

大學用書

材料力學

(上)

石志清編著

正中書局印行

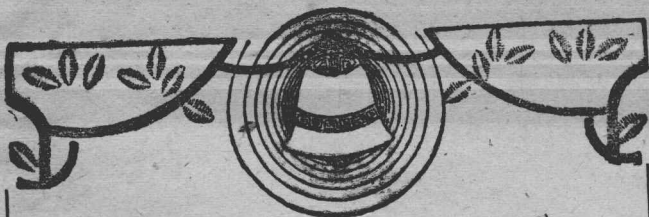
大學用書
材料力學

(上)

石志清編著



正中書局印行



版權所有
翻印必究

中華民國三十三年四月初版
中華民國三十四年十一月滬一版

材料力學

上册定價國幣八元

(外埠酌加運費匯費)

編著者 石志清

發行人 吳秉常

印刷所 正中書局

發行所 正中書局

(1503)

校整
：
翰綬

(4.00)滬·紙

1.5/1

自序

材料力學乃各項工程之基礎，此科書籍中文者太少，難應各級讀者之需；西籍者雖多，無如取材盈缺不純，證解巧拙互異。欲讀者多方參考，難免顧此失彼，抑且吃力費時，得不償失。著者每欲以其個人之消耗，節學者之精力與光陰；爰於應用力學脫稿之後，即着手編輯是書；羅列各家之說，盱衡損益，汰蕪取精，以期有裨於我國之工程教育。自民國二十七年二月在天津開始操觚，至翌年五月在廣西大學完成；期年之間，刪改三次，轉徙流離，未嘗散失，亦云幸矣。

本書多取材於 Timoshenko 所著之 Strength of Materials，並雜採 Case 與 Morley 二氏之 Strength of Materials，Seely 氏之 Resistance of Materials 與其 Advanced Mechanics of Materials，D. A. Low 氏之 Applied Mechanics，及 Sutherland 氏之 Structural Theory and Design。提設取其普徧者，證明求其完美者，解釋擇其精審者，習題選其切用者，援引者補證之，缺欠者增益之；期此書可供讀者日後之參考，固不僅爲其初讀時之易解也。書中習題雖多已解出，仍望讀者先行試演，然後以之參證可耳。

本書在整理之時，深得廣西大學學生沈漢平君，扈容君，與李學泌君之協助及製圖，謹誌感於此。

民國二十八年六月一日

石志清序於桂林西林公園紅豆書院

目 次

——上 册——

第一章 簡單之拉力與壓力

1. 概論	1
2. 簡單拉力之試驗	3
3. 實用應力及安全因數	5
4. 本身重量所生應力及應變	13
5. 迴轉棒之抗張應力及變長	20
6. 迴轉圓箍之張應力與形變	23
7. 平衡不能解析之問題	25
8. 安裝不正及溫度變遷所生之應力	34
9. 冷縮之複薄筒	37
10. 應用位移圖求結構各接點之位移	43
11. 應用位移圖求多餘構件之應力	48
12. 柔索之張力	52
13. 簡單拉力所生之橫應變	59
14. 簡單拉力與壓力所儲之應變能	60
15. 簡單拉力在斜斷面上所生之應力	65

第二章 薄筒及鉚釘

16. 任內壓之薄圓筒與薄球	67
----------------------	----

17. 鉚接概論	69
18. 鉚接之強度與效率	70
19. 臨界直徑	75
20. 構件之鉚接法	75
21. 鍋爐之鉚接法	78
22. 鐸接	81

第三章 單純扭力

23. 扭力矩	83
24. 單純切應力	84
25. 實圓軸任扭	86
26. 扭力公式與扭角公式之展開用法	88
27. 空軸之抗扭力	95
28. 過彈性限度之扭力	98
29. 非圓軸之任扭	100
30. 橢圓軸任扭	102
31. 長方軸任扭	106
32. 扭轉所生之次要應力	112

第四章 簡梁之彎應力及切應力

33. 平面圖之轉動慣量與慣量積	119
34. 簡單彎曲	126
35. 彎曲所生之次要應力及應變	132
36. 各形橫斷面之比較	134
37. 垂直擔負之彎曲	139

