

新課程標準 師範 鄉村師範 學校適用

算 學

(3)

解 析 幾 何 學

全 一 冊

編 者 雷 琛

上 海 中 華 書 局 印 行

民國二十五年七月初版
民國二十五年七月初版

新課程標準師範適用

一斤幾可 (全一冊)

售價 五元七角

編

雷

琛

發行者

中華書局有限公司
代表人 陸費達

印刷者

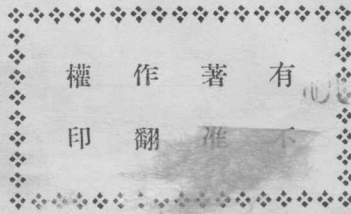
上海中華書局
澳門印刷所

總發行處

上海中華書局
福州發行所

分發行處

各埠中華書局



新課程標準師範適用

解 析 幾 何 學

編輯大意

1. 本書遵照教育部最近頒布師範學校課程標準編輯,供師範學校教學解析幾何之用。

2. 本書所選教材,理論應用,雙方兼顧,排列順序,由淺入深,並尊重標準之精神,力主需要顯明,以期用此書者,收效較多。

3. 本書內容共分十章,第一章講授直角坐標法,第二章注重軌跡與方程式之關係,第三章至第八章詳述直綫與錐綫之範式及應用,末兩章略授極坐標法及高等平面曲綫之概要。各章中對於理法之解釋,範式之求法,證題之步驟,解法之討論,皆反覆申說,極易領會。

4. 本書習題豐富,分配適宜,務使學者於已習之理法,在習題中皆有應用之機會,以期學者養成理解正確運算純熟之習慣。

5. 本書對於代數幾何三角等科與解析幾何相關之處,隨時加以聯絡,俾學者易於了解而

收貫通之效。

6. 本書所用算學名詞依照科學名詞審查會之已審定者，其未備者，則採用最近通行之名詞，且各名詞初見之時，附有英名，以便學者中英對照。

7. 本書編輯，本著者多年教學之經驗，採歐美名著之精華，措辭淺顯，體例井然，於學者事半功倍之效，差敢自信。惟課餘之暇，倉卒執筆，紕漏之處，容或難免，尚乞高明指正。

中西名詞對照表

(一) 中西對照

	頁數
四 畫	
不定式 Indeterminate form ...	149
不變式 Invariant	197
內分 Internal division	9
內擺綫 Hypocycloid	231
分點 Point of division	9
巴普司 Papus.....	99
心形綫 Cardioid	221
方向綫 Directed line	2
牛頓 Newton.....	99

五 畫	
主軸 Principal axis	97
代數曲綫 Algebraic curve	221
外分 External division	9
外擺綫 Epicycloid	231
平行移軸法 Translation axes.....	174
未定常數 Arbitray constant ...	25
正向 Positive drection	2
正圓錐 Right circular cone ...	98
正焦點弦 Latus rectum	97
正雙曲綫 Equilateral hyperbola	139

六 畫	
共軛軸 Conjugate axis	116
共軛雙曲綫 Conjugate hyperbo- las	138
因變數 Dependent variable ...	25
曲綫 Curve.....	24
有限點 Finite point.....	103
有心錐綫 Central conics	128
次切綫 Subtangent	159
次法綫 Subnormal	159
自變數 Independent variable 25	

	頁數
七 畫	
克伯爾 Kepler	99
判別式 Discriminant	72
坐標 Coördinate	3
坐標法 Coordinate system.....	1
坐標軸 Axes of coördinate.....	4
拋綫 Parabola	97
拋綫頂點 Vertex	101
狄卡德 Descartes	1

八 畫	
亞基默特 Archimedes	99
亞基默特螺綫 Archimedes spiral	230
函數 Function	25
法綫 Normal	58
法綫式 Normal form	58
孟尼哥馬 Meneachimus	99
直綫族 System of straight lines	64
直角坐標 Rectangular coördi- nates.....	5
直角雙曲綫 Rectanguler hyper- bola	140
長軸 Major axis	116
阿頗羅尼 Apollonius	99

九 畫	
柏拉圖 Plato	99
負向 Negative direction.....	2
軌跡的方程式 Equation of the locus.....	25
首綫 Initial line	209

十 畫

原點	Origin	89
根心	Radical center	89
根軸	Radical axis	86
蚌綫	Conchoid	222
高次平面曲綫	Higher plane curves	221

