运筹模型与决策支持

YUNCHOU MOXING YU JUECE ZHICHI

李水旺 田智慧 熊 伟 编著

黄河水利出版社

运筹模型与决策支持

李水旺　田智慧　熊　伟　编著

黄河水利出版社

内 容 提 要

本书是关于科学决策技术的基础性理论与方法的著作。全书以科学决策的技术为主线，针对不同结构的决策问题分别介绍了分析结构化决策问题的模型化方法、数据库方法和分析半结构化决策问题的决策支持系统与专家系统。

本书可作为高等院校运筹管理专业、计算机专业本科生和研究生的教学参考用书，也可供从事信息系统研究和应用开发的人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹模型与决策支持/李水旺，田智慧，熊伟编著.
郑州：黄河水利出版社，2009.8
ISBN 978-7-80734-709-5

Ⅰ.运… Ⅱ.①李…②田…③熊… Ⅲ.①运筹学-数学模型-高等学校-教材②决策支持系统-高等学校-教材 Ⅳ.O22 TP399

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第151921号

组稿编辑：王路平　电话：0371-66022212　E-mail：hhslwlp@126.com

出 版 社：黄河水利出版社
地址：河南省郑州市顺河路黄委会综合楼14层　邮政编码：450003
发行单位：黄河水利出版社
发行部电话：0371-66026940、66020550、66028024、66022620(传真)
E-mail：hhslcbs@126.com
承印单位：黄河水利委员会印刷厂
开本：787 mm×1 092 mm　1/16
印张：8.75
字数：200 千字　　印数：1—1 500
版次：2009年8月第1版　　印次：2009年8月第1次印刷

定价：20.00 元

前　言

当今世界,科学技术尤其是信息化技术日新月异,国际经济和政治的一体化活动变化多端,各种层次所面临的决策问题的规模和复杂程度也日益增加。因此,传统的经验决策已经远远不能适应现实的需要。必须认真地对待充满竞争、富于挑战和千变万化的现实与未来,努力推广、掌握科学的现代化管理和运筹决策的技术与方法。

从决策问题的结构化上来看,不同结构的决策问题,在科学决策的技术与方法上也体现出明显的不同。一般来讲,结构化的决策问题,其科学决策的支持技术通常是采用建立模型并分析求解的方法即模型化方法,或者就是采用数据库技术对数据进行查询、统计的方法;对于半结构化和非结构的决策问题,上述方法通常是无效的,而需要建立相应的模型库、知识库并进行大量的人机交互实施分析决策,这就要采用决策支持系统的决策支持技术与方法。本书就是以介绍、论述不同结构的决策问题的决策支持技术为主线展开和编著的。

本书是作者结合多年从事运筹管理教学、科研和应用开发的经验,在整理作者的教学、科研和应用系统开发的成果,以作者的教案为主,同时参考了国内相关的研究成果的基础上而撰写的。全书共分为10章,第一章论述了决策问题的结构化与科学决策的概念;第二章至第六章分别介绍了常用的分析结构化决策问题的五类模型化方法,即线性规划模型、动态规划模型、对策模型、决策分析模型和网络分析模型;第七章论述了数据库技术及其辅助决策;第八章论述了模型库技术及其辅助决策;第九章论述了知识库技术及其辅助决策;第十章介绍了集数据库、模型库和知识库于一体的决策支持系统的基本理论与方法。

本书由李水旺、田智慧、熊伟编著,由李水旺负责统稿。本书得到了国家科技支撑计划课题(2007BAH08B06)资助,并得到黄河水利出版社的大力支持。本书在编写过程中,引用了许多论著的成果(见参考文献),在此对论著的作者表示感谢!同时,由于篇幅所限,可能未全列出,如有不周,请读者批评指正。

作　者

2009年7月于郑州

目 录

第一章　概　论

第一节　科学决策

什么叫决策？从不同角度、不同深度，众说纷纭。如现代管理科学创始人之一、世界著名经济学家阿·西蒙(H. A. Simon)提出的“管理就是决策”；我国著名学者于光远先生提出的“决策就是作决定”。这两种不同的定义，从不同的角度深刻揭示了决策的基本内容，那就是决策(Decision Making)是为达到决策问题的某种预期目标而作(的)决定。

