，压印进湿软的粘土书板中，硬笔稍稍偏斜，就能在粘土板上印出这个等腰三角形的顶角或一个底角。然后把写好的书板晒干或烘干，使其坚硬耐久，便于长期保存。这种符号构成的文字，就是楔形文字。从19世纪初开始，考古学家在两河流域进行大规模的发掘，出土了大约50多万块泥板。经过半个多世纪的努力，学者们终于使掩埋在地下数千年之久的文化宝藏重现于世。通过对楔形文字的解读，我们了解到巴比伦数学的精彩内容。

在巴比伦数字中, 表示1, 表示2, 表示3, 表示4, 表示5, 表示6, 等等。10用 表示, 20用 表示, 30用 表示, 40用 表示, 50

表示为 。巴比伦采用60进位法来记数，60以下用简单累数法。这样，23就被表示为 ，57被表示为 。60以上采用位值制，如 表示： $2 \times 60 + 25 = 145$ ； 表示： $3 \times 60^2 + 31 \times 60 + 49 = 312709$ 。

巴比伦的分数也是60进位的。上图是一块收藏在耶鲁大学的泥板书，揭示了正方形的边长和对角线的关系。图中：



耶魯7289号

正方形边上的数为30，表示正方形边长；

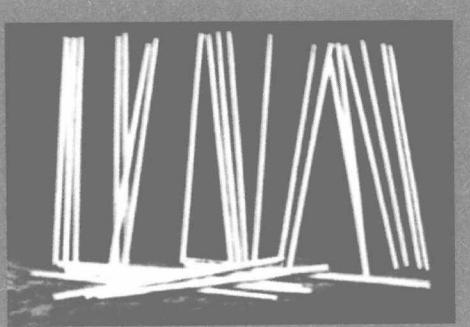
对角线上的数  (1; 24, 51, 10), 表示为60进位的分数, 即是:

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} \approx 1.414\ 213$$

对角线下的数 
(42; 25, 35), 这说明巴比伦人认识到, 如果正方形的边长是30, 那么它的对角线就是 $30 \times (1; 24, 51, 10)$ 。

4. 中国古代的算筹记数

最接近现代10进位位值制是中国的算筹记数法。



1983年陕西旬阳出土的西汉象牙算筹。

算筹是将几寸长的小竹棍摆在算板上进行计算，南北朝时期的《孙子算经》中记载了算筹记数的口诀：

“凡算之法，先识其位，一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当”。

稍后的《夏侯阳算经》补充为：

“……满六以上，五在上方，六不积算，五不单张”。

纵式筹码为：



横式筹码为：



记数时起始的个位用纵式，然后纵横相间，如752 836可记为：



最初筹码中没有“零”的符号，先是用空位表示，后来为了避免运算过程中出错，借用古书缺字符号

“□”，而“□”的书写很自然地演化为○，这一记号在宋元算书的演算中广泛使用。

5. 印度—阿拉伯数字

现在国际通用的数码常称为“阿拉伯数码”，这其实是历史遗留下来的不确切的名称，因为它们起源于印度。

位于印度河与恒河流域的印度，也是古代文明的发源地。在公元前7—8世纪的婆罗米(Brahmi)文字中，就有了最初的数码，以后渐渐向位值制发展，大约在公元600年过渡到位值制记数法。最初也是用空一格表示零，后来用小圆点表示，大约在9世纪左右出现了0号。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	=	≡	+	ḥ	↳	↷	↶	↷

公元前1世纪的婆罗米(Brahmi)数字。

印度数码也曾随佛教传入中国。唐代开元六年(公元718年)翻译了印度的《九执历法》，其中记载：

右天竺算法用上件九个字乘除，其字皆一举□而成。九数至十进入前位。每空位处恒安一点。有间或记，无由辙错，运算便眼。

但是习惯于使用算筹的中算家们并未体会到印度数码的优越性。这九个数字符号和代表空位的点流传于伊斯兰国家，引发了数学计算崭新变化。

公元773年，印度数码开始传入阿

European	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arabic-Indic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Eastern Arabic-Indic (Persian and Urdu)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Devanagari (Hindi)	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Tamil		த	உ	ஈ	ஏ	ஒ	ஃ	அ	ஊ	ங

