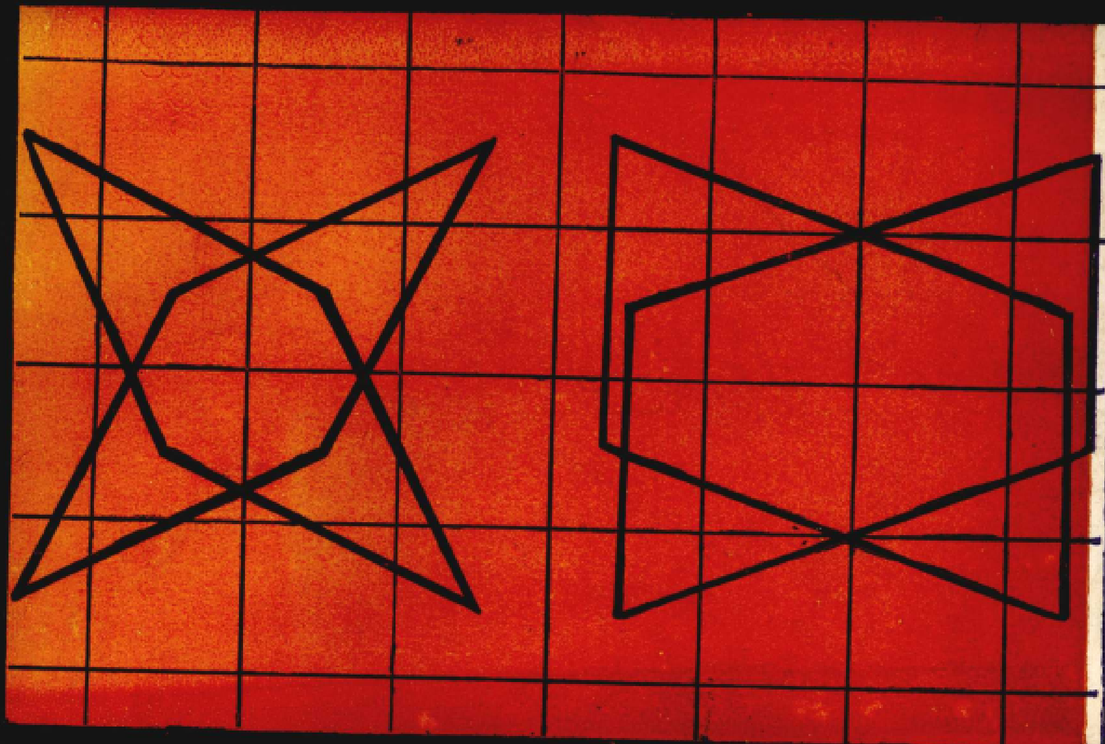
幻方



HUANFANGHUAN 丁宗智 FANGHUANFANG

东南大学出版社

封面设计：胡滨

ISBN 7-81023-731-4

O·68　　定价：9.80元

幻　方

丁宗智

东南大学出版社

(苏)新登字第 012 号

内 容 简 介

本书首先探讨了南宋杨辉的三至十阶纵横图的构造方法，杨辉所未完成的十阶纵横图也予调整平衡；详细介绍了奇数阶、双偶数阶、单偶数阶三类幻方的构造模型，利用模型可构造出任意阶幻方；对全线相等幻方、简型幻方、立方体幻方分别作了深入的研究。

本书对质数幻方、平方幻方、双重幻方、反幻方作了一般性的介绍。

幻　方

丁宗智

东南大学出版社出版发行

(南京市四牌楼 2 号)

南京佳美电脑印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 17.875 字数 446 千字

1992 年 12 月第 1 版 1992 年 12 月第 1 次印刷

印数: 1—1000 册

ISBN 7-81023-731-4

O・68　　定价: 9.80 元

前 言

幻方是中国古代最伟大的发明之一，是数学的源头，是一门老祖宗高智慧愈老愈新的学问。

本书不是幻方学术专著，而仅是作为趣味数学或数学游戏的科普读物。

一般说，数学是一门干燥无味的科学，较少人对它感兴趣。可是作为数学的一个分支的幻方，却是极有趣味的，并且是高级的趣味，永不衰败的趣味。幻方是一种高级的智力游戏，一语道破"天机"，快何如之。我本是一个不爱数学的人，可是自从碰上了幻方，就着迷似地爱上了它，走路、吃饭、睡觉都想着它。朋友！你想得到永不衰败的乐趣吗？就请来研究幻方。

