普通高等教育"十一五"国家级规划教材

应用概率统计

（第二版）

刘嘉焜　王家生
张玉环　宋占杰　编著

科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

应用概率统计

（第二版）

刘嘉焜　王家生
张玉环　宋占杰　编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材，是天津大学“面向21世纪教育振兴计划”重点教材.

全书共分三部分. 第一部分讲述随机数学的理论基础概率论; 第二部分是数理统计，包括参数估计、假设检验、方差分析与回归分析; 第三部分讲述随机过程，它是应用随机模型解决实际问题的有力工具.

本书内容丰富，说理透彻，有大量实际问题的例子，对于揭示理论和概念的本质，有很大作用. 为使学生掌握书中的内容，作者还在每章后面编排了许多习题.

本书可供高等院校理工科大学生用作教材，也可供工程技术人员阅读参考.

图书在版编目(CIP)数据

应用概率统计/刘嘉焜等编著. —2版. —北京: 科学出版社, 2010

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-03-026847-1

Ⅰ. 应… Ⅱ. 刘… Ⅲ. ①概率论-高等学校-教材 ②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ. O21

中国版本图书馆CIP数据核字 (2010) 第031547号

责任编辑: 林 鹏 李鹏奇 刘嘉善 王 静 / 责任校对: 陈玉凤
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 陈 敬

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码: 100717
http://www.sciencep.com

北京市文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年4月第 一 版 开本: B5(720×1000)
2010年4月第 二 版 印张: 24.25
2010年4月第三次印刷 字数: 489 000
印数: 7 001—10 000

定价: 39.00元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

第二版前言

本书第二版是在第一版基础上，依据教育部最新制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”，并采纳使用本书的同行和广大读者的建议修订而成.

在保留原书优点和特色的前提下，新版对原书内容作了如下变动：删去了原书中“概率空间”一节及与其相关的内容；对原书的例题与习题作了适当的增删，去掉了一些难度较大的题目，增加了一些平时各类考试中常见的填空题和选择题，意在加强学生对概率统计基础知识的练习；依据“概率统计课程教学的基本要求”删去了原书的第 13 章 (科学计算软件 MATLAB, 该内容可在数学实验课程中介绍).

对于本书的修订，宋占杰教授提出了很多有益的建议，并参加了部分修订工作. 天津大学和科学出版社的有关领导对再版工作提供了很多支持和帮助. 在此一并致以衷心的感谢.

由于作者水平所限，疏漏和不当之处恳请同行和读者指正.

作　者

2009 年 3 月于天津

第一版前言

本书是根据教育部《关于"十五"期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神，结合天津大学近年来教学经验，在天津市"工科应用概率统计课程内容和体系改革"及天津大学"面向21世纪教育振兴行动计划"重点项目的支持下完成的.

本书是为非数学专业的大学生编写的，也可供科学工作者、工程技术人员、企业管理人员参考. 全书共分四部分. 概率论（第一章至第四章）是随机数学的理论基础；数理统计部分（第五章至第九章）介绍了参数估计、假设检验、方差分析和回归分析等常用的统计方法；随机过程（第十章至第十二章）是应用随机模型解决实际问题的有力工具，我们选择基本的内容，讲述了如泊松过程、马尔可夫链和平稳过程等有重要应用的模型；最后，简单介绍了 MATLAB 统计软件包，这部分内容对数据的统计分析和随机模型的建立与求解通过实例给出了详细说明. 这里要特别指出，计算机科学的发展和功能强大的数学软件极大地拓展了随机数学的应用范围，没有计算机软件的帮助很多随机数学方法的应用是很难实现的. 数理统计与随机过程这两部分内容是相对独立的，在教学中可根据专业需要选用.

在编写时，我们在保证命题证明严谨性的同时，特别强调数学概念的直观背景和实际应用. 对抽象的数学概念给出其实际的工程背景，对复杂的数学符号和公式用直观的语言进行描述. 希望能提高学生利用数学的方法去分析和解决实际问题的能力. 本书配备了大量的例题与习题，其中很多是实际中的问题. 概率论的习题在某种意义上不同于微积分中的习题，可以说很多习题求解都是一个建立随机模型的过程. 读懂这些例题对理解随机数学概念，学习构造随机模型的方法是有益的；独立地完成这些习题是学好这门课，掌握建立随机模型方法的重要环节.