目	次	3
38. 擔負, 切力, 與彎力矩之關係	...	142
39. 切力及彎力矩圖	...	145
40. 變值擔負之切力及彎力矩圖	...	159
41. 彎力矩之圖解法	...	168
42. 一組集中擔負行過簡梁	...	169
43. 矩形梁之切應力	...	176
44. 圓梁之切應力	...	181
45. I 字梁之切應力	...	183
46. 拚造梁之應力	...	185
47. 垂直擔負所生之次要應力	...	191

第五章 混合應力

48. 主應力	...	196
49. 主應力即材料中最大最小張應力	...	201
50. 材料中之最大切應力	...	203
51. 最大切應力說及本學說之薄筒公式	...	207
52. Mohr 氏圓	...	209
53. 主應變	...	213
54. 最大線應變學說之薄筒公式	...	219
55. 三個主應力共儲之應變能及最多儲能學說之薄筒公式	...	220
56. 薄筒以薄半球作底	...	222
57. 彈性衰退之四個學說規定軸徑之法	...	223
58. 簡梁之主應力	...	225
59. 彈性衰退之學說	...	230

60. 彈性疆界圖及四個學說之比較	233
-------------------	-----

第六章 梁之彎度

61. 彎度曲線公式	239
62. 利用共軛梁解求簡梁之彎度及傾度	246
63. 用共軛梁法解求肱梁之彎度	266
64. 過枕梁之彎度與傾度	272
65. 由切力而生之彎度與傾度	272
66. 簡梁橫斷面之規定法	281

第七章 特殊簡梁之強度與韌強性

67. 原來已彎之梁	284
68. 梁之橫斷面有形變者	288
69. 主面內之彎曲及不扭中心	297
70. 擔負不在主面內之彎曲	302
71. 材料不服從 Hooke 定律之簡梁	313
72. 已過屈服點之彎曲	315
73. 壓彈性係數與張彈性係數不等之梁	319
74. 兩種材料拼造之梁	321
75. 鋼骨混凝土梁	326
76. 混凝土梁之切應力	331

第一章 簡單之拉力與壓力

1. 概論 平衡建築物所受之外力(external forces)有兩種:

(1) 支點之支持力 (reacting force), 或支持力偶 (reacting couple)。

(2) 建造目的欲其擔任之力, 曰擔負(load)。

擔負有下列三種:

(1) 由零漸加至最後值而不再變者, 曰不變擔負 (steady load, 或 static load)。

(2) 屬於運動物體之碰撞者, 曰碰撞擔負 (impact load)。

(3) 由某值漸增至最大值, 復漸減至該值者, 曰變動擔負 (varying load)。

凡不明言碰撞或變動者, 皆指不變者也。

上列之擔負, 每種又包含(1)簡單擔負 (central 或 simple load), 即外力之合可設為經過作用面之重心者, (2) 彎曲擔負 (bending load), (3) 扭轉擔負 (torsional load)。

如有長 l 之直棒兩端各加拉力 P , 此力可散加於底面上, 或近一端之外周上, 但曾經設法使其合力經底面之重心, 則稱為簡單拉力 (simple tension)。反其力之方向曰簡單壓力 (simple compression)。任拉之棒, 由任一橫斷面截取其一部分以為自由體 (看圖 1(a)), 則

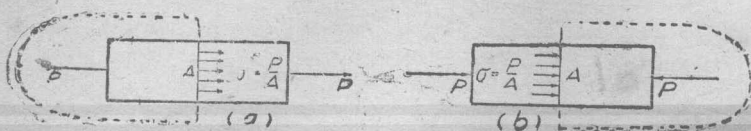


圖 1.

知其橫斷面兩側之材料有互相牽曳之力，而任壓者則有互相抵抗之力，謂之應力。此內應力在橫斷面上如何分配，實平衡之所不能規定者，通常姑假設為平均分配耳，即其綜合之力，等於外力 P ，且過橫斷面之重心也。以 A 示橫斷面積，則內應力之強度 (unit stress) 為

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1)$$

為拉力時示以正，壓力示以負。在本書中，凡應力之強度皆略去強度，而簡稱為應力 (stress)；全面之力，則須指明其為全值 (total stress)，而以張應力 (tensile stress) 及壓應力 (compressive stress)，表明應力之性質。上述兩種應力合稱變長應力 (direct stress)，變長 (elongation) 為形變 (deformation) 之一種。其單位長度所生之變長，曰應變 (unit strain，簡稱 strain)。

$$\epsilon = \frac{e}{l} \quad (2)$$

e 示變長， l 示原長， ϵ 即應變也，正號示拉長應變，負號示壓縮應變。

若拉力不甚大，當拉力移去時，可復其原長，是為彈性 (elasticity)。若拉力過大，雖將拉力完全移去，但只回復其原長之一部分，謂之彈性衰退 (elastic failure)。就壓力言亦復如是。