本书的编写不用一个符号一个公式，只是简单明白地说明幻方的构造规律。因此，只要有初中文化或甚至有小学毕业文化的人，都可以读此书。幻方对青少年的智力开发是有极大好处的。我希望青少年朋友们都来研究它。尤希望中、小学教师研究它，能为青、少年朋友们作适当的辅导和帮助。现在初中生、高中生很少知道幻方的，这是不容忽视的事，初中以上学生是应该懂得一些幻方知识的，这同须懂得"百鸟"问题及"韩信点兵"问题有同样的重要性。现时小学一年级数学教科书中已有三阶幻方的习题，真是可喜的事，但以后各年级数学教科书中却无幻方的影子。我热切希望小学生、初中生就开始学点幻方，把幻方放到小学、中学的数学教科书中去。

本书除对已有的幻方构造规律有所提高外，并发现了很多新的构造规律。这些新规律的发现，可大大促进幻方的研究。幻方还有许多不易为人识破的"天机"，需待我们去识破。此书的出版，对幻方有抛砖引玉的作用。

由于编者水平有限，书中不妥和错误之处在所难免，恳切希望专家和读者给予批评和指正。

丁宗智于南京

1992年6月

时年八十岁

目　录

第一篇　绪　论

第二篇　平面幻方

第三篇　立方体幻方

第一篇　绪　论

第一章　对幻方的总的认识

第一节　什么是幻方

幻方即用自然数组成的方阵而要求各行，各列及两对角线（或全部斜线）上各数之和皆相等。幻方一是要方，各行、各列所排数字的个数必须相等；二是要将数字作有规律的变化，使各行、各列及两对角线（或全部斜线）上各数之和皆相等。这相等的数我们称之为平衡数，也有称之为定数的。行和列所排数字的个数称为阶，一般用 N 表示。

图 1 是一三阶幻方，完全符合上面所说的要求。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 1

用分段数字也可组成幻方，但所组成的幻方只是自然数幻方的变化，并无特殊的个性。

用小数也可组成幻方，但所组成的幻方只是自然数幻方必然的推衍，也没有特殊的个性。

任何幻方都是按一定规律构造的，除了个别例外，没有不按一定规律构造的幻方。我们仅仅发现清张潮的“更定百子图”是不按一定规律构造的。

幻方并不幻，确切地说应称之为“数方”，但国际上习惯用“幻方”，故本书仍用幻方一词。

三阶幻方在中国古代叫“洛书”，其意为在洛水所发现的龟身上的花纹。洛书是中国古代最伟大的发明之一。

南宋杨辉称幻方为“纵横图”，此词比较恰当，本书在介绍杨辉的研究成果时，仍用“纵横图”一词，杨辉是中国历史上最杰出的幻方研究者，研究幻方不可不研究他的纵横图。本书对杨辉的纵横图，都作了深入细致的研究，并有所提高和发展。本书对杨辉所未完成的十阶纵横图，也予调整平衡，肯定了他的构造方法的科学性。

宇宙万事万物无不在神奇的组合之中，在千千万万不可计数的排列组合中，最玄妙，而又最有趣的，莫过于幻方。

第二节　幻方的分类

幻方可分为平面幻方和立方体幻方两大类，但主要是平面幻方。

在平面幻方中奇数阶幻方和偶数阶幻方的构造规律有很大的不同。在偶数阶幻方中双偶数（除以二后仍为偶数）阶幻方和单偶数（除以二后为奇数）阶幻方的构造规律又有很大不同。非常奇妙！平面幻方中既不是一个阶幻方一个构造规律，也不是所有阶幻方可用一个构造规律，而是每类幻方中各有若干种构造规律。在每类若干种构造规律中并可找到一种或二、三种较佳的构造规律。我们即可以这些较佳的构造规律作为该类幻方的构造模

