

依照教育部修正課程標準編輯

復興高級中學
教科書
代
數
學

上乙組用
冊

榮方舟編著
商務印書館發行

中華民國二十五年八月初版
中華民國二十六年九月五版

周

校對

高級中學用
(57022A)

復興教科書
代數學
乙組
二冊

上冊實價國幣肆角伍分

外埠酌加運費匯費

編著者 榮方舟

主編兼發行人 王雲五

印刷所 商務印書館

發行所 商務印書館

版權所有
翻印必究

(本書校對者 王養吾 胡達聰)

編輯大意

本書依據教育部最近頒布修正算學課程標準編輯，供高級中學代數科乙組教本之用。

本書於初等代數之複習甚爲重視。凡代數學中主要名詞之定義，以及各種基本算法皆重行講述，務令學者將初中時所已知或略知而未透徹者熟諳之。蓋惟溫故方可以知新。若對於初等代數尚未透徹了解，而即欲進修較高之理論，勢必格格不入徒勞而無功也。

本書對於較高之理論，講解務求淺顯易明。過於深邃不易明曉者略去之。使學者不生畏難之心致墮其進修之志。

本書各章習題皆經審慎選擇。淺顯易解者占多數。較費心思者占少數。十分晦澀者從略。

本書以簡潔文言文敘述。故篇幅較少而代數學之主要節目已備。適應教育部所定教材與時間之支配。

本書編著匆促，謬誤難免，容再版時訂正之。倘蒙高明指正，至爲感幸。

民國二十五年六月編者識

目 錄

第一章 緒 論

1. 引言	1
2. 代數數	1
3. 代數數之基本運算	2
4. 倍數 係數	3
5. 冪數 指數	3
6. 項	3
7. 代數式	4
8. 冪根 根指數	5
9. 有理整式	5
10. 因式	6
11. 次	6
12. 齊次式	6
13. 式之整列 降冪序 升冪序	6

第二章 整式四則

14. 加法之對易律	8
------------------	---

15. 加法之結合律	8
16. 減法可視為加法	8
17. 同類項	9
18. 同類項之加減法	9
19. 不同類項之加減法	9
20. 多項式之加減法	10
21. 乘法之對易律	10
22. 乘法之結合律	10
23. 乘法之分配律	11
24. 倒數	11
25. 除法可視為乘法	11
26. 指數律	11
27. 冪數之符號	12
28. 代數式之乘法	13
29. 代數式之除法	14
30. 括號之去插法	17
31. 分離係數法	20
32. 綜合除法	22
33. 乘法之公式	26
34. 應用乘法公式之除法	29

第三章 乘方 開方

35. 乘方法.....32
36. 開方法.....36

第四章 因式分析法

37. 析因式法與乘法.....43
38. 單項因式43
39. 二項式之平方式.....44
40. 二平方項差之因式45
41. 二項式之立方式.....46
42. 二立方項和或差之因式47
43. 三次式 $a^3+b^3+c^3-3abc$ 之因式.....47
44. 二次三項式之因式(一)49
45. 二次三項式之因式(二)50
46. 分項分析法54
47. 配方法.....57
48. 剩餘定理法60
49. $a^m \pm b^m$ 之因式63
50. 利用原式法64

第五章 最高公因式 最低公倍式

- 51. 最高公因式67
- 52. 最低公倍式67
- 53. 求單項式之最高公因式及最低公倍式法....67
- 54. 求多項式之最高公因式及最低公倍式法(一) 68
- 55. 求多項式之最高公因式法(二) 長除法68
- 56. 求多項式之最低公倍式法(二).....73

第六章 分 式

- 57. 分式77
- 58. 分式之符號變化.....77
- 59. 分式之變形78
- 60. 分式加減法79
- 61. 分式乘法82
- 62. 分式除法82
- 63. 疊分式.....84

第七章 無理數 虛數

- 64. 不盡根數89
- 65. 無理數.....90

66. 根式	90
67. 根式之變形	90
68. 根式之簡約	92
69. 同類根式	94
70. 根式之加減法	94
71. 同次根式	96
72. 根式之乘法	97
73. 有理化因式	99
74. 根式之除法	103
75. 簡約 $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ 法	105
76. 虛數	108
77. 虛數單位	108
78. i 之冪數	108
79. 虛數之計算法	109

第八章 函數及其圖線

80. 數之圖形表示法	111
81. 變數及常數	112
82. 函數	113
83. 函數之圖形表示法	113

84. 圖線於幾何上之意義.....119
85. 函數之符號.....121

第九章 一次方程式

86. 等式124
87. 恆等式124
88. 方程式124
89. 元.....124
90. 方程式之分類125
91. 解方程式125
92. 一元一次方程式之解法125
93. 一次聯立方程式解法.....131
94. 不定方程組及矛盾方程組134
95. 根之圖形表示137
96. 三元以上之一次方程式解法140
97. 應用問題143

