

管 理 數 學

數量決策方法的基礎

全 冊

羅 吉 榜 著
陳 忠 和

天一圖書公司 印行

管 理 數 學

數量決策方法的基礎

羅吉榜 著
陳忠和

成功大學工業管理研究所碩士

天一圖書公司 印行

序 言

自從「科學管理之父」泰勒(F.W. Taylor)提倡科學管理以來，各種管理思潮不斷的發展，形成了各種學派，其中數量學派（亦稱管理科學學派）的發展，由於二次大戰期間為了動員各種資源取得勝利所發展出來的數量技術，於戰後被民間企業應用於企業資源管理而獲得更大的進展，1950年代以後電腦技術的發展，又將數量技術的應用帶上了另一境界，1980年代微電腦技術，結合了通訊技術與電腦網路技術的進步，使得數量學派的各種數量方法與技術的運用更為普遍化，不但使企業主管的決策能力增加，亦溶入了其他學派的領域之中。

處於這個變化多端的時代，企業規模逐漸規模化與複雜化，各階層管理者完全憑直覺判斷來處理各種問題的時代已逐漸過去，他們必須運用系統觀念去分析問題，整合問題，並有效地用科學方法及統計原理，建立各種控制模式，從模式中導出答案，作為決策之依據，這已完全顯示解決企業問題的方法，是來自於集體思維，參與磋商的結果。今日我國企業在面臨國際化、自由化的衝擊下，許多往日的優勢，逐漸失去，因此如何運用這個原理去改善生產技術與經營管理是今日我們研究數量方法時，所應深思的課題。

由於本書是為那些不欲更深入研習作業研究課程，或非管理等相關科系之讀者，為對數量方法或技術有所瞭解與認識而編寫，因此本書在內容結構上僅分別介紹常用的線性規劃與非線性規劃之問題與技術，採取這種方式的目的有三：

第一，介紹數量方法與技術方面所使用的基本數學運算觀念。

第二，為讀者介紹常用的數量方法與技術。

第三，試圖為欲研習作業研究課程者提供——先期基礎觀念。

基於以上三個目的及其與傳統的作業研究課程有所不同，因此本書乃使“管理數學——數量決策方法的基礎”的名稱。

本書內容共分成二十章（內容介紹請參閱本書第一章1-2.4節）足敷一學年教學使用，亦可視學生程度與教學時數多寡斟酌伸縮，不過第一到十二章建議讀者一定要研習，第二十章則可斟酌前十九章教學內容自由選用。

本書能夠完成並付梓，受到天一書局秦振順先生的鼓勵與支持最多，此外電腦程式方面蒙李榮豐先生多方指導與協助，在此亦一併誌謝。由於編者個人才能有限，疏漏與錯誤之處，尚祈諸先進不吝指正，是幸！

羅吉榜 謹誌
陳忠和

中華民國七十六年十月於台北

目 錄

第一篇 概 論

第一章 基本概念	1
1-1 何謂管理數學	1
1-2 計量技術與方法在科技時代的重要性	7

第二篇 線性規劃問題與技術

第二章 向量，矩陣與行列式	17
2-1 向量	17
2-2 矩陣的定義	24
2-3 矩陣基本運算	29
2-4 矩陣的一些代數特性	31
2-5 行列式及其性質	50
2-6 行列式的展開與代數餘因子	59
2-7 反矩陣的求法	63
習 題	69

第三章 線性方程組及其解法	75
3-1 線性方程式與線性方程組	75
3-2 線性方程組的解法——高斯—喬登消去法	80
3-3 線性方程組的存在性	85
習 題	96