型。模型以小为好，以规律表现得清楚、完全为好。模型建成后，即可按模型构造出该类任意阶幻方。

从平面幻方的要求看又可分为两类：一类是各行、各列及两对角线上各数之和皆相等的幻方；一类是各行、各列及各斜线（对角线是斜线的一线）上各数之和皆相等的幻方，我们叫它做全线相等幻方。此种幻方作 2×2 以上排列时，有着神奇的变化，可构造出任一数在任一位置上的各种幻方；任一 n^2 格内都自成一个幻方。

还有一种平面幻方，只用 1～N 自然数构成，我们称之为简型幻方。这种幻方虽简单，但有其特殊的个性及科学价值，且为研究立方体幻方和双重幻方提供了条件。

立方体幻方又可分为三类：1.由 1～N 自然数构成的简易立方体幻方；2.由 1～N^2 自然数构成的中级立方体幻方；3.由 1～N^3 自然数构成的正规立方体幻方。正规立方体幻方构造难度较大，本书提出了 以 N 为级距的等差级数中级立方体幻方与简易立方体幻方合二而一的构造方法。

还有几种幻方：

1.质数幻方：用质数构成的幻方；

2.平方幻方：以一般幻方为基础，各数平方后仍为幻方；

3.双重幻方：各行、各列及两对角线上各数之和皆相等，同时各数之积也相等的幻方；

4.间隔幻方：幻方中的间隔行的间隔数仍为幻方；

5.开天窗幻方：幻方中的每行、每列及对角线上都有同数的不填数字的空格而仍为幻方。

6.反幻方：各行、各列及两对角线上各数之和均不相等的幻方。

第三节　幻方的功用

关于河图，洛书的功用，据清江永（慎修）说："若算家之勾股乘方，乐家之五音六律，天文家之七曜高下，五行家之纳甲纳音，音乐家之字音清浊，堪舆家之罗经理气，择日家（阴阳家）之斗首奇门，以至天有六运五气，人有经脉动脉，是为医学之根源，冶疗之准则者，亦自图、书、卦画而来。"要补充的是还可用于军事家之作战。我国在汉代以前，即已用河图、洛书的原理于土木工程。

幻方对于近代科学的发展起着很大的作用。

幻方已应用到"迷路"、"爵当曲线"、"七座桥"等的位置解析学及组合解析学。

幻方引出了拉普拉斯的导引系数和哥斯定理、格里定理、斯笃克定理，还引出了普生、布鲁汀两氏的电子方程式。

幻方还引出了桑南的自动控制论，从而促成了电子计算机的诞生。电脑有三个来源：即二进位（八卦）、算盘和幻方。电子科学家已把幻方的排列路线看成是理想的电子回路网图形。

台湾电机专家吴隆生创造的 64 方阵（即四阶简型幻方）仪可用于计算机、测量仪、通讯交换仪以及水、电、火力、航空等的管制系统，已获得专利。

可以肯定，幻方有着广阔的实用前景。

幻方的构造有其客观规律存在，在没有掌握其规律之前，难上加难，在掌握了规律之后，却易如反掌，因此可引起浓厚的钻研兴趣．规律是要用脑筋去探索的，不付出辛勤劳动是得不到的，这对于青少年的智力开发有着很大的作用，可以培养他们的想像力、创造力，并陶冶他们性情。一个不爱数学的人，也许可由此而爱上了数学，因此幻方的社会效益是巨大的。希望中小学数学教师都来研究幻方，并适当地放到教学中去，以培育青少年的智力。

第四节　幻方的平衡数之规律

各阶幻方每行各数之和有一共同的简单规律。

从 1 到 N^2 的自然数，不论是奇数个或偶数个，都必有一个中点，而此中点必是平均数。以 1～16 和 1～25 为例，如将数列平均分为前后两段，前后两段数字顺序颠倒相加，则各相加两数之和。必皆相等。

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ + & 16 & 15 & 14 & 13 & 12 & 11 & 10 & 9 \\ \hline & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 & 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrrrrrrrrr} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ + & 25 & 24 & 23 & 22 & 21 & 20 & 19 & 18 & 17 & 16 & 15 & 14 & \\ \hline & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & 26 & \end{array}$$