本书的编写得到了科学出版社的大力支持，王公恕教授提供了很多素材，仔细阅读了书稿. 史道济教授也提出了对书稿的改进意见. 丁春蕾，柳湘月提出了一些建议并打印了全部书稿，他们的帮助使本书得以顺利出版. 由于作者水平所限，疏漏和错误在所难免，欢迎读者指正.

作　者

2003 年 9 月于天津

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

绪　　论

一、概率论简史

概率论是一门数学学科，最早是从研究赌徒们提出的一些问题而开始的.

机会游戏与人类相伴已有数千年历史了，直到今天它仍是人们最迷恋的活动之一. 在埃及考古发掘中发现了大量的蹄趾动物的距骨. 从公元前 3500 年的一座古墓中考古工作者发现古埃及人在一种“猎犬与豺狼”的板盘游戏中，用投掷距骨的结果决定猎犬与豺狼移动的步数. 骰子是在距骨之后发现的，伊拉克北部曾发现一颗陶制的骰子，据推断是公元前 3000 年的产物，它对面的点数是 2 和 3, 4 和 5, 6 和 1. 有人认为现在使用的对面点数之和为 7 的骰子约出现在公元前 1400 年左右. 纸牌的出现就更晚了. 这些器具不仅用于赌博，还用于占卜和算命. 公元 960 年意大利主教韦伯尔德 (Wibold) 把人的品德归纳为 56 种，每一种对应于掷 3 颗骰子的一个结果（不计次序，是可重复组合计数问题，共有 56 种不同结果），算命者掷 3 颗骰子主教就告诉他的品德是什么. 这说明当时人们已经会计算排列组合问题了.

有关赌博问题最早的一个数学问题出现在 1494 年意大利修士、数学家巴乔罗 (Luca Pacciolo) 的著作《算术，几何，比例和比值要义》中. 他的问题用现在的话说是：两人相约赌若干局，谁先赢 s 局就将获胜. 现在甲赢 a 局 $(a < s)$, 而乙赢 b 局 $(b < s)$ 时赌博中止了，问赌本应该如何分？巴乔罗认为应按甲乙已赢的局数分配. 在特例 $s = 3, a = 2, b = 1$ 时就按 $2:1$ 分配. 热衷于占星术和掷骰子的代数学家卡丹 (J. Cardan) 和塔塔利亚 (N. Tartaglia) 认为这种分配法没有考虑甲乙双方取得最终胜利还需要赢的局数. 他们指出了巴乔罗的错误，但也未能给出正确的解答. 人们又经过了 100 多年的探索，才为概率论的诞生做好了准备.

17 世纪中叶，法国贵族德・梅里 (de Méré) 向帕斯卡 (B. Pascal) 再一次提出这一问题，这引起了帕斯卡和费马 (P. Fermat) 关于这一问题的通信讨论. 帕斯卡在 1654 年 7 月 29 日给费马的信中给出了这一问题的解. 同时，费马和惠更斯 (C. Huygens) 也用不同的方法给出了正确的解. 就在这些讨论中，结晶出了“概率”和“数学期望”等基本概念. 帕斯卡的那封信被公认为是概率论的第一篇文献，标志着数学史上的一个里程碑.