第四章 線性規劃	99
4-1 基本觀念	99
4-2 模式的設立——舉例說明	101
4-3 線性規劃的限制	115
4-4 彙 總	116
習 題	117
第五章 線性規劃——圖解法	121
5-1 畫圖求解	121
5-2 最小成本	125
5-3 圖解法步驟彙總	127
5-4 邊界點上的最適解	128
5-5 彙 總	130
習 題	131
第六章 線性規劃——單純法	135
6-1 單純模式	135
6-2 單純矩陣	136
6-3 矩陣的解釋	143
6-4 反矩陣的求解	145
6-5 最小化問題	148
6-6 退 化	153
6-7 多重最適解	155
6-8 沒有界限的問題	156
6-9 無適合解的問題	157
6-10 彙 總	158
6-11 電腦單純法——福傳語言程式	161
習 題	164

第七章	線性規劃——對偶問題與敏感度分析	167
7-1	對偶觀念	167
7-2	敏感度分析	171
7-3	彙 總	176
	習 題	178
第八章	特殊規劃問題 ——運輸問題	181
8-1	運輸模式	181
8-2	運輸問題的求解方法	183
8-3	目標函數最大化	199
8-4	不均衡問題	199
8-5	退 化	201
8-6	彙 總	203
	習 題	205
第九章	特殊線性規劃問題(二)——指派模式，分枝界限模式及其他	
	其他	209
9-1	指派模式	209
9-2	指派法則	210
9-3	分枝界線模式	214
9-4	整數規劃	219
9-5	目標規劃	225
9-6	動態規劃	232
9-7	彙 總	239
9-8	指派問題的電腦程式	240
	習 題	246

第十章 基本的機率概念	251
10-1 前 言.....	251
10-2 客觀機率與主觀機率.....	251
10-3 機率的基本陳述.....	253
10-4 互斥事件.....	253
10-5 獨立事件.....	254
10-6 相依事件.....	255
10-7 條件機率，邊際機率與聯合機率.....	256
10-8 修正機率.....	263
10-9 隨機變數.....	265
10-10 伯努利過程與二項機率分配.....	271
10-11 卜瓦松機率分配.....	276
10-12 常態機率分配.....	278
10-13 彙 總.....	283
習 題.....	285

第十一章 決策的基本概念	289
11-1 概 述.....	289
11-2 決策模式.....	289
11-3 決策擬定的過程.....	290
11-4 條件值.....	291
11-5 期望貨幣值.....	294
11-6 期望機會損失.....	296
11-7 期望效用.....	298
11-8 完全額測下的期望利潤.....	299
11-9 完全情報下的期望值.....	300
11-10 主觀機率的敏感度分析.....	302
11-11 決策樹.....	303

11-12 彙 總	304
第十二章 決策理論	307
12-1 決策問題	307
12-2 決策準則	309
12-3 彙 總	320
第十一、十二章習題	322
第十三章 馬可夫連鎖分析	325
13-1 概 述	325
13-2 短期及長期分析	325
13-3 穩定狀態下機率的計算	330
13-4 馬可夫連鎖分析的特性	331
13-5 馬可夫連鎖分析的兩種穩定狀態行為	332
13-6 馬可夫連鎖分析在決策問題上的應用	333
13-7 更大問題的穩定狀況解	338
13-8 彙 總	339
習 題	341
第十四章 競賽理論與策略	343
14-1 導 論	343
14-2 兩人零和競賽	344
14-3 單純策略	349
14-4 混合策略	350
14-5 競賽理論的限制	374
14-6 非零和競賽	374
14-7 N人競賽	375
14-8 彙 總	375

習 題	376
-----	-----

第十五章 存貨控制 (I) ——需求確定 379

15-1 前 言	379
15-2 需求已知的經濟訂購量	379
15-3 數量折扣的考慮	383
15-4 假設產品為連續流程	385
15-5 即時存貨系統	386
15-6 彙 總	388