由上可见：

1～16 的平均数为　　$17 \div 2 = 8.5$　　即中点数。

1～25 的平均数为　　$26 \div 2 = 13$　　即中点数。

故　　每行各数之和＝每行格数×平均数（中点数）。

中点数简单的求法是，　$中点数 = \dfrac{首项+末项}{2}$

在奇数个数列中点数为整数。

在偶数个数列中点数为带 0.5 的数，即在中点两数之间。

故　　四阶幻方的每行四数之和为　　$4 \times 8.5 = 34$;

　　　五阶幻方的每行五数之和为　　$5 \times 13 = 65$．

由于首项一般为 1，上面求中点数的公式又可写为．　$中点数 = \dfrac{末项}{2} + 0.5$

第五节 幻方的可加、减、乘、除性及起点和级距问题

幻方有可用同一数加、减、乘、除性。

以三阶幻方例：图 1 是用 1～9 自然数所排出的幻方，如将此图中各数同加 2，则得起点为 3 的幻方，如图 2。如在图 1 中，各数同减 1，则得起点为 0 的幻方，如图 3。如在图 1 中，各数同减 3，则得起点为−2 的幻方，如图 4。

由上可以推知，已构成的幻方，图中各数同加一数或同减一数，必仍为幻方。

如在图 1 中各数同乘以 5，则得起点为 5，级距为 5 的幻方，如图 5。如在图 1 中各数同除以 5，则得起点为 0.2，级距为 0.2 的幻方，如图 6。

由上可以推知，已构成的幻方，图中各数同乘以一数或同除以一数，必仍为幻方。

将自然数分成等距离的几段，也可构成幻方。如图 7 的四段（与行数相等）的数列可构成四阶幻方，如图 8。

由上可以总结出：幻方的起点可以为零、正负整数及正负小数，数列的级距可以是相同的任意数；且可以是分段的。但在幻方的构造中，为了简便，还是以用从 1 起的自然数为好，本书所研究的各种幻方，也都是用从 1 起的自然数。

新《辞海》对幻方（纵横图）所下的定义，“将从 1 起到 n^2 的自然数排成纵横各有 n 个数的正方形，使在同一行同一列或同一对角线上 n 个数的和都相等，称这样的排列为 n 行纵横图。”是不够全面的。

4	9	2	15
3	5	7	
8	1	6	

图 1

6	11	4	21
5	7	9	
10	3	8	

图 2

3	8	1	12
2	4	6	
7	0	5	

图 3

1	6	−1	6
0	2	4	
5	−2	3	

图 4

20	45	10	75
15	25	35	
40	5	30	

图 5

0.8	1.8	0.4	3
0.6	1	1.4	
1.6	0.2	1.2	

图 6

4	5	6	7
10	11	12	13
16	17	18	19
22	23	24	25

图 7

25	5	6	22	58
10	18	17	13	
16	12	11	19	
7	23	24	4	

图 8

第二章　幻方简史

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 1

世界最早的幻方是中国的九宫图，如图 1，多数文献认为九宫图来源于洛书。中国数学史专家李俨根据《大戴礼》明堂篇中早就有九宫图的说明（二、九、四，七、五、三，六、一、八），而此时尚无河图、洛书的名称，认为不是九宫图来源于洛书，而是洛书来源于九宫图。我们对此抱怀疑态度。

《周易系辞上》说："河出图、洛出书、圣人则之"，传说伏戏氏时有龙马从黄河出，背负河图，有神龟从洛水出，背负洛书，伏戏根据这种图和书，画出八卦，就是后来的周易。这种神话自不可信，但河图、洛书、八卦都是真实的；是中国古代最早最伟大的发明创造。伏戏既是根据河图、洛书画出八卦，则河图洛书应该是与八卦同时的或更早一些的，即约在六千五百多年前，我国出土文物中就有四千多年前的玉质河图模型。很明显结绳记事应在有文字之前。据此，不能说洛书在九宫图之后，可惜的是不知何故（千古之谜）洛书河图末能保存下来。以致宋朝以前的文献中没有河图、洛书的图，直到宋朱子才辗转从道士手中获得河图洛书的图。自后都将河图及洛书作为周易的重要组成部分，朱子周易本文的河图、洛书图如下：