人是有理想和意图的“万物之灵”，人类的实践活动是在理想和意图的支配下，为达到一定目的而进行的。成功的决策自古有之。张良“运筹帷幄之中，决胜千里之外”，为汉代的建立和巩固谋划了很多英明的决策；诸葛亮作“隆中对”三分天下；朱元璋采纳刘伯温“高筑墙、广积粮、缓称王”的建议，创立了明王朝；孙膑为田忌赛马献计献策而胜齐威王；李冰父子设计了都江堰水利工程，妥善解决了分洪、排沙、引水等一系列兴利除害的问题；丁渭领导的重建北宋汴宫工程，就地取土，把建设施工用土、开凿运河工程、处理残渣废物等任务统筹安排，节省了大量人力、物力和时间。这些决策的共同特点在于都是领导者的经验决策。其决策的成功与否取决于领导者的智慧、阅历和才能、胆略是否超群。经验决策是与小生产方式相适应的，一般来说并没有规范化、程序化、科学化，也难以被大多数人所掌握。

随着人类社会的进步，科学技术尤其是信息技术飞速发展，使得生产规模不断扩大、社会活动日益复杂、信息量呈爆炸状态且瞬息万变，经验决策已经远远不能适应现代化生产和决策的需要。现代决策更强调决策的科学化即科学决策，反之，决策失误就在所难免。代表美国工业化水平并具标志性意义的美国通用公司具有百年辉煌历史，曾经长期占领世界500强之首，但是，由于经营决策失误，短短的几年时间就衰落到了破产的境地；曾经以强势形象和强国实力立于中东的伊拉克，由于萨达姆集团的决策失误，短时间就导致了伊拉克国破家亡、民不聊生。

从经验决策上升到科学决策势在必行。科学决策必须做到：①严格实行科学决策程序；②强调运用科学决策技术；③决策者用科学的思维方法作出决断。科学决策并不排斥决策者个人的阅历、智慧、才能和胆略，恰恰相反的是对决策者提出了更高的要求。当然，科学决策也不是万能的，它的作用是弥补经验决策的不足，使决策最优化或者使可能产生的决策失误尽量减小到最低程度。

科学决策是一个过程，是为达到决策问题的某种预期目标，采用一定的科学理论、方法和程序，制订若干个可行方案并从中选定最满意方案，实施方案，直至目标实现的过程。科学决策过程的流程图见图1-1。

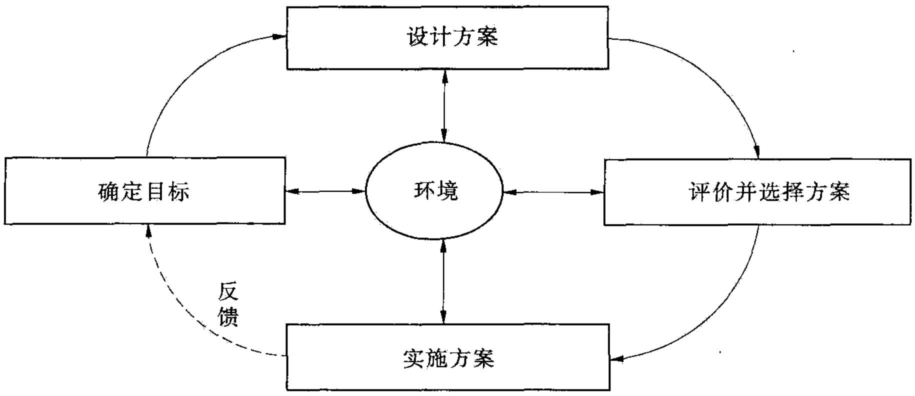

图 1-1　科学决策流程

第二节　决策问题的结构化

从广义上讲,一个完整的决策过程包括确定目标、设计方案、评价方案、实施方案四个阶段,但通常所说的科学决策的研究对象则主要是指前三个阶段,即确定目标、设计方案、评价方案。在决策过程中,根据对决策问题的结构化程度可以将决策问题分为结构化问题、半结构化问题、非结构化问题等结构化程度不同的三类决策问题。所谓结构化程度,是指对某一过程的环境和规律,能否用明确的语言(数学的或逻辑的,形式的或非形式的,定量的或推理的)给予清晰的说明或描述。如果能描述清楚的,称为结构化问题;不能描述清楚而只能凭直觉或经验作出判断的,称为非结构化问题;介于两者之间的,则称为半结构化问题。