本書研究平衡建築物內 (1) 各斷面上應力之性質及強度，(2) 沿各方向之應變，與 (3) 各種材料之彈性。

2. 簡單拉力之試驗 為研究各種材料之彈性，嘗製成棒狀之試驗品 (specimen)，先測量其原有之平均橫斷面積 A ，裝於試驗機上，以變長之儀器 (extensometer) 測定之。不加拉力之前，先量儀器所括一段之原長 l ，然後漸加拉力，每次量其變長 e ，由公式(1)及(2)可求其對應之張應力及應變，列於表中，譜而為圖；如圖 2 (a) 示延性材料 (ductile material) 如韌鋼之 σ - ϵ 圖，當張應力不達 A 點之對應值以前， ϵ 與 σ 成正比，或

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = \text{常數 } E \quad (3)$$

此常數稱為線彈性係數 (linear modulus of elasticity)。

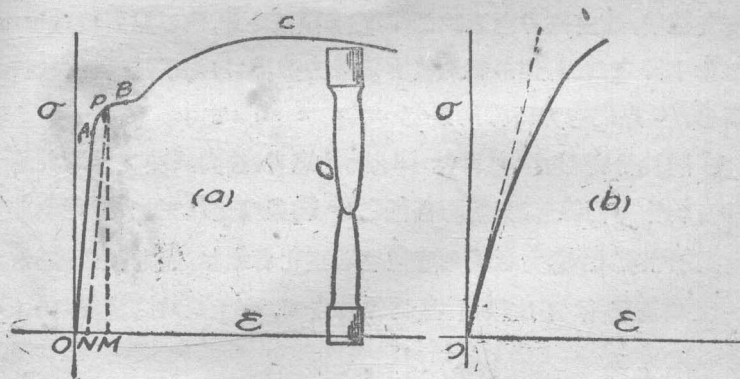


圖 2.

若將式(1)及(2)代入式(3)，則得

$$\epsilon = \frac{Pl}{AE} \quad (4)$$

如此時將拉力漸減為零，由實驗可知其應變仍沿原直線 AO 縮

而爲零，即應變全可恢復。應力過 A 以後，應變之增加，即超過其常比。過 A 以後，若將應力漸減，則其應變常較大於增至該應力時之對應值。譜之圖中，得平行於 OA 之直線，至應力等於零時，尚有不可復之應變(permanent set) ON ，其可復者爲 MN 。故 A 點謂爲完全彈性之限度(proportional limit)。就韌鋼而論，若應力不逾彈性限度，則應力與應變成正比，且應變之全部可復，此爲 Hooke 定律。應力增至 B 點，應變突然驟增，旋即停止，此時之材料謂之屈服(yield)， B 點對應之應力曰屈服點(yielding point)。此後材料尚能復振，但應力與應變之比不爲常數，即曲線之水平傾度無定也。愈後愈平，即應力大而常數 E 減小也。至 C 點之應力時，材料因生細頸(necking)，應變猛增。雖將拉力急速減低，尚難及頸減之速，故以原面積除拉力，雖得下降之曲線，但最細處實有之應力強度，尚繼續增高，故材料必斷也。 C 點之應力曰終極強度(ultimate strength)。

脆性材料(brittle material)如鑄鐵者，拉力試驗之情形如圖 2 (b)，約作拋物線形，只應力甚低之時，約與應變成正比耳。此項並無所謂屈服現象；應力愈大則應變超過正比者愈多，而常數 E 愈減，應力至 C 而驟斷，不生細頸，是爲終極強度。直至斷時之應變，仍不若韌鋼之大也。

各種材料壓縮試驗之 σ - ϵ 曲線均各與其拉長試驗者相似。延性材料如韌鋼者，其抗壓與抗張中之彈性限度與屈服點皆約相同。脆材料如鑄鐵，其抗壓彈性限度與終極強度，均較抗張者強。但無論何種，在未達彈性限度以前，壓應力與壓縮係數之比，則皆與抗張者相等，即抗張與抗壓之常數 E 相同也。