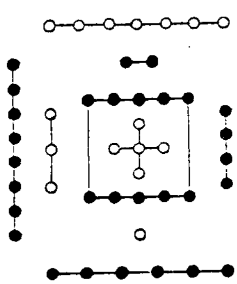


图　2

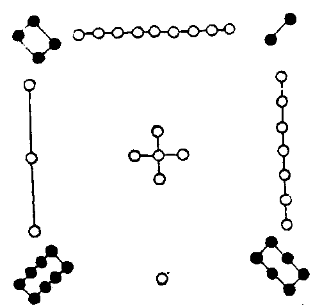


图　3

河图、洛书是一种结绳记事的图。

历史上何图为河图，何图为洛书，是有争议的，争议情况，在此从略。

河图、洛书是什么意思呢？很明显，○代表奇数，●代表偶数。《易经》称奇数为天数，偶数为地数。河图如用数字列出是一个以 5 为中心的 1～10 的十字图，如图 4。

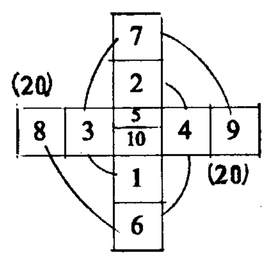


图 4

图 4 中的数字之排列有如下之规律：

5 居中心。

上、下、左、右的对称位置必一奇一偶：1、2为一对；3、4为一对；6、7为一对；8、9为一对；每边必有一奇一偶 1、6为一边；2、7为一边；3、8为一边；4、9为一边。

外层四数之和：（7+8）+（6+9）＝15+15＝30

内层四数之和：（2+3）+（1+4）＝5+5＝10

奇偶数的排列各成螺旋形，奇数和＝偶数和

1+3+7+9＝20　　2+4+6+8＝20

中心5分别与内层数相加等于外层数。

下　5+1＝6

上　5+2＝7

左　5+3＝8

右　5+4＝9

上、下左、右各二数之和为从7起的连续奇数。

下　1+6＝7

上　2+7＝9

左　3+8＝11

右　4+9＝13

中心数5分别与上、下、左、右各二数之和相加为从12起的连续偶数。

下　（5+1）+6＝12

上　（5+2）+7＝14

左　（5+3）+8＝16

右　（5+4）+9＝18

10是没有配对的，只好也摆在中央，它是中心5的加大数，和5起着同样的作用，上四式成为：

下　10+（5+1）+6＝22

上　10+（5+2）+7＝24

左　10+（5+3）+8＝26

右　10+（5+4）+9＝28

洛书用数字列出，是一个三阶幻方，即图1。

九宫图是一个了不起的创造发明，远在六千多年前，就有人能将1～9自然数排成各行、各列及两对角线上三数和都相等的幻方，真可谓奇迹。

九宫图是一个伟大的开端，从那以后，人们才能想到四阶、五阶……等幻方。

九宫图的构造规律是；5排在中心位置，除5外，从任一边的中格起向左或向右隔格排奇数顺序图，如图5（图中1排在下边中格），奇数都在十字线两头；再从1的对边反方向按留下的空格排偶数顺序图，如图6。偶数都在四角。两图合并即为所求图。

幻方的研究，在很长时间内发展是非常缓慢的，一直到南北朝时，北周甄鸾注《数术记遗》中才对九宫图有一个说明："九宫者，二、四为肩，六、八为足，左三右七，戴九履一、五为中央"。也只是《大戴礼》的重复，又经过很长的时间，到南宋杨辉出现一个大跃进，在他所著《续古摘奇算法》（12 75年）。除对九宫图的排列方法作出了科学的说明