帕斯卡的解法是：以 $s=3,a=2,b=1$ 为例，最终获胜所需的 3 局中甲已经赢了 2 局，乙只赢 1 局．如再玩一局，甲或者赢得最终胜利，或者至少与乙所赢局数相等．在前一场合甲可得全部赌本，而在后一场合可得一半．结果甲应得 3/4 的赌本，而乙只应得 1/4 的赌本．费马的解法是：要最终分出胜负至多需要再玩 $s-a+s-b-1$ 局，本例中至多再玩 2 局．有 4 种可能获胜结果，分别为甲甲、甲乙、乙甲、乙乙．前 3 种结果都是甲胜，只有 1 种结果是乙胜，所以甲应分得 3/4．帕斯卡还给出了这一问题的一般解法：设甲最终获胜需要再赢 $s-a=m$ 局，乙需要再赢 $s-b=n$ 局，则甲乙应按比例

$$\frac{(\mathrm{C}_{m+n-1}^{0}+\mathrm{C}_{m+n-1}^{1}+\cdots+\mathrm{C}_{m+n-1}^{n-1})}{(\mathrm{C}_{m+n-1}^{0}+\mathrm{C}_{m+n-1}^{1}+\cdots+\mathrm{C}_{m+n-1}^{m-1})}$$

分配赌本．惠更斯的解法与帕斯卡的想法类似：如果在等可能的 $u+v$ 个场合中有 u 个场合可赢得 α, 而有 v 个场合可赢得 β, 则应该赢得

$$\frac{(u\alpha+v\beta)}{u+v}.$$

可以看出，这一解法比帕斯卡更明显地引进了数学期望的概念．

虽然概率论是源于机会游戏的数学分支，但就在当时，人们已经看到这门科学必将在自然哲学中发挥重要的作用． 1657 年，惠更斯在《论赌博中的计算》中指出："在任何场合，我认为如果读者仔细研究对象，当可注意到你所处理的不止是赌博而已，其中实际上包含着很有趣，很深刻的理论基础．" 在这篇著作中，惠更斯搜集了当时有关赌博的所有已解决的问题，并提出了一些新问题． 1713 年，雅格布•伯努利 (Jakob Bernoulli) 出版了重要的著作《猜测术》．书中他给出了带两个反射壁的随机游动模型及相关问题的差分方程解法以及以他的名字命名的大数定律．棣莫弗 (de Moivre)1718 年的《机会的学理》， 1730 年的《分析杂论》都是早期概率论的重要文献．后一著作中包含著名的棣莫弗 - 拉普拉斯 (P. Laplace) 定理在 $p=q=1/2$ 场合的证明．欧拉 (L. Euler) 研究过有关赌博理论、人口统计理论及保险理论的问题．伯努利家族的很多成员对概率论的发展都做出了贡献，丹尼尔•伯努利 (Daniel Bernoulli) 研究了误差理论，他还第一次提出了后验概率的概念，后验概率的问题 1764 年在贝叶斯 (T. Bayes) 的著作中才得到解决．在贝叶斯的著作中已经把概率的方法从用于赌博问题提高到应用于一般科学问题的研究之中，他给出了古典型概率的定义和计算的方法．贝叶斯最大的贡献是著名的贝叶斯公式和有争议的贝叶斯假设．正是基于他的思想，产生了现代的主观概率学派，并形成了数理统计中的重要的贝叶斯方法．蒲丰 (G. Buffon) 的《或然性的算

术尝试》发表于 1777 年，他讨论了几何型概率问题，还发表了许多关于巴黎及法国人口统计的结果.

概率论中最重要的进展是和力学家、数学家拉普拉斯的名字分不开的. 1774～1782 年他在《论事件原因概率》、《概率论报告》、《关于序列的报告》中研究了关于划分赌本的古典概率问题，对贝叶斯公式给出了准确的表述，第一次系统的介绍了母函数在概率论中的应用，研究了概率论在人口统计，误差理论和天文学问题方面的应用. 1812 年出版了《概率的分析理论》，第一次叙述了我们称之为古典型概率的定义，给出了棣莫弗 - 拉普拉斯定理的证明，建立了误差理论及最小二乘法. 拉普拉斯不仅得出一般理论的结果，同时还收集大量的实际数据并应用理论进行统计分析. 这部著作是他自己，也是前一时代概率论研究成果的总结. 值得指出的是该书第二版题为《关于概率的哲学探讨》的序言，鲜明地表达了拉普拉斯的决定论哲学立场. 他写道“……我们应该把宇宙的现在情况看作是它以前情况的后果，并且看作是以后情况的原因.”拉普拉斯的大半生致力于天体力学的研究，这使得他成为经典力学的杰出代表.