印度—阿拉伯数码的演变。

拉伯国家。当时的欧洲正处在黑暗的中世纪，而阿拉伯人在推行伊斯兰教的同时，保存和吸收了外来文明的科学文化知识。公元830年，巴格达修建了一座智慧馆。来自埃及、希腊、印度的大量古典文献被翻译为阿拉伯文，在此基础上，阿拉伯人创造了独特的阿拉伯的科学与文明。

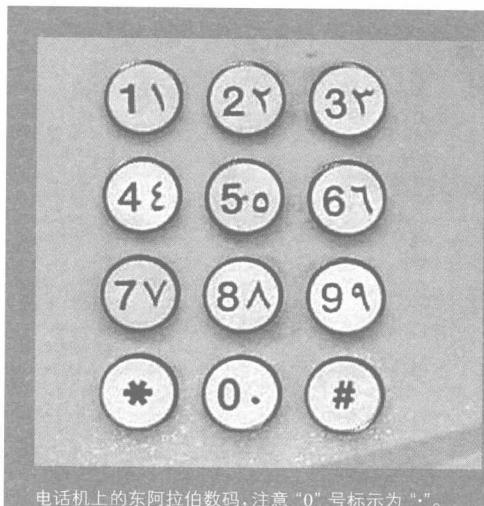
由于当时没有印刷术，数码全凭手写，字体因人因地而异，变化很大，东、西阿拉伯就很不同。西部较接近现代写法，但没有0号，东部字体逐渐固定下来，至今仍为许多伊斯兰国家使用。

6. 阿拉伯数字在欧洲的传播

在阿拉伯帝国兴起之前，印度数字就已经向西方传播了。公元662年一位叙利亚(Syria)的学者写道：

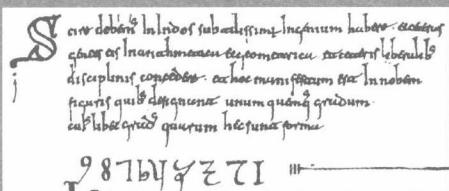
我无须再讨论印度人的科学……他们在天文学上的发现远远超过希腊人和巴比伦人，他们的宝贵方法也难以言表。我只要说一件事，那就是他们使用九个符号进行计算。那些说希腊语的人只要

相信这种方法，就会在科学的研究中达到无限的境界，他们只要读读印度人的书，就会深为折服，但现在说来有些晚了，人们已开始认识到其中的价值了。



电话机上的东阿拉伯数码，注意“0”号标示为“·”。

阿拉伯数字最先出现在公元976年编纂的插图本《维基兰努斯经典全书》(Codex Vigilanus, 西班牙)，据说这些数字由摩尔人(Moors)传入西班牙，但当时并未引起人们的注意。



最早传入西方的阿拉伯数字。注意数字书写次序：从右向左。

1202年，意大利数学家斐波那契撰写了《计算之书》，这是第一部正式向欧洲人介绍印度数码的著作。这本书一开头就说：

这是印度人的九个数码

9 8 7 6 5 4 3 2 1

还有一个阿拉伯人称之为零的符号0，利用它们，任何数都可以表示出来。

从那时起，又经过数百年的努力和改进，到16世纪中叶，终于形成了当今



斐波纳契认为阿拉伯数字最方便，并最早把它介绍到欧洲。

国际通用的数码。在欧洲人的印象中，这些数码来自阿拉伯国家，所以称之为阿拉伯数码。事实上，阿拉伯人只不过充当了把这些数码传入西方的信使。

第二章 希腊数学的荣耀

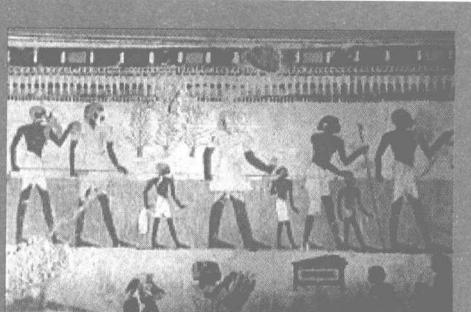
1. 几何学的诞生

尼罗河的定期泛滥冲毁了田亩疆界。每当河水退下，人们就要重新测定土地面积，“几何”知识由此产生。

历史学之父希罗多德就曾记载：

假如河水冲毁了一个人所得任何一部分土地，国王就会派人去调查，并通过测量来确定损失的确切面积。……我认为正是由于这类活动，埃及人首先懂得了几何学，后来又把它传给希腊人。

英语中的“Geometry”（几何）一词从拉丁文“Geometria”而来。“Geo”