外，新构造出了四至十阶纵横图（部分是前人的成果），但遗憾的是他的十阶纵横图的对角线上的十数之和还不平。他以后，明程大位、王文素，清方中通、张潮对纵横图都有较深入的研究，清张潮著《心斋杂祖》卷下，“算法图补”中有“更定百子图”，第一个完成了十阶纵横图的构造。清梅瑴成（1681—1793）《增补算法统宗》十一卷（1760））认为纵横图是小术，无关大用，此后百余年研究纵横图者甚少，以后到光绪初年研究者才又多起来，如保其寿的《增补算法浑圆图》，寿孝天的《纵横对角等和排列法之研究》(《东方杂志》第八卷第二号)， 鄗恂立、汪以麟的《幻方》等。民国时有陈怀书的《数学游戏大观》(1923 年商务)。

伊拉克的柯拉（Tabit iba Karra 836～901）是中国以外最早研究幻方的人。

印度对幻方的研究也比较早，在印度卡俱拉霍地方发现的一个十一世纪的古碑上刻有四阶幻方，图在第二章第二节。

十四世纪初，希腊莫司科普鲁斯，将中国的纵横图，介绍到欧州去。不久德国作家阿格里帕（1486～1535）作出了三至九阶幻方。他并认为幻方与天体有关，三至九阶分别与土星、木星、火星、太阳、金星、水星、月球有关。在 1514 年德国著名画家都勒在他所绘的一幅画里也绘上了仿杨辉的四阶幻方。如图 7.在此图的最下一行中间两数联起来 1514，就是他绘这画的年代，以后研究幻方的人越来越多，顶顶大名的数学家欧拉和富兰格林也喜欢研究幻方。

	9	
3	5	7
	1	

图 5

4		2
8		6

图 6

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

图 7

日本对幻方的研究也较早，明治维新以后，形成一个研究高潮，有关幻方的著作很多。

1977 年美国发射寻求星外文明的宇宙飞船旅行者 1 号、2 号上除了携带向宇宙人问候的“地球之声”（古今音乐、近六十种语言的问候话，三十五种自然界的各种声响唱片）外，还带了一些图片，其中有一张四阶幻方，如图 8。

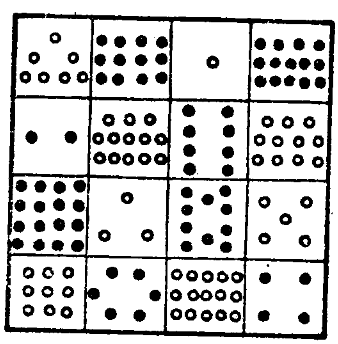


图 8

近年来由于电子计算机的问世，幻方得到新的发展。计算机能找到幻方的所有不同的构造方法。但是电脑不等于头脑，它不能发明创造。发明创造还只有靠人的头脑。幻方的发展还是要靠人。

幻方在古代是和迷信（避邪、求福）分不开的，随着时间的推移，迷信分成逐渐减少，现在则是和科学研究分不开了。

第二篇　平面幻方

第一章　奇数阶幻方

第一节　杨辉的三阶纵横图构造方法

三阶纵横图是由 1～9 自然数构造的，1～9 的总和为（1+9）÷2×9=45，每行（列）的平均数（即三数之和）为 45÷3=15，三阶纵横图的要求是：各行、各列及两对角线上的三数之和均为 15。

三阶纵横图，即中国古代的九宫图，如图 1。南宋杨辉对三阶纵横图提出了科学的构造方法，如图 2.图 3.及说明八句。

"九子斜排　　上下对易　　左右相更　　四维挺出

戴九履一　　左三右七　　二四为肩　　六八为足"

上四句是杨辉对三阶纵横图构造方法的科学说明,下四句是甄鸾口诀的变化。为什么九子要斜排，四维要挺出呢？这须研究一下三阶顺序图（图 4）的结构，

在顺序图中，5 居中央，各中心对称（与中心距离相等方向相反）两数之和均为 10，但除对角线及十字线上三数之和为 15 外，其他各行、各列三数之和均不等。第一行的三数之和为 6，比行的平均和数小 9，第三行的三数之和为 24，比行的平均和数大 9，但无法调整使之平衡；左列三数之和为 12，比行的平均和数小 3；右列三数之和为 18，比行的平均和数大 3，但也无法调整使之平衡。