高斯 (F. Gauss) 从误差理论推出了正态分布，也称为高斯分布. 最小二乘法的基础也大都是高斯独立完成的. 主要是分析学家的泊松 (S. Poisson) 得到了一种重要的分布 - 泊松分布，证明了以他的名字命名的泊松定理，推广了伯努利大数定律. 他的工作记载在 1837 年的著作《关于民事审判的概率的研究》中，其中一些结果在射击理论方面的应用则在《打靶概率研究报告》中阐明.

应当指出，著名的彼得堡学派的工作为概率论建立牢固的逻辑基础做出了重要贡献. 布尼亚可夫斯基 (V. Bunjakovskii) 做了统计和人口调查研究，他 1846 年的《数学概率论基础》是第一本俄文教科书. 切比雪夫 (Chebyshev) 是布尼亚可夫斯基的学生，他最先提出严格证明极限定理的要求，把有力的矩方法引入概率论，并推广了大数定律. 马尔可夫 (A. Markov) 将大数定律的独立性条件放宽为相依性试验，他的最大贡献是奠定了随机过程论的基础，以他名字命名的马尔可夫过程是现代随机过程论中最重要的随机模型之一. 李亚普诺夫 (A. Lyapunov) 证明了在相当广泛条件下的中心极限定理，并创立了有效的特征函数方法. 切比雪夫和他的两个学生马尔可夫、李亚普诺夫是最早使用随机变量并充分发挥数学期望效用的数学家. 正是他们的工作为俄国的概率论研究打下了坚实的基础，才使数学概率论诞生在那片土地上.

在 18～19 世纪，虽然概率论在理论和应用方面得到了很多成果，但与其他数学分支比较，概率论的发展是缓慢的. 可以说，直到 20 世纪以前概率论还未进入

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

主流数学. 以至于在克莱因 (M. Kline) 的名著《古今数学思想》中有关概率论史的叙述连一小节都没有. 或许这与概率论研究的对象不同于传统的数学有关, 或更主要的是它缺乏严格的逻辑基础, 还不能成为数学大家庭的一员. 而作为概率论基础的度量函数论 —— 《测度论》, 20 世纪以前还没有出现.

1900 年, 在巴黎国际数学家大会上, 希尔伯特 (D. Hilbert) 做了题为《数学问题》的重要报告, 以数学问题的形式规划了新世纪数学科学的主攻方向. 在第六个问题 "物理公理的数学处理" 中希尔伯特讲到: "几何基础的研究提示了这样的问题: 用同样的方法借助公理来研究那些其中数学起重要作用的物理科学, 首先是概率论和力学. 关于概率公理, 在我看来, 其逻辑研究应与数学物理以及特别是气体运动论中的均值方法的严格而充分的发展相结合. ······" 对希尔伯特来说, 公理方法从来都不是进行研究的出发点, 相反, 它是用来增进理解现有的、复杂的理论的一个工具. 1905 年他在一次授课笔记上写道: "科学大厦的建立并不像盖房子那样先要打好坚实的基础, 然后才去建造并扩充房间. 科学更喜欢尽快地去获取宽裕的遨游空间, 只有当后来种种迹象显示出其松散的基础无法再能承受房间的扩建时, 它才寻求对它们进行支撑和加固. 这不是一种缺陷, 相反, 它是一条正确、健康的发展道路." 概率论已经到了其松散的基础无法再承受房间再扩建而必须对它们进行加固的时候了.

1902 年, 勒贝格 (H. Lebesgue) 的论文《积分、长度和面积》建立了测度论的基础, 经过博雷尔 (E. Borel) 、拉东 (J. Radon) 、弗雷歇 (M. Fréchet) 、斯泰因豪斯 (H. Steinhaus) 等的努力, 一直到 1930 年勒贝格的理论发展到了严格表述概率论公理化所必须的程度. 1933 年柯尔莫哥洛夫 (A. Kolmogorov) 的著作《概率论基础》正式出版, 给出了概率论公理化的完整的结构. 从此, 概率论才正式成为真正的数学分支. 目前, 绝大多数的教科书都是以柯尔莫哥洛夫的公理体系为起点的.