第十章 二次方程式

98. 一元二次方程式解法一149
99. 一元二次方程式解法二150

100.	根之判別式	152
101.	複二次方程式	154
102.	分數方程式	155
103.	無理方程式	156
104.	二次聯立方程式解法	159
105.	根之圖形表示	166
106.	應用問題	171

第十一章 不等式

107.	不等式	176
108.	關於不等式之定理	176
109.	解不等式	178
110.	不等式之圖形表示	180

高級中學教科書

代 數 學

第一章 緒 論

§1. 引言 代數學以文字代數作種種運算，其妙用學者於初中已窺見一斑。惟數學之進程無窮，其巧妙亦無限。初中代數所示僅最初步之微末而已。本書所論，前半大都為初中代數之複習及補充，後半則多為初中代數所未及。惟學者於代數學不僅須求其知而尤貴求其熟。蓋唯熟方能運用自如而方見其妙。學者於初中時對於代數學或有未覺發生興趣者乎？是則未熟而未見其妙也。故學者對於本書前半部幸勿以為已知而忽視之。

§2. 代數數 代數學以文字代數。此所謂數較算術中所謂數其意義為廣。代數學之數包括兩部分，算術中所謂數僅兩部分中之一曰代數數之絕對值。其又一部分為正號(+)及負號(-)曰代數數之符號。

§ 3. 代數數之基本運算 數之基本運算,不外乎加減乘除代數數亦然.代數數之運算法,學者在初中時當已習知之,茲再舉特列表之如下:

加法: $(+5) + (+7) = +12,$

$$(+5) + (-7) = -2,$$

$$(-5) + (+7) = +2,$$

$$(-5) + (-7) = -12.$$

減法: $(+5) - (+7) = -2.$

$$(+5) - (-7) = +12.$$

$$(-5) - (+7) = -12.$$

$$(-5) - (-7) = +2.$$

乘法: $(+5) \times (+7) = +35,$

$$(+5) \times (-7) = -35,$$

$$(-5) \times (+7) = -35,$$

$$(-5) \times (-7) = +35,$$

除法: $(+5) \div (+7) = +\frac{5}{7}.$

$$(+5) \div (-7) = -\frac{5}{7},$$

$$(-5) \div (+7) = -\frac{5}{7}$$

$$(-5) \div (-7) = +\frac{5}{7}.$$

以上諸法，學者試以言語普遍說明之。

代數數之符號爲正者常略去之。故數字之前無符號者意卽爲正數也。

§4. 倍數 係數 加法之被加數爲同數時，其和曰此數之倍數，表此倍數之數字曰係數。例如

$$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = 5 \times (-7) = -35.$$

卽 -35 爲 -7 之倍數。此時 -35 爲 -7 之 5 倍，卽 5 爲其係數。

設以 a 代 -7 ，卽 $a = -7$ ，則上式可寫爲

$a + a + a + a + a = 5a$ 。卽 $5a$ 爲 a 之倍數， $5a$ 爲 a 之 5 倍，而 5 爲其係數。

§5. 冪數 指數 乘法之被乘數爲同數時，其積曰此數之冪數，表此冪數之數字曰指數。例如

$$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^4 = 16.$$

卽 16 爲 -2 之冪數。此時 16 爲 -2 之 4 次冪，卽 4 爲其指數。

設以 a 代 -2 ，卽 $a = -2$ ，則上式可寫爲 $a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$ 。卽 a^4 爲 a 之冪數， a^4 爲 a 之四次冪，而 4 爲其指數。

§6. 項 運算之慣例，先乘除而後加減。故在算術中 $5 + 3 \times 8 - 6 \div 2 = 5 + 24 - 3 = 26$ 。代數亦然。 $a + b \times c - d \div e$ 意爲 $a + (b \times c) - (d \div e)$ 。爲便易計， $b \times c$ 寫

作 bc ，而 $d \div e$ 寫作 $\frac{d}{e}$ 故 $a + b \times c - d \div e = a + bc - \frac{d}{e}$ 。意謂此式係 $+a$ ， $+bc$ ，及 $-\frac{d}{e}$ 三者所集合而成也。如是之各個曰項。項分正負二種。冠以“+”號者曰正項，“-”號者曰負項。上式中 $+a$ ， $+bc$ ，爲正項， $-\frac{d}{e}$ 爲負項。式中第一項爲正項時，其“+”號常略去。