如将顺序图斜排（图 2），并将各边中间数挺出而成为四角数，如图 5.在图 5 中，上下行左右列的数就可调整了，调整方法即上下对易，左右相更（即将十字线两头数对换）如图 6，图 6 即图 1（杨辉将调整数字的过程提前一步），四维挺出是个关键问题，它将原来角上的数（均奇数），变成了各边的中间数；原来各边的中间数（均偶数），变成了四角数，而偶数居四角正是三阶纵横图构造之关键（详后）。

现在我们要对杨辉的构造方法提出三点补充：

1.四维挺出实际就是将顺序图四周的数顺时针方向或逆时针方向转动一格，利用这一规律构造三阶纵横图就可省去斜排过程而更觉便利。

2.四维挺出后，除了将十字线上两头数对换外，还可用对角数对换的方法得到三阶纵横图，如图 7。

3.四维挺出也可改为四角数字内移，并可两步并作一步走，即上下对易，左右相更，插入对边的两数之间而得到三阶纵横图，如图 8。

由上讨论可知，三阶纵横图构造的根本规律是：以中心数 5 为准将两头数依次相配，使各配对两数之和均为 10，如下表。

$$\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & \\ \hline 10 & 10 & 10 & 10 & \end{array}$$

中心对称位二数必配成10，且同奇偶性，四个对称数之和必为$2\times10=20$。

这个规律可适用于一切奇数阶纵横图的构造，只不过中心数不同，配对二数之和不同罢了。

三阶纵横图有多少种构造方法呢？这须看顺序图有多少种排法。自上而下，自下而上，自左而右，自右而左等等，但实际只有两种。

第一种排法：以图9为准，顺或逆时针方向转90°、180°、270°，如图10～12。

第二种排法：以图13为准，顺或逆时针方向转90°、180°、270°，如图14～16。

这八种排法的结构实际是一样的，由此可以推知，三阶纵横图的构造方法只有一种。

也可由计算推知三阶纵横图的构造方法只有一种。

三阶纵横图是由八个三数之和为15所组成，1～9自然数中三数之和为15的式有多少个呢？

$1+5+9=15$　　$2+6+7=15$　　$1+6+8=15$　　$3+4+8=15$

$2+4+9=15$　　$3+5+7=15$　　$2+5+8=15$　　$4+5+6=15$

三数之和为15的式，正巧是八个，但是否就可得出结论三阶纵横图的构造方法只有一种呢？还不能，因为在有5的式中，其它二数还有颠倒的变化，在无5的式中，三数排列次序还有$2\times3=6$种变化。因此还须研究以下几个问题。

(1)　什么数应居中央？中央是十字线和对角线的交会处，须一身而四任，即必须是四式共有的数，上八式中四式共有的数只有5，故5应居中央。也只有5居中央，其它数才能双双配成10而居于十字线和对角线的两头，从而使三数之和等于15。

(2)　什么式子应排在四边，必然是无5的式子。

(3)　什么数才能居于四角？四角是三数之交，须一身而三任即必须是三式共有的数，且三式中必是二式无5，一式有5，以上八式中三式共有的数是2、4、6、8、因而只有2、4、6、8才具备居于四角的条件。

(4) 什么数应居于十字线的两头？由(3)可推知，必是1、3、7、9。

根据以上四个条件，就能排出三阶纵横图。

四个偶数如何排到四角去呢？这是很容易的。对角二数之和既为10，则2和8；4和6必各为对角关系；2和4，6和8必各为邻角关系，任一偶数（现假设为2）即可排在任一角上，随之在其对角排配对成10的数（应排8），余下二角必排其它二偶数即4和6(位置可交换)。再由计算排其它各数，排列过程如图17～20。

由此可以得出三阶纵横图的构造口诀，5居中央，2、4邻角（确切地说应是任一偶数可居任一角)，其它由计算而得。

另一方面面除5须居中外，任一奇数（假设为1）可排在十字线上的任一头位置，则该行（列）另两数之和必为14，和为14的二数必为6、8，1的对边必排9，如此排下去，即可排出三阶纵横图。由此又可得出三阶纵横图的构造口诀。5居中央，1居十字线上的任一头（确切地说应是任一奇数可居十字线上的任一头)，其它由计算而得。

由上讨论可得出结论，三阶纵横图只有一种构造方法。