第十六章 存貨控制 (II) ——再訂購且需求不確定 389

16-1 概 述	389
16-2 缺貨成本模式	392
16-3 最佳訂購點——邊際法求解	393
16-4 服務水準模式	399
16-5 彙 總	401

第十七章 存貨控制 (III) ——不確定性需求且不再訂購 403

17-1 概 述	403
17-2 邊際法求解	404
17-3 不良商譽的成本	408
17-4 連續機率分配的運用	409
17-5 彙 總	412

第十五、十六、十七章習題	413
--------------	-----

第十八章 網路技術——計劃評核術與要徑法 417

18-1 網路技術的發展	417
18-2 網路的建立	419

18-3 機率和計劃評核術網路	425
18-4 要徑法與工期之縮短	427
18-5 彙 總	429
習 題	430

第十九章 等候理論及其應用 435

19-1 概 述	435
19-2 等候問題的經濟面	436
19-3 等候線的特性	436
19-4 等候線的例題	449
19-5 等候線的模擬	448
19-6 彙 總	448
習 題	469

第二十章 微電腦軟體程式的應用 475

20-1 概 述	475
20-2 五個軟體程式的摘要說明	476
20-3 線性規劃軟體程式	477
20-4 運輸問題軟體程式	501
20-5 指派問題軟體程式	513
20-6 存貨管理軟體程式	531
20-7 網路技術軟體程式	556
習 題	571

參考書籍	577
------	-----

附錄 A 累積二項分配表	578
--------------	-----

附錄 B 卜瓦松機率表	595
-------------	-----

附錄 C 標準常態分配表	598
--------------	-----

第一篇 概 論

第一章 基本概念

1-1 何謂管理數學

1-1.1 前 言

一個組織的存在是爲了要達成一項或多項的目標。由於管理的功能在於提供達成組織目標之指引。不過提供指引則意味著涉及許多工作——觀念的灌輸、規劃、工作安排、組織、控制、溝通、命令、決策等等。因爲這些工作都在變動的環境中執行，所以管理被認爲是一種動態的觀念。更進一步說，在執行它的功能時，管理是將許多有關的因素——經濟、政治、社會和人性——併考慮的。

在組織要設法達成它的目標之同時，管理功能通常會遭遇許多的問題。通常問題同目標一樣，是多樣化的。所以對管理而言作一些假設和求出經過修正後的解答是必須的。在管理上，明確地陳述它的假設和設立問題的方式用以提供適當的方法以求解答，是相當重要的。

過去的八十年來管理已發展成爲一門確切的學術——管理科學。其所涵蓋的主題是多方面的，它可視爲一種觀念也可視爲工具或技術。近年來，計量方法不斷地增加應用於解決各方面的管理問題即是管理科學學術發展的結果。

1-1.2 管理科學在管理學派中之地位

二次大戰以來，各種對管理的研究日益豐富，其結果是各項理論已發展到構成「學派」的階段。各個學派代表了對管理不同的看法，

2 管理數學

並提出對於研究管理學應有的方向，對這些學派我們都應瞭解。如此才能對管理科學在各學派中所具有的地位做進一步認識。一般的說法是管理學派可分為三個派別，第一個學派，稱為管理程序學派。第二個學派是行為學派。第三個是管理科學學派，又稱計量學派。現略分述如下。

1-1.2.A 管理程序學派 (Management Process School)

管理程序學派，又稱古典學派，開山祖師為費堯，此流基本上認定各項「管理機能」——計畫、組織、領導、協調及控制。乃是經理人從事管理工作之程序。

這一學派對管理系統研究提供了一個綱要，使研究者認定了各項機能後，能繼續不斷的逐項研究，終於獲致豐盛的研究成果。這是本學派所以發展快速原因之一。

有關管理機能，各學者主張多不完相同，例如孔茲及歐登奈爾 (' Koontz O' Donndl) 在其著作「管理精論」一書中認為管理職能應為：計畫、組織、選任、指導及控制。又戴斯樂 (Dessler) 認為應為：計畫、組織、用人、領導及控制。雖各學者認為管理程序應包括的機能不完全相同，但其共通點，乃是將計畫、組織及控制包含於內，故研究此學派時，可用上述三項做為一項架構，其他凡能促進管理之新項目，均可一一安置於此架構之下。