每一类决策问题,从管理层次上又可以分为三个层次,即战略规划、运筹管理、作业调度。

在科学决策过程中,尤其是在设计方案和评价方案过程中,要针对特定的决策问题采用科学的方法进行大量的分析、计算。对不同结构、不同层次的决策问题,其辅助或者支持决策的技术、方法也有其特点。表 1-1 举例反映了各层次不同类型的决策问题所需要的决策支持技术。

从表 1-1 中可以看出,半结构化的决策问题仅仅依靠简单的电子数据处理(Electronic Data Processing,简称 EDP)、管理信息系统(Management Information System,简称 MIS)、运筹(Operations Research,简称 OR)模型等辅助决策系统已经不够,需要相对复杂的集数据库及其管理系统、模型库及其管理系统、知识库及其管理系统等于一体的决策支持系统(Decision Support System,简称 DSS)。

本书以科学决策的决策支持技术为主线,分别介绍和讨论数据库技术、模型库技术及决策支持系统技术。决策支持系统以模型库系统为主要特征,在模型库中承担重要角色的是以最优化分析为特征的运筹模型,所以运筹模型及方法在本书中占据了主要篇幅。目前,运筹模型及方法已经成为一个分支众多、应用广泛而有效的决策工具。为突出实用

并限于编者的能力，本书只介绍和讨论几种成熟、常用的运筹模型及方法。

表 1-1　各层次不同类型决策问题所需要的决策支持技术

决策类型	管理层次			决策支持技术
	作业调度 （战术级）	运筹管理 （战役级）	战略规划 （战略级）	
结构化	零件定货	线性规划 最短路问题	设厂位置选择	办事员 EDP，MIS，OR
半结构化	股票交易	开发市场 作战模拟	资本获利分析 区域规划	DSS
非结构化	主页设计	选聘管理人	研究和开发分析	经验和直觉

第二章　线性规划模型

在第一章中我们已对决策问题的结构化进行了简要分析。对于结构化的决策问题，我们可以通过抽象、归纳等方法将系统的结构和本质特征用一定的表现形式明确地描述出来，即可以用模型表示或称为模型化。由于运筹学讨论的对象是决策的最优化问题，所以本书主要介绍常用的最优化方法模型，它们包括线性规划模型、动态规划模型、对策论模型、决策分析模型以及网络规划模型等。其中线性规划模型（Linear Program Model，简称 LP）是形成最早、最为成熟的最优化方法模型，到目前为止，它的应用最为广泛，同时它也是其他最优化模型求解的一个基础，所以讨论运筹学的最优化模型自然从线性规划模型开始。

苏联数学家康托洛维奇（L. V. Kantorovich）被认为是线性规划的最早创始人，早在 1939 年，他就提出了解决下料问题和运输问题这两类典型的线性规划问题的数学方法，并撰写了《生产组织与计划的数学方法》一书。但直到 1947 年，美国数学家丹契克（G. B. Dantig）提出了求解线性规划的单纯形法之后，这门学科才得以在理论上趋于成熟并在应用上获得极大成功。

自 20 世纪 50 年代起，很多学者对线性规划的最优性理论及算法进行了深入的研究并提出了与单纯形法有关的各种不同的算法，促进了线性规划理论、算法及应用的发展。随着计算机技术的发展和应用，求解大规模的线性规划问题成为可能，线性规划的应用范围越来越广。到目前为止，线性规划仍然是理论上讨论较多、应用较广的最优化方法。

第一节　线性规划的数学模型

一、线性规划模型

下面以 3 个例子来说明线性规划模型。

【例 2-1】 生产规划问题。某工厂在计划期内要安排生产Ⅰ、Ⅱ两种产品，已知生产单位产品所需的设备台时及 A、B 两种原料的消耗，如表 2-1 所示。

表 2-1　设备台时及原料消耗

项目	产品Ⅰ	产品Ⅱ	资源量
设备台时	1	2	8
原料 A	4	0	16
原料 B	0	4	12

该工厂每生产一件产品Ⅰ可获利 2 元，每生产一件产品Ⅱ可获利 3 元，问如何安排生

产使工厂获利最多？

解：设 x_1、x_2 分别表示计划期内生产Ⅰ、Ⅱ两种产品的数量，f 表示利润，则

$$f = 2x_1 + 3x_2$$

其中，x_1、x_2 应满足如下关系

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leqslant 8 \\ 4x_1 \leqslant 16 \\ 4x_2 \leqslant 12 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