十一 畫

動徑	Radius vector	209
參變數	Parameter	64
常數	Constant	24
常對數	Common logarithm	225
斜度	Slope	12
斜角坐標	Oblique coördinates	5
旋轉移軸法	Rotation of axis	174
移軸法	Transformation of axes	174
終綫	Terminal line	210
通徑	Parameter	97
閉曲綫	Closed curve	116

十二 畫

割綫	Secant	148
幾近綫	Asymptotes	38
極軸	Polar axis	209
極坐標	Polar coördinates	209
極坐標法	Polar system	209
焦點	Focus	97
焦點半徑	Focus radius	97
短軸	Minor axis	116
絕對常數	Absolut constant	25
虛橢圓	Imaginary ellipse	123
解析幾何	Analytic geometry	1
象限	Quadrant	5
超越函數	Transcendental function	221
軸	Axis	3
週期	Period	226
週期性	Periodicity	226

十三 畫

傾角	Inclination	12
準綫	Directrix	97
圓錐截綫	Conic sections	97

十四 畫

對稱	Symmetry	30
截線	Intercepts	30
輔助圓	Auxillary circle	126

十五 畫

歐幾里得	Euclid	99
範圍	Extent	30
蔓葉綫	Cissoid	223

十六 畫

橫軸	Axis of abscissas	4
橫軸	Transverse axis	116
橫坐標	Abseissa	4
橢圓	Ellipse	97
錐綫	Conics	97

十七 畫

點圓	Point circle	72
點橢圓	Point ellipse	122
點的軌跡	Locus of a point	24
縱軸	Axis of ordinates	4
縱坐標	Ordinate	4
螺旋綫	Spiral	230

十八 畫

擺綫	Cycloid	228
擺綫底	Cycloidal base	229
擺綫軸	Cycloidal axis	229
雙曲綫	Hyperbola	97
離心角	Eccentric angle	126
離心率	Eccentricity	97

二十三 畫

變角	Victoral angle	209
變態	Degeneration	194
變數	Variable	24

(二) 西 中 對 照

	頁數
A	
Abscissa 橫坐標	4
Absolute constant 絕對常數 ...	25
Algebraic curve 代數曲線	221
Analytic geometry 解析幾何...	1
Apollonius 阿頗羅尼	99
Arbitray constant 未定常數 ...	25
Archimedes 亞基默特	99
Archimedes spiral 亞基默特螺綫	230
Asymtotes 幾近綫	38
Auxillary circle 輔助圓	126
Axes of Coördinates 坐標軸 ...	4
Axis 軸	3
Axis of abscissas 橫軸	4
Axis of ordinates 縱軸	4

C	
Cardioid 心形綫	221
Central conics 有心錐綫	128
Cissoïd 蔓葉綫	223
Closed curve 閉曲綫	116
Common logarithm 常對數 ...	225
Conchoid 蚌綫	222
Conic sections 圓錐截綫	97
Conics 錐綫	97
Conjugate axis 共軛軸	116
Conjugate hyperbolas 共軛雙曲綫	138
Constant 常數	24
Coördinate 坐標	3
Coördinate system 坐標法.....	1
Curve 曲綫.....	24
Cycloid 擺綫	228
Cycloidal axis 擺綫軸	229
Cycloidal base 擺綫底.....	229

	頁數
D	
Degeneration 變態	194
Dependent variable 因變數 ...	25
Descartes 狄卡德	1
Directed line 方向綫	2
Directrix 準綫.....	97
Discriminant 判別式	72

E	
Eccentric angle 離心角	126
Eccentricity 離心率.....	97
Ellipse 橢圓	97
Epicycloid 外擺綫	231
Equation of the locus 軌跡的方程	25
Equilateral hyperbola 正雙曲綫	139
Extent 範圍	30
External division 外分	9
Euclid 歐幾里得	99

F	
Finite point 有限點.....	103
Focal radius 焦點半徑.....	97
Focus 焦點.....	97
Function 函數	25

H	
Higher plane curves 高次平面曲綫	221
Hyperbola 雙曲綫	97
Hypocycloid 內擺綫	231

I	
Imaginary ellipse 虛橢圓	123
Independent variable 自變數	25
Indeterminate form 不定式 ...	149
Inclination 傾角	12
Initial line 首綫	209