此派另一特點，為認定計畫、組織及控制是相互關聯的機能是動態的，其關係可以下圖表示之：

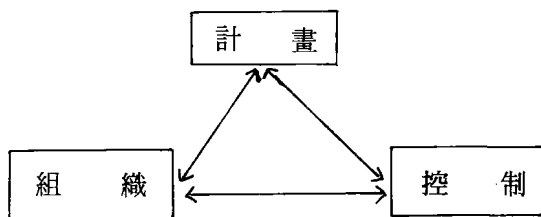


圖 1-1 相互關聯的管理機能

另外管理程序學派還有幾項看法現列舉如後：(1)認為只要理智的分析各項管理機能，便能推演出管理原則來。例如計畫居首原則（Primacy of Planning），是說計畫較其他任何職能為先，經理人必先有計畫而後有組織及控制。又例如責任的絕對原則（Absolute-ness of Responsibility），即為關於組織的原則；大意是說職權可以下授，但責任不能下授，出錯部屬固然有責任，經理人應負同樣的責任。凡此一類的原則，都是由管理機能推演而來，如此將有助於在某些狀況下提高機構效率，不過並不是每個機構都如此，這也就是何以稱為原則而不為「規定」的原因。總之，管理原則運用之妙存乎一心，這充份說明了管理既是一門科學又是一門藝術。(2)認為凡屬經理人，不論其為高層、中層或基層管理者，都須執行計畫、組織及控制三大職能，唯不同處，僅在於所佔用之時間比例不同，如圖 1-2 所示。高層經理人需較高的創新能力及行政能力，故他們時間用於計劃者居多，控制則較少。

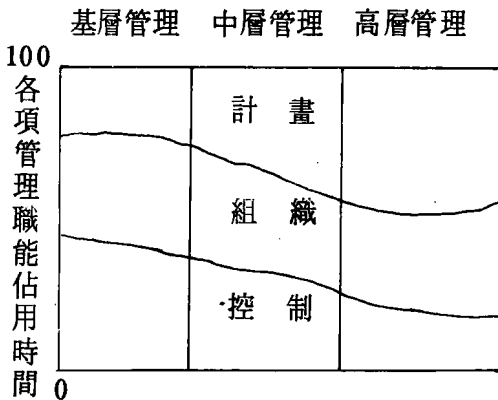


圖 1-2 各階層經理人對各項管理職能之時間分配

(3)強調管理哲學的建立，即建立人與物的關係，肯定人與物的價值。並認為只要經理人遵循管理程序，就很容易建立起來人與物的關係，並將經理人的想法、概念及信念經由這些職能顯現出來。例如一位經理人是一位X理論（性惡）信仰者，則他表現於「控制」方面的作為，必然非常嚴密，導因於他基本上對人的看法——人是好逸惡勞

4 管理數學 、懶惰成性。

1-1.2.B 行為學派 (Behavioral School)

行為學派一如其名，主要關切的是人性行為。他們認為既然管理是「經由衆人的努力以完成任務」，故經理人便須瞭解「需要、內驅力、激勵、領導、人格、行為、工作團體及組織變革的管理」等因素的重要性。凡此種種對管理人的管理能力均有直接的影響。但在本學派中有重視個人的、有重視群體的，故又分成兩個支派：一是人際行為支派 (The interpersonal behavior Branch)，一是群體行為支派 (The Group Behavior Branch)，茲分述如後。

有些行為學家對「人際關係」 (Intcrpersonal Relations) 特感興趣，他們的重點，係將個人及個人的激勵視為社會心理學的個體。認為心理學是一項工具，為經理人不可或缺的一項工具，可協助經理人瞭解個人，順應個人的需要和動機，從而對人力作最大運用。管理工作的重心乃在於個人心理學之運用。

另一支派則認為管理是一個社會系統，任何機構由二人以上組成，必成為一社會。在他們看來，企業為一個社會有機體，而該有機體亦由甚多其他較小的機體組成。受有機體文化環境中的態度、習慣、壓力和衝突等因素影響。故他們對於正式組織與非正式組織同等重視。