§ 7. 代數式 以運算符號聯合若干數字，或代替數字之文字而成之式曰代數式，或簡稱曰式。

僅有一項之式曰單項式。有二項，三項，四項，……者各稱曰二項式，三項式，四項式，……凡二項以上諸式總稱曰多項式。

代數式中所有文字皆代表一數值。而代數式全式亦代表一數值。例如代數式 $a^4 + 2b^2c - 3bc^2 + cd$ 中，若 $a=2$ ， $b=-3$ ， $c=-1$ ， $d=0$ ，則此代數式之值爲 7。

$$\begin{aligned}
 \text{因} \quad & a^4 + 2b^2c - 3bc^2 + cd \\
 & = 2^4 + 2 \times (-3)^2 \times (-1) - 3 \times (-3)(-1)^2 + (-1) \times 0 \\
 & = 16 + (-18) - (-9) + 0 \\
 & = 16 - 18 + 9 = 7.
 \end{aligned}$$

習 題 一

若 $a=1$ ， $b=-2$ ， $c=3$ ， $d=0$ ，求以下各式之值：

$$\checkmark 1. a^3 + b^3 + c^3 + d^3.$$

$$2. \frac{1}{2}bc^3 - a^3 - b^3 - \frac{3}{4}ab^3c.$$

$$\checkmark 3. a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc.$$

$$4. 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2d^2 - 3bc - 3cd - 3da - 3ab.$$

$$\checkmark 5. bc^2 + 2cd^2 - 3da^2 - 4ab^2.$$

$$6. \frac{(a+b+c+d)^2}{a^2+b^2+c^2+d^2}.$$

$$\checkmark 7. (a+b+c+d)^3 - (a+b)^3 - (c+d)^3.$$

$$8. (a^2 - b^2)(b^2 - c^2)(c^2 - d^2)(d^2 - a^2).$$

$$\checkmark 9. a^2 + \frac{b^2}{c^2 - \frac{ad}{b + \frac{1}{c}}}.$$

$$\checkmark 10. a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b).$$

§ 8. 冪根 根指數 a 爲 b 之冪數, 則 b 曰 a 之冪根, 如 $a = b^3$ 即 a 爲 b 之三次冪, 則 b 爲 a 之三次冪根, 寫作 $b = \sqrt[3]{a}$. 此“ $\sqrt{\quad}$ ”曰根號, 根號中“3”字曰根指數. 當根指數爲2時, 恆略去之. 例如 $x^2 = a$, 則 $x = \sqrt{a}$.

§ 9. 有理整式 代數式之無文字爲分母者曰整式, 無文字在根號內者曰有理式. 代數式之爲有理式而又爲整式者曰有理整式.

§ 10. 因式 乘積之被乘數曰因數. 因數之爲代數式者曰因式.

例如 3, 5 爲 15 之因數. a, b 爲 ab 之因式.

§ 11. 次 一項中所有因式之個數曰此項之次數. 多項式中, 最高次項之次數, 卽爲此式之次數. 例如 $a^2b, 2abc, -2c^3$ 皆爲三次項. $2a^3b - 2a^2b^3 + a^4b^2$ 爲六次式, 因其第三項爲六次項也.

項之次數及式之次數, 有時指定某文字而言之. 例如 ax^2y 爲四次項, 若僅就 x 而言, 則爲二次項, 意謂其中 ay 視爲係數也. 又若就 x, y 而言, 則爲三次項, 意謂其中 a 視爲係數也. $ax^2 + bx + c$ 爲三次式, 若就 x 而言, 則爲二次式.

§ 12. 齊次式 多項式之各項次數相等時曰齊次式. 例如 $3a^2 + 2ab - 4b^2$ 爲二次齊次式. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ 爲三次齊次式. $ax^2 + bxy + cy^2$ 就 x, y 而言爲二次齊次式.

§ 13. 式之整列 降冪序 升冪序 代數式各項依其中某文字之次數高低次序排列之曰整列. 高次在前曰降冪序. 低次在前曰升冪序. 例如 $3x^3 - 4x^2 - x + 2$ 爲降冪序. 若改爲 $2 - x - 4x^2 + 3x^3$ 則爲升冪序.

又如 $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 則爲 a 之降幕序, 同時卻爲 b 之升幕序.

習題二

1. $2x^2 - 3x^3y + xy^2 - 5xy^4$ 爲幾項式? 爲幾次式? 就 x 而言爲幾次式? 就 y 而言爲幾次式?

2. 試將上題之代數式依 x 整列爲升幕序. 再依 y 整列爲降幕序.

3. 若 $x = -2$, $y = -\frac{1}{2}$, 則第一題之代數式之值爲何?

4. 以下諸式中, 孰爲齊次式?

(a) $a^3 + a^2b - a^2c + bc^2 - b^2c + 3abc.$

(b) $a^3 + 2ab - 4a^2 - abc.$

(c) $ax^2 + b^2x + c^3.$

(d) $x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + ac + bc)x + abc.$