4 新課程標準師範適用解析幾何學

Intercepts 截綫	30
Internal division 內分	9
Invariant 不變式	197

K

Kepler 克伯爾	99
------------------	----

L

Latus rectum 正焦點	97
Locus of a point 點的軌跡	24

M

Major axis 長軸	116
Meneachimus 孟尼哥馬	99
Minor axis 短軸	116

N

Negative direction 負向	2
Newton 牛頓	99
Normal 法綫	58
Normal form 法綫式	58

O

Oblique coördinates 斜角坐標	5
Ordinate 縱坐標	4
Origin 原點	3

P

Papus 巴普司	99
Parabola 拋綫	97
Parameter 參變數	64
Parameter 通徑	97
Period 週期	226
Periodicity 週期性	226
Plato 柏拉圖	99
Point circle 點圓	72
Point of division 分點	9
Point ellipse 點橢圓	122
Polar axis 極軸	209
Polar coördinates 極坐標	209

Polar system 極坐標法	209
Positive direction 正向	2
Principal axis 主軸	97

Q

Quadrant 象限	5
-------------------	---

R

Radical axis 根軸	86
Radical center 根心	89
Radius vector 動徑	209
Rectangular coördinates 直角坐標	5
Rectangular hyperbola 直角雙曲綫	140
Right circular cone 正圓錐	98
Rotation of axes 旋轉移軸法	174

S

Secant 割綫	148
Slope 斜度	12
Spiral 螺綫	230
Subnormal 次法綫	159
Subtangent 次切綫	159
Symmetry 對稱	30
System of straight lines 直綫族	64

T

Terminal line 終綫	210
Transcendental function 超越函數	221
Transformation of axes 移軸法	174
Translation of axes 平行移軸法	174
Transverse axis 橫軸	116

V

Variable 變數	24
Vertex 拋綫頂點	101
Victorial angle 變角	209

解析幾何學

目次

第一章 坐標的基本觀念和應用

1. 解析幾何學的目的.....1	5. 直綫的分點.....9
2. 方向綫.....1	6. 直綫的斜度.....12
3. 坐標.....2	7. 三角形的面積.....15
4. 兩點間的距離.....8	8. 幾何學上的應用.....21

第二章 軌跡和方程式

9. 軌跡.....24	15. 曲綫的對稱.....31
10. 常數、變數、函數.....24	16. 曲綫的範圍.....33
11. 求軌跡的方程式.....25	17. 因式方程式的軌跡.....38
12. 求方程式的軌跡.....27	18. 兩曲綫的交點.....39
13. 軌跡方程式討論.....30	19. 沒有軌跡的方程式.....40
14. 曲綫的截綫.....30	

第三章 直綫

20. 決定直綫的條件.....43	25. 一次方程式.....49
21. 直綫範式一.....43	26. 兩個一次式的關係.....50
22. 直綫範式二.....44	27. 直綫範式五.....53
23. 直綫範式三.....45	28. 各式互化法.....55
24. 直綫範式四.....46	29. 點與直綫的距離.....56

30. 兩直綫的交角.....60	32. 過兩直綫交點的直綫族.....65
31. 直綫族方程式.....64	

第四章 圓

33. 圓.....68	39. 圓的切綫方程式二.....79
34. 圓的範式.....68	40. 圓的切綫方程式三.....81
35. 圓的通式.....70	41. 切綫的長.....82
36. 圓的判別式.....72	42. 圓的法綫方程式.....83
37. 決定圓的三條件.....75	43. 根軸.....86
38. 圓的切綫方程式一.....78	44. 圓族方程式.....92

第五章 圓錐截綫

I 總論

45. 圓錐截綫定義.....97	47. 錐綫小史.....99
46. 錐綫方程式.....98	

II 拋綫

48. 拋綫定義.....101	52. 拋綫範式二.....104
49. 拋綫範式一.....101	53. 拋綫通式.....105
50. 拋綫方程式討論.....103	54. 截圓錐爲拋綫法.....109
51. 正焦點弦.....104	55. 拋綫畫法.....110

III 橢圓

56. 橢圓定義.....113	60. 焦點半徑,正焦點弦.....117
57. 橢圓範式一.....114	
58. 橢圓方程式討論.....115	61. 橢圓範式二.....118
59. 第二焦點及準綫.....116	62. 橢圓通式.....121