綜合二支派的看法，不論其重點為心理方面或社會方面，均以人為研究對象，從而建立若干管理機能，這點和程序學派剛好相反。

1-1.2.C 管理科學學派 (Management Science School)

管理科學學派又稱為計量學派，此學派常將管理視為數量工具和方法之學，他們對「決策」特別感興趣，認為將注意力集中於目標和問題的認定上，並運用有秩序及合邏輯的方法，建立各種數學模型，可以解決複雜的管理問題。

此派不論其頭銜為管理科學家、作業研究家或系統分析家，其共通性則為：

- (1)將科學分析的方法用之於管理問題的解決。
- (2)以增進經理人之決策能力為目的。
- (3)重視經濟效益分析。
- (4)依賴數學模式。
- (5)重視電腦的應用。

此一學派事實上即為以資源最適化分配做為經理人主要課題，當然在許多限制因素之下，為求整體之最適化（optimization），可能有些部門只好求次適化（suboptimization）。資源的最適化，通常可以運用數學模式（Mathematical Model）來求得解答，其運用的數學，包括線性規劃（Linear Programming）、動態規劃（Dynamic Programming）、統計（Statistics）等。

近年來，本學派已獲得了許多人的支持，電腦科技的普遍使用，再加上愈來愈複雜的企業問題，都顯示了管理科學近年來的進展與需要。

以數量方法來解決管理問題的模擬，大致上是依如圖 1-3 所示之模擬來進行：

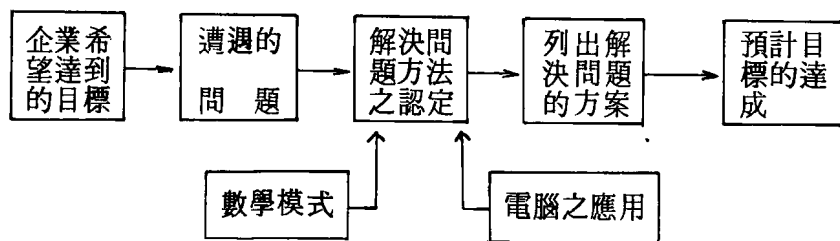


圖 1-3 數量方法解決問題的程序

1-1.3 計量技術與管理數學的意義

所謂管理數學或數量方法乃是指應用數學方法，協助解決企業決策的工具。前面我們曾提過「管理是一種藝術，也是一種科學」所以

透過科學的方法，儘量使用計量的技術，以幫助企業作最佳的決策，即是「管理科學」或「數量方法」的基本目的。

管理科學 (Management Science)，作業研究 (Operations Research)、決策科學 (Decision Science) 及系統科學 (Systems Science) 等這此名詞常被交互使用者。雖然彼此之間容或有些許的差異，但這些差異均無礙於一個事實，亦即它們均強調數量方法 (Quantitative Approach) 對於分析和解決管理問題的重要性。

管理科學的發展乃是以「管理數學」為基礎的，舉凡有關企業決策、生產管理、物料管理、計量經濟、系統分析等均須有良好的管理數學訓練作基礎，甚至品質管制、成本會計、管理會計等領域，亦應用了管理數學的部份知識與觀念。換言之，從事實際管理工作時，就需應用管理數學的知識與觀念，作為分析問題與選擇最佳解決問題方案的基礎工具了。

1-1.4 計量技術方法論

管理科學或作業研究之所以能發展迅速，主要原因為計量技術能夠解決某些無法用其他方法解答的問題。在資源分配最適化的主要前提下，資源的最適化，通常可以運用數學模式來達成，其運用的數學，如線性代數、線性規劃、機率理論與統計理論等，均是我們建立數學模式的基礎。

以數量方法解決問題的模式是由下列六個步驟所組成的：

- (a) 定義問題
- (b) 建立要研究問題的模式
- (c) 從“模式”中推導求“解”
- (d) 對“模式”和“解”的測試
- (e) 完成求解
- (f) 針對求得的解建立控制