在概率论公理化的过程中还出现了 1921 年以凯恩斯 (J. M. Keynes) 为代表的 "主观概率学派" 和 1928 年以冯 • 米泽斯 (von Mises) 为代表的 "客观概率学派". 凯恩斯主张把任何命题都看作是事件, 例如 "明天将下雨", "土星上有生命" 等等都是事件. 他把这些事件的概率看作是人们对这些事件的可信程度, 而与随机试验无关, 通常称为主观概率. 冯 • 米泽斯定义一个事件的概率为该事件出现的频率的极限, 而作为公理就必须把这一极限的存在当作第一条公理, 还要加进其他公理, 使问题复杂化了. 此外事件出现的概率是和 "长度"、"面积" 同样的一种 "度量", 是客观存在的, 而冯 • 米泽斯的定义是半理论半经验的混杂, 不符合公理化的要求, 因而也不被数学界认同. 应当指出, 有关概率公理的三种观点对概率概念如何理解

的争论至今仍在进行. 这一争论是有益的, 因为通过各个学派的辩论, 可以达到不同观点的相互渗透, 才能推动概率论的理论、实践和应用更快地发展.

20 世纪, 特别是后 50 年, 概率论、数理统计和随机过程由于基础的完善, 在理论和应用方面都得到了迅速发展. 具体内容由于涉及超出本书读者的知识范围, 就不详述了. 看到数学家们能够从研究机会游戏的问题出发, 最终发展成一门概率论这样的数学学科, 的确是令人神往和惊叹的.

二、加强随机数学教学的意义

当前, 人类已进入空间时代和信息社会, 科学技术获得了飞速发展. 在这一过程中, 数学科学的发展成为这一进程中独一无二的, 不可替代的主导力量. 数学自身的发展水平深刻地影响着人们的思维方式, 影响着一切科学的进步. 数学化已经成为一门科学之所以能成为科学的重要特征了. 定性的、经验的被定量的、数学的代替或补充成为学科发展的必然趋势. 数学科学是通向科学成功的必经之路, 具有挑战性的数学教育在提供个人机遇和促进我们社会长期经济增长中的价值, 已经有了无可否认和决定性的增长. 因此, 加强对大学生的数学教育, 对培养高素质的人才是至关重要的.

对非数学专业的大学生进行数学教育的一个重要目的是培养学生运用数学来阐明科学概念和描述科学现象的本领, 提高应用数学方法解决实际问题的能力. 而应用数学方法解决实际问题的步骤一般是: (i) 用数学语言表述科学问题; (ii) 建立数学模型, 求解; (iii) 用科学语言解释所求得的解. 学生在学习数学时应有意识地培养自己在这三个方面的能力.

在构造数学模型时, 按照实际问题条件的因果性质可分为确定性模型与随机性模型两类. 我们知道, 在应用中, 抽象的数学模型只是当作工具使用, 对同一个具体问题可以采用不同的模型来描述, 数学理论的应用不依赖于事先形成的意见, 它是一个有目的的技术, 依赖于经验, 而且随着经验的改变而改变. 下面我们以群体增长问题为例, 给出确定性与随机性的两类模型, 按照上面一般步骤分别求解, 并加以比较.

设 $x(t)$ 表示 t 时刻群体中的细菌数, 假定群体的细菌数只能增加, 在 $[t,t+\Delta t]$ 内细菌的增加与时刻 t 时的细菌数成正比, 即 $\Delta x(t)=\lambda x(t)\Delta(t)+o(\Delta t)$, 其中 $\lambda>0$ 为常数. 由此可得微分方程 $\mathrm{d}x(t)=\lambda x(t)\mathrm{d}t$. 假定 $x(0)=x_0$, 可求出 $x(t)=x_0\mathrm{e}^{\lambda t}$. 这里, 我们假定 $x(t)$ 是时间 t 的连续可微函数, 这就是描述细菌群体的确定性模型.