63. 截圓錐爲橢圓法.....123	64. 橢圓畫法.....125
---------------------	------------------

IV 雙曲綫

65. 雙曲綫定義.....128	71. 雙曲綫範式二.....136
66. 雙曲綫範式一.....129	72. 共軛雙曲綫.....138
67. 雙曲綫方程式討論130	73. 正雙曲綫.....139
68. 第二焦點及準綫.....132	74. 雙曲綫通式.....141
69. 焦點半徑及正焦點 弦.....132	75. 截圓錐爲雙曲綫法143
70. 幾近綫.....133	76. 雙曲綫畫法.....143

第六章 切綫 法綫 弦

77. 錐綫與直綫的交點146	三.....155
78. 曲綫的切綫及法綫148	83. 錐綫的法綫方程式157
79. 切綫的斜度求法.....148	84. 錐綫的次切綫和次 法綫.....159
80. 錐綫的切綫方程式 一.....149	85. 錐綫的切綫性質.....161
81. 錐綫的切綫方程式 二.....152	86. 錐綫的直徑.....168
82. 錐綫的切綫方程式	87. 有心錐綫的共軛直 徑.....171

第七章 移軸法

88. 移軸的目的.....174	92. 二次式化簡法一.....178
89. 兩種移軸法.....174	93. 二次式化簡法二.....183
90. 平行移軸法.....174	94. 二次式化簡法三.....187
91. 旋轉移軸法.....176	95. 正雙曲綫的特例.....189

第八章 二次式軌跡總論

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| 96. 錐綫方程式與二次式.....193 | 100. 二次式軌跡的判別式.....198 |
| 97. 二次式軌跡的變態.....194 | 101. 錐綫族方程式.....201 |
| 98. 二次式軌跡是直綫的條件.....194 | 102. 二次式軌跡性質結論.....203 |
| 99. 二次式的不變式.....197 | |

第九章 極坐標

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| 103. 極坐標.....209 | 107. 直線的極方程式.....216 |
| 104. 兩種坐標的關係.....210 | 108. 圓的極方程式.....217 |
| 105. 求極方程式的軌跡.....212 | 109. 錐綫的極方程式.....218 |
| 106. 極方程式軌跡討論.....213 | 110. 用極坐標求軌跡方程式.....219 |

第十章 高次平面曲綫

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 111. 曲綫的種類.....221 | 綫.....225 |
| 112. 心形綫.....221 | 116. 三角函數曲綫.....226 |
| 113. 蚌綫.....222 | 117. 逆三角函數曲綫.....228 |
| 114. 蔓葉綫.....223 | 118. 擺綫.....228 |
| 115. 指數曲綫和對數曲綫.....229 | 119. 螺綫.....229 |

中西名詞對照表.....1—4

新課程標準師範適用

解析幾何學

第一章

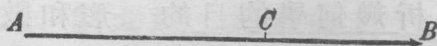
坐標的基本觀念和應用

1. 解析幾何學的目的 形和數是算學中兩大基本觀念,就中等算學各分科而言,有討論數量運算的,有論證圖形性質的。所以學習這種分科以後,對於計算和作圖的技能,形象和數量的知識,已增進了不少。可是要深切了解各科呼應一貫的性質和相互爲用的方法,必須繼續研究形和數聯絡的學科——解析幾何學(Analytic geometry)。

解析幾何學是一方面用方程式顯明幾何圖形的性質,另一方面用幾何圖形表示方程式的變跡;換句話說,就是把形和數充分聯絡起來。聯絡的方法是根據法人狄卡德 (Descartes) 創造的坐標法 (Coordinate system)。

2. 方向綫 數分了正負,數的領域便擴大;

綫分了正負方向,形和數便可聯絡。凡直綫確定了方向的,叫做**方向綫**(Directed line)。指定一方向爲正,他的反對方向便是負。通常自左向右爲**正向**(Positive direction),自右向左爲**負向**(Negative direction),正向用 $\rightarrow$ 表示。譬如方向綫 AB 長 4