因此，该生产规划问题可归结为如下数学模型

$$\max \quad f = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leqslant 8 \\ 4x_1 \leqslant 16 \\ 4x_2 \leqslant 12 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

【例 2-2】　运输问题。现从两个仓库Ⅰ、Ⅱ运输物资到三个部队，仓库的库存量、各部队的需求量及每吨运费如表 2-2 所示，问应采用哪种方案，可使总运费达到最小？

表 2-2　库存量、需求量及每吨运费

项目		1#部队	2#部队	3#部队	库存量(t)
每吨运费	仓库Ⅰ	2	1	3	50
	仓库Ⅱ	2	2	4	30
需求量(t)		40	15	25	

解：设 x_{ij} 为从 i 号仓库运输到 j 号部队的运输量，f 表示总运费，由图 2-1 得

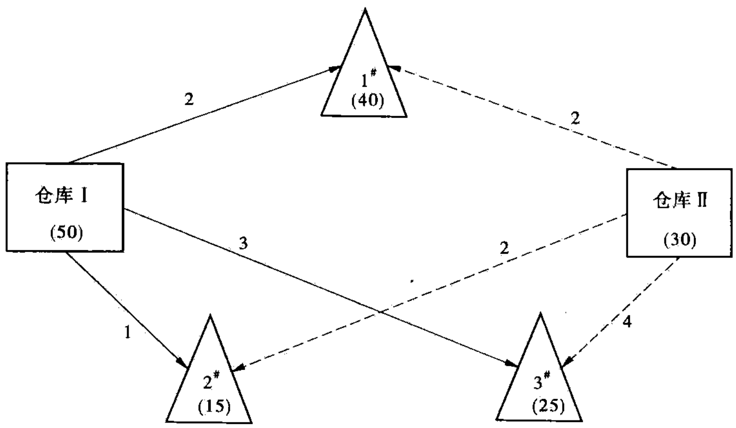

图 2-1　例 2-2 示意图

$$f = 2x_{11} + x_{12} + 3x_{13} + 2x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23}$$

其中 $x_{ij}(i=1,2;j=1,2,3)$满足如下关系

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \leqslant 50 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leqslant 30 \\ x_{11} + x_{21} = 40 \\ x_{12} + x_{22} = 15 \\ x_{13} + x_{23} = 25 \\ x_{ij} \geqslant 0 \quad (i = 1,2;\ j = 1,2,3) \end{cases}$$

因此,该运输问题可归结为如下数学模型

$$\min \quad f = 2x_{11} + x_{12} + 3x_{13} + 2x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23}$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \leqslant 50 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leqslant 30 \\ x_{11} + x_{21} = 40 \\ x_{12} + x_{22} = 15 \\ x_{13} + x_{23} = 25 \\ x_{ij} \geqslant 0 \quad (i = 1,2;\ j = 1,2,3) \end{cases}$$

【例 2-3】　火力分配问题。假设某部队将 m 种不同类型的导弹 $D_1, D_2, \cdots, D_m$ 对 n 个独立目标 $M_1, M_2, \cdots, M_n$ 进行攻击,D_i 类导弹的数量为 m_i,它对 M_j 类目标的击毁概率为 p_{ij},其示意见图 2-2。现在规定只对各目标发一枚导弹,问应对各目标发射哪种导弹,使总的目标毁伤率最大?