下面我们考虑同一问题的随机模型. 用 $X(t)$ 表示 t 时刻的细菌数, $X(t)$ 是一个取非负整数值的随机变量, 于是 $\{X(t), t \geqslant 0\}$ 是一随机过程. 我们要研究 $P\{X(t)=k\}=p_k(t)$, 即 t 时刻细菌数为 k 的概率. 在类似的假定下, 建立可列多个方程组成的差分微分方程组, 求解可得

$$p_k(t)=\left(\begin{array}{c} k-1 \\ k-x_0 \end{array}\right) \mathrm{e}^{-x_0 \lambda t}(1-\mathrm{e}^{-\lambda t})^{k-x_0}, \quad k=x_0, x_0+1, \cdots$$

其中, x_0 是开始时群体的细菌数. 在随机模型中, 我们得到的 $X(t)$ 是取非负整数值的, 并得到了 t 时刻群体细菌数为 k 的概率. 若令 $m(t)=E[X(t)]$, 经计算可得 $m(t)=x_0\mathrm{e}^{\lambda t}$ (详见本书例 10.4.5). 即 t 时刻群体细菌数的数学期望与确定性模型群体含量表达式是相同的, 也就是说确定性模型得到的解是 t 时刻的平均群体含量. 显然, 随机模型给出了更多的信息, 比如利用随机模型还可以求出 t 时刻群体细菌数 $X(t)$ 的方差或其他数字特征, 在实际应用中这是有重要意义的. 可以说在这个问题中, 随机模型比确定性模型更好地描述了群体增长问题.

在很多场合, 随机模型是确定性模型所无法代替的, 量子力学产生的历史就是一个光辉的例证. "量子" 这个词是与 20 世纪一起出生的. 1900 年 12 月 14 日德国物理学会在柏林的一次例会上, 普朗克 (M. Planck) 第一次引进 "量子" 这一概念. 他在一封信中写道 "这只是一种纯形式上的假设. 说实在话, 我不过是为了不管怎样都能得到正确的计算结果, 除此之外天才知道我指望从中得到什么. " 因为在当时, 经典物理学认为能量是连续的. 尽管普朗克提出的量子假说已被实验证实, 他也不想破坏自己心中坚信的经典物理的原则. 这种立场他始终没有改变. 1911 年洛伦兹 (H. Lorentz) 在第一次索尔维会议上提出了创建微观世界力学的任务, 物理学家们为此进行了不断的努力. 人们试图从经典力学的原则出发对量子力学给出合理的解释, 但都没有获得成功. 什么是经典力学的原理? 经典力学的创建者之一、法国数学家拉普拉斯认为, 如果把宇宙间所有物体或者质点在给定时刻的坐标和速度的精确值告诉给一个物理学家, 那么他就能预先描述世界在任何另外一个时刻的画面, 不论是未来的和过去的. 经典力学是铁一般的因果律在哲学上的体现, 是用确定性模型方法描述的. 也就是说, 宇宙间所有事件的因果都是事先完全决定了的, 单方向确定了的. 经典力学和决定论哲学就是这样认识世界的, 他们认为可能与存在是一致的. 但是玻尔 (N. Bohr) 和海森伯 (W. Heisenberg) 以及当时认为量子跃迁思想是现实存在的客观反映的人们早就怀疑这一点了. 在玻尔的思维中, 物理学变成了自然哲学. 他们想到了, 为了给量子力学以正确的解释必须与经典力学和决定论哲学分手. 应当指出, 希尔伯特 1905 ~ 1914 年关于分子运动