材料按其彈性係數及應變分為下列四種：

- (1) 終極應變大者，曰延性材料；如熟鐵、韌鋼。
- (2) 終極應變小者，曰脆性材料；如鑄鐵，混凝土。
- (3) 常數 E 小且不復之應變少者曰彈性材料 (elastic material)；如橡皮。
- (4) 不復之應變大者，曰受範性材料 (plastic material)；如錫。

材料力學為便於研究，對於設想之材料，嘗作下列之假設，學者須默誌之，然後方知所得結果之有效範圍也。

(1) 設想材料是均質的 (homogeneous)，即其中無顆粒，乃混然一致者。故論其橫斷面上之應力時，無須追問何處在顆粒之內，何處位於顆粒之間，而應力當有何差異也；吾人之所知只其平均值耳。如韌鋼、熟銅、鉛棒之橫斷面上各點之應力皆近於平均值；如鑄鐵則較大較小之範圍必廣。

(2) 設為各向同性的 (isotropic)，故沿任一方向之性質，可用於各方向，如韌鋼、鑄鐵頗近似之；木材則辨紋理。

(3) 應變常設為甚小，故其平方可約作零。建築材料大約皆合。

(4) 設材料服從 Hooke 定律，故常由觀察所得之應變分配法，而判斷其應力之分配也。故其結論用於脆性材料不若用於延性者之相符也。

(5) 若無顯著之說明，則機件及建築物之橫斷面皆無急遽變更。

3. 實用應力及安全因數 實用應力 (working stress) 者，材料能平安擔任之應力也。任拉之棒，若以實用應力除拉力，可求其

所需之橫斷面積。選定之資用應力大，則省材料，而其強度或不足；資用應力小，則安全，而或有過當消費。故選用適宜之資用應力，實製造者之首要問題。資用應力之大小，因擔負之性質而異。今只就簡單之拉力與壓力而論，其他情形詳後。延性材料如韌鋼、赤銅等，至屈服點則應變驟增十數倍，且多不能復；為保持物件之定形，資用應力須較屈服點 σ_y 低，方為安全。脆性材料如鑄鐵、混凝土，無確定屈服點，雖至破壞，其應變亦甚微，故其資用應力可就終極強度 σ_u 求之。

然則

$$\sigma_w = \frac{\sigma_y}{n} \quad \text{或} \quad \sigma_w = \frac{\sigma_u}{n_1}$$

n 及 n_1 皆稱為安全因數 (factor of safety)，惟其基礎不同，延性材料之基於屈服點者常用 2，脆性材料之基於終極強度者常用 6 或 7。誠以 (1) 擔負或有意外改變，(2) 材料不似意想之均質，(3) 理論之基本假設等，或與自然不合；故安全因數用至如此之大也。脆性材料之棒的直徑有驟變，則其安全因數尚須較 n_1 大二倍也。

各種材料之彈性與其資用應力可由附錄 1 之表四檢得。

習 題 一

1. 圖 3 示壓榨機，其兩個鋼柱 N, N 各長 50 吋，最大壓力 $P=100,000$ 磅。設鋼之資用張應力限為每方吋 10,000 磅；求柱之直徑，及其變長。

答 $d=2.52$ 吋； $e=\frac{1}{6}$ 吋。

2. 圖 4 之 AB 及 CB 為二鋼杆，其上端以活軸管於壁上，下端結以活軸。杆之長各 15 呎，與水平各傾 30° 。今於結合點懸重

5,000 磅。設資用張應力限爲每方吋 10,000 磅，求其所須之橫斷面積，及其結合點 B 之偏度。

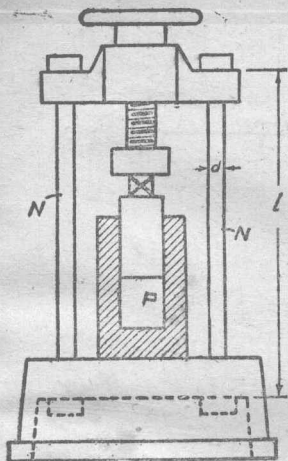


圖 3.

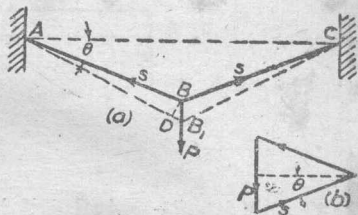


圖 4.