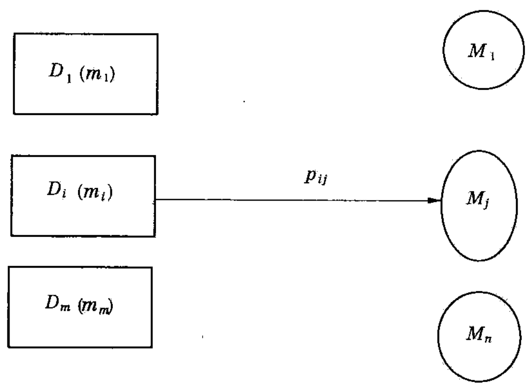

图 2-2　例 2-3 示意图

解:设

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{使用 } D_i \text{ 类导弹攻击目标 } M_j) \\ 0 & (\text{否}) \end{cases}$$

并设 f 为总的目标毁伤率,则

$$f = \sum_{i,j} p_{ij} x_{ij}$$

其中 $x_{ij}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 满足如下关系

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 & (j = 1,2,\cdots,n) \\ \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant m_i & (i = 1,2,\cdots,m) \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 & (i = 1,2,\cdots,m;\ j = 1,2,\cdots,n)\end{cases}$$

因此,火力分配问题可归结为如下数学模型

$$\max \quad f = \sum_{i,j} p_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s. t.} \quad \begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 & (j = 1,2,\cdots,n) \\ \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant m_i & (i = 1,2,\cdots,m) \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1 & (i = 1,2,\cdots,m;\ j = 1,2,\cdots,n)\end{cases}$$

从上述三个问题可以看出,虽然反映的实际情况不同,但它们的数学模型却具有相同的数学形式,即表示约束条件的是决策变量的线性等式或线性不等式,目标函数是决策变量的线性函数。称这种形式的数学模型为线性规划模型,对应的问题称为线性规划问题。由此,我们可以写出线性规划模型的一般式为

$$\text{目标函数} \quad \max(\min) \quad f = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

$$\text{约束条件} \quad \text{s. t.} \quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = (\leqslant, \geqslant) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = (\leqslant, \geqslant) b_2 \\ \qquad \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = (\leqslant, \geqslant) b_m \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1,2,\cdots,n) \end{cases}$$

二、线性规划模型的标准型

(一)基本概念

为了深入讨论线性规划模型的求解问题,规定下面的线性规划模型为线性规划的标准型

$$\min \quad f = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

$$\text{s. t.} \quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \\ x_j \geqslant 0, b_i \geqslant 0 \quad (j = 1,2,\cdots,n; i = 1,2,\cdots,m) \end{cases}$$

用矩阵表示为

$$\min \quad f = c^{\mathrm{T}} x$$

$$\text{s. t.} \quad \begin{cases} Ax = b \\ x \geqslant 0, b \geqslant 0 \end{cases}$$

其中　$c^{\mathrm{T}}x$——目标函数；

c——价值向量，$c=(c_1,c_2,\cdots,c_n)^{\mathrm{T}}$；

b——限定向量，$b=(b_1,b_2,\cdots,b_m)^{\mathrm{T}}$；

x——决策变量，$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$；

$\boldsymbol{A}$——约束条件的系数矩阵，$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$。

- 可行解：每一个满足约束条件的决策变量称为线性规划模型的可行解；
- 可行解集：所有可行解构成的集合称为线性规划模型的可行解集（记为 D）；
- 最优解：若 $\exists x^* \in D$，使得对 $\forall x \in D$，有 $f(x^*) \leqslant f(x)$，则称 x^* 为线性规划的最优解，简称解。

（二）非标准型转化为标准型

（1）若目标函数要求最大，即

$$\max \quad z = c^{\mathrm{T}}x$$

令 $f=-z$，则目标函数可以转化为相应的标准型

$$\min \quad f = c^{\mathrm{T}}x$$

（2）若约束条件为

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i$$

引入“剩余变量”$y_i \geqslant 0$，可将其化为标准型

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + y_i = b_i \\ y_i \geqslant 0 \end{cases}$$

（3）若约束条件为

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geqslant b_i$$

引入“松弛变量”$y_i \geqslant 0$，可将其化为标准型

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - y_i = b_i \\ y_i \geqslant 0 \end{cases}$$

（4）若决策变量 x_j 为自由变量（没有非负限制），则令 $x_j=y_{j1}-y_{j2}$，其中 y_{j1}、y_{j2} 为非负变量，并将其代入目标函数和约束条件即化为标准型。