论和辐射理论的工作影响了一批物理学家，包括艾伦弗斯特 (P. Ehrenfest) 和玻恩 (M. Born). 1905 年在哥廷根，希尔伯特讲授了一门课程，其大部分内容讨论了物理学的公理化. 在这门课程中，分子运动论是作为概率演算、误差理论的一种特殊应用而出现的. 他强调了概率论在分子运动中的重要性， 指出在这一研究中将概率论和微积分结合起来应用是一种非常具有独创性的贡献， 它可以导致深刻而有趣的结果. 1926 年 6 月玻恩的论文《碰撞过程的量子力学》正式发表，首次提出波函数的概率解释. (玻恩的这一成果由于背离了经典力学的原则，长期受到普朗克、爱因斯坦 (A. Einstein) 和薛定谔 (E. Schrödinger) 等权威们的责难，比公认的应当获奖的 1932 年推迟了 22 年才获得诺贝尔物理学奖， 成为科学史上科学蒙难的一个典型.) 1927 年 2 月，玻尔和海森伯用随机数学的方法刻画了测不准原则和互补原则，给出了量子力学的正确描述. 经过 16 年的努力，新的微观世界力学出现了. 值得指出的是，在这一过程中， 洛伦兹、卢瑟福 (E. Rutherford) 和爱因斯坦这些物理学的革新家却都是新力学的反对者. 1927 年秋，第五次索尔维会议上，主席还是洛伦兹， 他对量子力学的随机解释并不满意. 他说“对我来说，电子就是粒子，它在每一给定的时刻都处于空间的确定点上. ······”他干脆拒绝了量子力学. 而爱因斯坦则试图要推翻微观世界随机性描述的不可避免性，他的名言是“上帝不掷骰子.”在这次会议上，爱因斯坦对新力学不断地发难，他的近友艾伦弗斯特对他说 “我真为你羞愧，爱因斯坦，你反对新的量子理论的作法和你的敌人反对相对论的作法一模一样 !”著名的英国作家肖伯纳 (G. Bernard Shaw) 有一句名言：唯一的历史教训就是忘记了历史的教训. 甚至连伟大的爱因斯坦也未能成为这一真理的例外. 量子力学的产生在科学史上是一座丰碑，这也说明了随机数学具有方法论的重要性和自然哲学上的意义.

由于现实世界几乎一切可观察现象都具有随机性，所以与确定性数学相对，随机模型方法具有越来越重要的意义. 当我们用雷达观测飞机时，要测量飞机的高低角、方位角与距离，对这三个量 的测量不可避免地带有误差. 影响测量精度的因素非常多：有来源于安装雷达载体的 (海岸，飞机，船等)； 有来自目标的 (目标发出的闪烁、噪声等干扰)；有来自电磁波传递的(传递误差、多路误差等)；有来自周围环境的 (大气折射、大气中的电磁现象等) 等等. 这些因素本身在不断地变化着， 而影响它们变化的又有许多因素. 在用雷达观测飞机的过程中要不间断地进行测量， 人们常说影响每次测量精度的因素太多，太复杂了，所以无法知道每次测量的精确的数值. 那么， 能否在将来的某一天，提高了我们的科技水平后能够精确进行测量呢？显然，这些人试图每次进行精确测量就如同要给电子轨道以精确描述的人一样陷入了决定论的泥潭. 事实上，问题不仅在于能否精确地知

道每次测量误差的大小，问题还在于对实际工作人员来说需不需要知道这些，或至少在不知道这些时能否有效地利用雷达测量结果满足实际需要. 从每次测量误差的因果关系出发，试图求出精确的测量结果，是否认随机性的客观存在，是不正确的. 恩格斯 (F. Engels) 在谈到决定论时，就批评过那些企图对一个豌豆荚中有几粒豌豆也要用因果关系加以说明的人，认为这“也还是没有从神学的自然观中走出来.”（《自然辩证法》）在用雷达跟踪飞机的问题中，分析多次观测的结果在表面上杂乱无章的误差中存在着一定的规律性，随机数学方法正是透过这些表面的偶然性揭示过程的内在规律性的数学工具. 用雷达跟踪飞机是如此，在我们用测量仪器仪表进行任何一种测量也同样是如此.