解。論結合點之平衡，由 $\Sigma F_y = 0$ 得鋼杆之拉力

$$S = \frac{P}{2 \sin \theta} = \frac{5000}{2 \times \frac{1}{2}} = 5000 \text{ 磅.}$$

又

$$A = \frac{S}{\sigma_w} = \frac{5000}{10,000} = \frac{1}{2} \text{ 方吋.}$$

$$\text{每杆之增長} = DB_1 = \epsilon l = \frac{\sigma_w}{E} \cdot l$$

$$= \frac{10,000}{30 \times 10^6} \times 15 \times 12 = 0.06 \text{ 吋.}$$

BD 弧可認爲由 B 至 AB 之垂線，又 $\angle BB_1D$ 約爲 60° 。

$$\therefore BB_1 = \frac{DB_1}{\cos 60^\circ} = 0.06 \times 2 = 0.12 \text{ 吋.}$$

3. 圖 5 之鋼杆，橫斷面為 1 方吋。 $P=10,000$ 磅， $Q=5,000$ 磅；求其增長。

解. 論 A 部之平衡，可知其上下段之拉力各為 Q 。

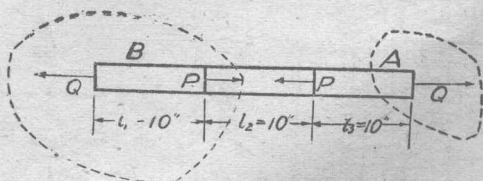


圖 5.

論 B 部之平衡，可知中段之拉力 $= Q - P$ 。

故全杆共增之長

$$\delta = 2 \frac{Ql_1}{AE} + \frac{(Q-P)l_2}{AE}.$$

4. 圖 6 (a) 之桁杆 BC 為木材，其容許應力限為每方吋 100 磅。

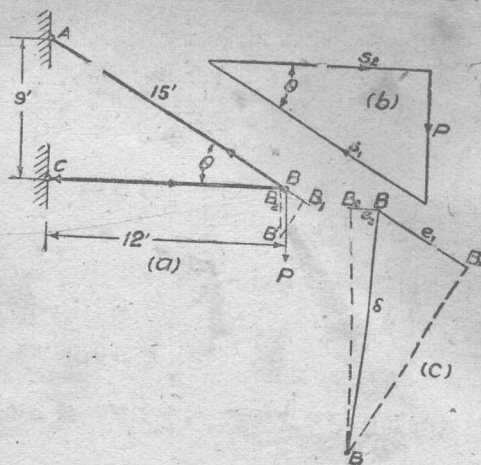


圖 6.

拉杆 AB 爲鋼質，其容用張應力限爲每方吋 10,000 磅。擔負 P 爲 6,000 磅，長寬皆在圖中註明；求其 B 點之偏度。

解。示力三角形 B 與原架相似，故 AB 之拉力

$$S_1 = \frac{15}{9} \times P = 10,000 \text{ 磅；}$$

而 BC 之壓力
$$S_2 = \frac{12}{9} \times P = 8,000 \text{ 磅。}$$

故 AB 之橫斷面積

$$A_1 = \frac{S_1}{\sigma_w} = \frac{10,000}{10,000} = 1 \text{ 方吋；而 } BC \text{ 者} = \frac{8000}{160} = 50 \text{ 方吋。}$$

又 AB 杆之增長

$$e_1 = \frac{S_1 l_1}{A_1 E_1} = \frac{10,000 \times 15 \times 12}{1 \times 30 \times 10^6} = 0.060 \text{ 吋 (圖中之 } BB_1)。$$

而 BC 杆之縮短

$$e_2 = \frac{S_2 l_2}{A_2 E_2} = \frac{8000 \times 12 \times 12}{50 \times 20 \times 10^6} = 0.0154 \text{ 吋 (圖中之 } BB_2)。$$

欲求 B 點之偏度，以 A 及 C 爲中心，以二杆後來之長爲半徑作弧，交出 B 點後來之位置 B' 。欲將位移圖 (displacement diagram) 放大如 (c) 者，可沿 AB 之方向作 $BB_1 = e_1$ 以示 AB 之增長。沿 BC 作 $BB_2 = e_2$ ，以示 BC 之縮短，爲免去中心太遠之苦，可由 B_1 及 B_2 作垂線以代弧，交出 B' 。 BB' 即 B 點之偏度，可由圖中量得之。

5. 圖 6 (a) 之結構， AB 以何方向爲最省材料？

解。設 l_2 爲底杆之長， P 爲擔負， θ 爲 AB 與底杆之傾角。