三、两个变量的线性规划模型的图解法

两个变量的线性规划模型的可行解集可以通过直角坐标系表示出来，它是平面上的

一个区域，因此我们可以用图解法来分析求解。更重要的是图解法简单直观，有助于理解线性规划模型解的基本概念和定理。

（一）图解法步骤

图解法的步骤如下：

第一步：在直角坐标系中分别作出各约束条件，求出可行域。

第二步：作出一条目标函数等值线，并确定目标函数值的增、减方向。

第三步：沿函数值的增、减方向移动目标函数等值线，从而确定出最小（大）值。

（二）举例分析

【例 2-4】 求解 LP

$$\min \quad f = -x_1 + x_2$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leqslant 2 \\ x_1 - 2x_2 \leqslant 2 \\ x_1 + x_2 \leqslant 5 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1,2) \end{cases}$$

解：由目标函数和各约束条件，作图如图 2-3 所示。

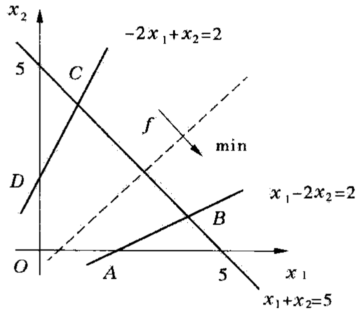

图 2-3　例 2-4 示意图

目标函数f在$B(4,1)$点取得极小值$f(4,1) = -3$。

【例 2-5】 求解 LP

$$\max \quad f = -x_1 - 2x_2$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} x_1 + x_2 \geqslant 1 \\ x_1 - 3x_2 \geqslant -3 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1,2) \end{cases}$$

解：由目标函数和各约束条件，作图如图 2-4 所示。

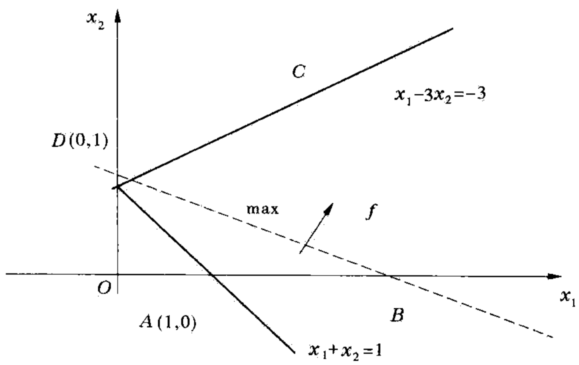

图 2-4　例 2-5 示意图

目标函数f在$A(1,0)$点取得最大值$f(1,0) = -1$。

【例 2-6】 求解 LP

$$\max \quad f = 3x_1 + x_2$$

$$\text{s. t.}\quad\begin{cases}x_1+x_2\leqslant 5\\-x_1+x_2\leqslant 0\\6x_1+2x_2\leqslant 21\\x_j\geqslant 0\quad(j=1,2)\end{cases}$$

解:由目标函数和各约束条件,作图如图 2-5 所示。

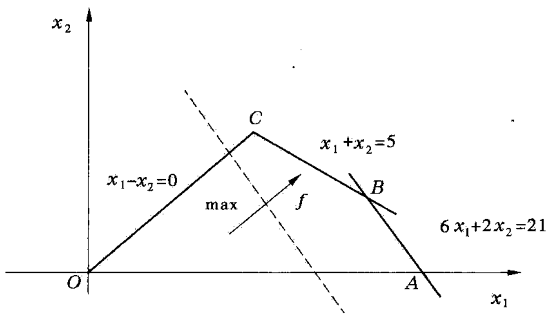

图 2-5　例 2-6 示意图

目标函数f有多个最大值,且 $\max f=f(\frac{21}{6},0)=f(\frac{11}{4},\frac{9}{4})=\frac{21}{4}$。

【例 2-7】　求解 LP

$$\min\quad f=-x_1+x_2$$

$$\text{s. t.}\quad\begin{cases}x_1+x_2\leqslant 4\\x_1-x_2\geqslant 5\\x_j\geqslant 0\quad(j=1,2)\end{cases}$$