公寸,那麼

$$AB=4, \quad BA=-4.$$

就是

$$AB=-BA,$$

或

$$AB+BA=0.$$

如果方向綫 AB 內另有一點 C ,那麼

$$AB=AC+CB=AC-BC.$$

所以圖形中有了方向綫,列式運算的時候,須特別注意綫上的方向和文字的次序,不像初等幾何裏, AB 綫和 BA 綫是沒有分別,可以隨意記的。

3. 坐標 坐標種類很多,是解析幾何學的基本要素,也可以說是研究本科的出發點。效用

的宏大,可想而知,本書分別詳述他的方法於後。

(i)直線上的坐標 一直線上有無限數的點,要決定無論那一點的位置,必須在這綫上先定一點爲標

準。譬如直綫

$X'X$ 上,取 O 點作爲標準,

單位

這點叫做原點 (Origin), 直綫叫做軸 (Axis); 再取一長短適宜的綫段, 當做量度距離的單位。根據上節正向負向的原則, 定原點右方左方各綫段的正負。設軸上有一點 P , 用單位量度 O 到 P 的距離, 這 OP 的長叫做 P 點的坐標 (Coördinate)。假定 OP 長 2 單位, P 在原點右方, 那麼 P 點便可以 2 來表。如果點在原點左方, 像 P' 點, OP' 長 1 單位, 那麼 P' 點便以 -1 來表。可知軸上有一點, 便有一實數代表他; 反過來說, 有一實數, 便可在軸上找出一點來代表他。這就是點和數的一一對應性。

(ii)平面上的坐標 一平面上的點, 更無限的多。用上述一度的坐標法, 尙無濟於事, 須做經

緯綫的制度,推廣到二度的坐標。取正交於 O 點的兩方向直綫 $X'X$,

$Y'Y$ 作為標準綫, O

點也叫做原點,兩直

綫叫做坐標軸(Axes

of coördinates);分開來

說, $X'X$ 綫叫 x 軸或

橫軸(Axis of abscissas),

$Y'Y$ 綫叫 y 軸或縱

軸(Axis of ordinates)。設平面內有一點 P , 從 P 作

平行於兩軸的直綫,那麼 P 到 y 軸的距離,即 NP

或 OM , 叫做 P 點的橫坐標 (Abscissa), P 到 x 軸的

距離,即 MP 或 ON ,

叫做 P 點的縱坐標

(Ordinate)。兩者合稱

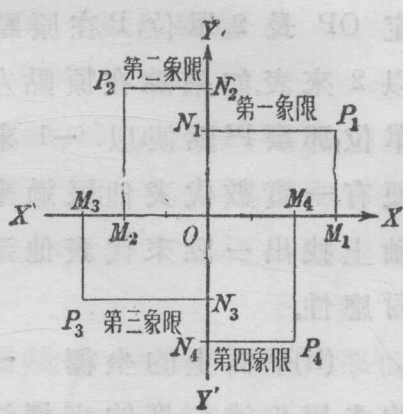
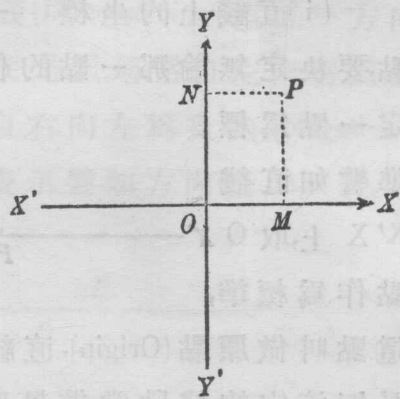
為 P 點的坐標,通常

記做 $P(x,y)$, 橫坐標

x 恆記在縱坐標 y

的前面。若同時有幾

點,須用不同文字來



代表,如上圖裏 $P_1, P_2, P_3, \dots$ 各點,可記做 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3), \dots$ 。

坐標面上的綫段,凡平行於橫軸或縱軸的,都是方向綫段,並且向右向上爲正,向左向下爲負,是一定不易的規則。

兩坐標軸分全平面爲四部份,各部份叫做象限 (Quadrant)。依反鐘向的次序名爲第一、二、三、四象限,如上圖所示。點在各象限內,坐標的正負,是根據上述規則決定,結果如上表。

象 限 坐 標	第一	第二	第三	第四
橫	正	負	負	正
縱	正	正	負	負

上圖中 P_1, P_2, P_3, P_4 四點,容易看出他們的坐標量,記做 $P_1(3, 2), P_2(-2, 3), P_3(-3, -2), P_4(2, -3)$ 。可知平面上任意一點,實數裏必有一對相當的數值代表他,好像地球上無論那一處,總有一定的經緯度;反過來說,每一對實數值,平面上必可尋出相當的一點代表他,好像知道了某處的經緯度,必能覓得所在的地方。

[注意一] 坐標軸有正交和斜交兩種正交的叫直角坐標 (Rectangular coördinates),斜交的叫斜角坐標 (Ob-