公元前1400年的壁画，描绘了埃及人牵绳丈量土地的情景。



青铜浮雕描绘了一位女士手持圆规画图，她身后的铭牌上两个单词是“Geo”和“Metria”。

意思是“土地”，“metria”的意思是“测量”。埃及的测量员被称为“牵绳人”，在埃及的壁画上还描绘了当时人们拉绳测量土地的场面。

但是，古埃及以及巴比伦或印度人对事实只是持有一种认可的态度，在他们的数学中，告诉我们的只是“怎样做”，而不去想“为什么会这样”，因此，“几何学”在埃及还只能是零散的知识。

后起的希腊人却展示了一种完全不同的精神风貌，他们对万事都要挖掘根源、找出证据。这种寻求真理的精神

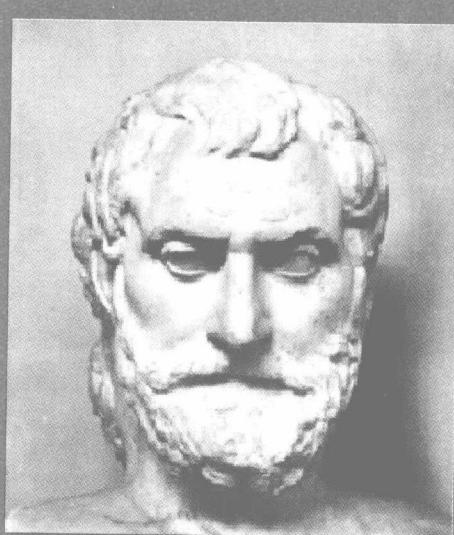
使他们在数学证明上有了更大的发展，对世界文化做出了巨大的贡献。

其中第一个代表性的人物是泰勒斯。

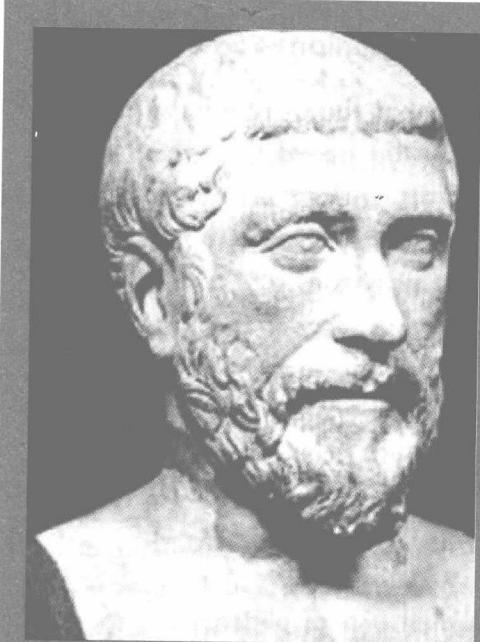
泰勒斯是希腊哲学与自然科学的奠基人。公元前624年出生于小亚细亚的米利都。

泰勒斯是个商人，他常去埃及和巴比伦，从那里学到了许多几何学的知识。据说他成功地预报过一次日食，还通过测量直立竿子的影长和金字塔的影长，利用相似三角形的比例关系算出了金字塔的高度。更重要的是，泰勒斯认为：来自实践的几何知识正确与否是需要证明的！据说他证明了下面的几何命题：

- (1) 任何圆周都被其直径等分；
- (2) 等腰三角形的两个底角相等；
- (3) 两直线相交时，对顶角相等；
- (4) 有两边夹一角分别相等的两个三角形全等；
- (5) 半圆上的圆周角是直角。



泰勒斯 (Thales, 约前624年—前546)



毕达哥拉斯 (Pythagoras, 约前582年—前497)

现在看来，这些命题都很简单，证明也很容易。但是，我们一定记得美国宇航员阿姆斯特朗踏上月球时说的话：对于一个人来说，这是很小的一步，而这是人类的一大步！(That's one small step for a man, one giant leap for mankind.) 几何学的发展历史也是这样，正是这些简单命题证明的累积，构成了早期几何学的大厦——演绎几何学正是从这里开始的。

2. 毕达哥拉斯

毕达哥拉斯于公元前582年生于小亚细亚的萨摩斯岛。他曾到埃及与巴比伦游学，回到希腊后，结社讲学，建立了自己的学派。毕达哥拉斯把他的学生分为两类，一类是普通的听讲者，他们只听讲，不参加讨论，高深的知识是不