解:由目标函数和各约束条件,作图如图 2-6 所示。

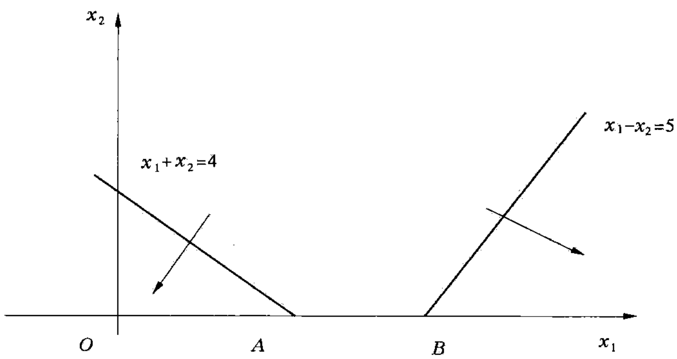

图 2-6　例 2-7 示意图

由图 2-6 可知,此 LP 无可行解,当然也无最优解。

(三)图解法的直观结论

(1)解的情况:①有唯一最优解。②有多重最优解。③无有界解。④无可行解。

(2)最优解可在可行域的某个顶点上达到。

通过上述图解法,直观上可以看出,线性规划模型若有最优解,则可以在可行域的某

个顶点达到。后面我们将证明,这一直观结论对多个决策变量的线性规划模型仍然成立。

第二节　线性规划问题解的性质

对于两个变量的线性规划问题,利用图解法求解时已经得到一些直观的结论,即线性规划模型若有最优解,则可以在可行域的某个顶点达到。这一直观结论对多个决策变量的线性规划模型仍然成立,并可以归结为下述线性规划的重要性质,同时,这几个重要性质也被称为线性规划基本定理。

一、几个概念

(一)凸集

若连接 n 维点集 S 中的任意两点 x_1、x_2 的线段仍在 S 内,则称 S 为凸集。即对 $\forall x_1$、$x_2 \in S$,有 $\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2 \in S \quad (0 \leqslant \lambda \leqslant 1)$,则称 S 为凸集。

凸集和非凸集如图 2-7 所示。

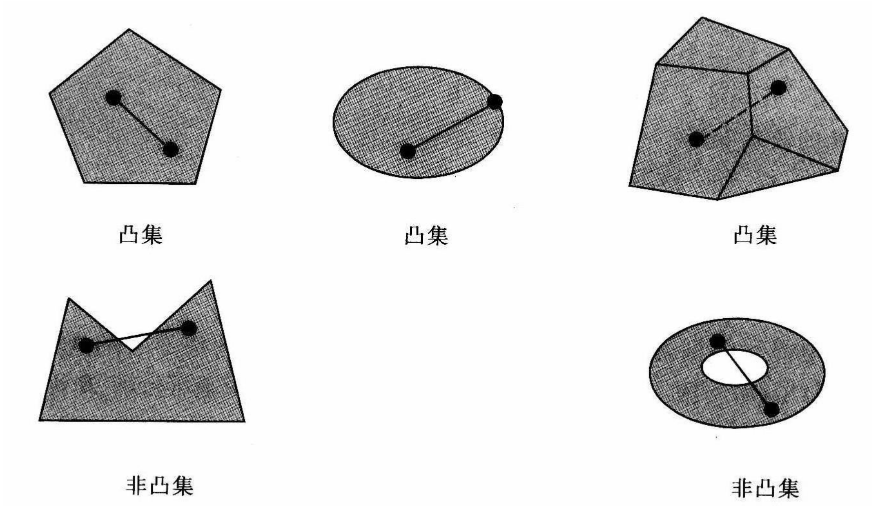

图 2-7　凸集和非凸集

(二)极点

若凸集 S 中的点 x 不能成为 S 中任何线段的内点,则称 x 为 S 的极点。即对 $\forall x_1$、$x_2 \in S$,不存在 $\lambda (0 \leqslant \lambda \leqslant 1)$,使 $x = \lambda x_1 + (1-\lambda) x_2$,则称 x 为 S 的极点,如图 2-8 所示。

(三)基可行解

设 LP

$$\min \quad f = c^{\mathrm{T}} - x$$
$$\text{s. t.} \quad \begin{cases} Ax = b \\ x \geqslant 0 \end{cases} \tag{2-1}$$

其中

$$c = (c_1, c_2, \cdots, c_n)^{\mathrm{T}}$$