从 20 世纪 50 年代开始，特别是近年来，随机数学方法已广泛的应用到自然科学的各个方面. 天文学中星云密度起伏，辐射传递的研究要用到随机场的理论. 物理学中研究电子光子级联过程的起伏时要用到波利亚 (G. Polya) 过程及更新过程的理论. 放射性衰变、粒子计数器、原子核照相乳胶中的经迹理论中要用到泊松过程的理论. 研究化学反应的时变率及影响这些时变率的因素问题，自动催化反应、单分子反应、双分子反应的动力学模型要用马尔可夫过程来描述. 在生物遗传学、生态学中都要用到随机模型方法. 在研究群体增长问题时就有生灭型随机模型、两性增长模型、依龄增长模型、扩散模型、群体中的竞争模型与相克模型. 群体迁移模型也已成功地应用随机模型方法. 在生命信息科学中研究基因结构模型及蛋白质中氨基酸组成的分类等问题中应用隐马尔可夫过程、贝叶斯判别和多元统计分析方法.

对于工科院校各专业，可以说不使用随机数学方法的领域已经不存在了. 随机振动的理论、极值分布的理论在机械制造、汽车减震器的设计、船舶的结构设计、建筑结构的抗震研究、航天器的随机疲劳等问题中都已成为必要的工具. 电子电路设计、系统的自动控制理论、信号处理中的适应性滤波、决策及特征判别等方面广泛的应用平稳过程及马尔可夫过程的理论. 在化学工程方面，马尔可夫过程用于受扩散控制的反应动力学研究及描述长链高分子的降解和某些树脂的重排列，在电化学中电镀过程控制、极板腐蚀问题都要用到随机模型. 在土木工程设计与规划问题中要用到可靠性理论，建筑构件受到随机荷载的响应问题，空气净化的控制问题以及环境工程方面的大量问题都要用到随机数学方法. 各种随机服务系统，如电话通信、机器维修、路口交通信号控制、库存问题、水库调度、港口装卸、计算机网络的优化设计都涉及排队论的应用. 在经济学中，时间序列建模与预报对期货、股票、证券及金融投资分析都有重要的意义. 在金融风险分析和保险精算学中

用到更新过程及軼论. 在管理科学、技术经济与系统工程中大量应用随机数学方法则已经成为近年来最为活跃的方向了.

甚至于政治学、社会学、语言学、历史学等人文、社会科学也都不同程度地应用随机数学方法, 如研究人口流动、人才交流、父子职业变化问题时要建立随机数学模型. 数理语言学应用数理统计方法取得了很多成果. 历史学与随机数学方法相结合并产生了新的边缘学科 —— 度量历史学 (cliometrics).

综上所述, 加强随机数学的教学已经成为面向 21 世纪基础数学教学内容和课程体系改革的重要方面之一了. 我们知道, 从地理大发现和日心说, 20 世纪 60 年代的地球村, 到 90 年代, 人类已进入"数字地球" (人类认识地球的第三次飞跃) 的时代. 1998 年初, 戈尔 (Gore) 在加利福尼亚科学中心发表了题为《数字地球: 21 世纪认识我们这个星球的方式》的讲话, 正式提出了"数字地球"的构想. 他说: "一场新的技术革命正在使我们获取、存储、处理和显示信息的方法发生翻天覆地的变化, 它使得我们对有关我们星球以及周围环境, 文化现象等史无前例的海量数据的处理成为可能, 而它们中的大部分信息是有关地球的, 即与地表位置有关的信息." 从信息高速公路到数字地球人类仅仅经历了 10 年. 从地球的资源、生态、环境到可持续发展的战略, 我们正面临新的挑战. 有关地球的海量的数字信息需要统计, 需要分析处理, 并应用于科学预测, 随机数学方法是重要的工具之一. 数字地球将涉及全球经济的区域重组, 跨国公司的资源再分配, 全球的环境变化与区域可持续发展, 乃至建立世界新秩序与保证国家安全等诸多重大问题. 要培养出能够适应数字地球时代发展需要的合格人才, 适应当代科技高速发展的需要, 改革大学生基础数学教育加强随机数学教学是非常重要的.

试读结束: 需要全本请在线购买: www.ertongbook.com