



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 电动力学

(第三版)

尹 真



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 电 动 力 学

(第三版)

尹 真

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,是作者在前一版的基础上改编而成。全书系统地阐述电磁场遵循的普遍规律、理论方法和实际应用。书中详尽地介绍了静态电磁场、电磁波的传播、辐射、散射、电磁场与物质的相互作用,以及狭义相对论和相对论电动力学。最后一章简要介绍近代电磁理论与科技前沿相关的课题,包括超导电性、电流变液体、光子晶体、激光冷却原子、负折射率以及左手材料等。

本书取材新颖,内容丰富,简明易读。书中精选了大量例题、习题、思考和讨论题,并附有习题答案。

本书可作为物理、材料、电子、天文等理工科和师范院校相关专业本科生的教材,也可作为考研学生和教师的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

电动力学/尹真. —3版. —北京:科学出版社,2010

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-03-026732-0

I. ①电… II. ①尹… III. ①电动力学-高等学校-教材 IV. ①O442

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 019588 号

责任编辑:胡云志 唐保军 / 责任校对:桂伟利  
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏杰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

1999年8月第一版 开本:B5(720×1000)

2005年4月第二版 印张:18

2010年2月第三版 印数:4 501—7 500

2010年2月第三次印刷 字数:363 000

定价:28.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 第三版前言

本书 1999 年出版了第一版,后被列入教育部普通高校面向 21 世纪教学内容与课程体系改革项目,于 2005 年出版了第二版.现在本书被列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材再版.为适应教学改革和课程建设的发展需要,体现系统性、科学性和创新性,作者在教学实践中,汲取了教师、学生和出版界多方面的意见,对本书进行了全面校订和修改.

(1) 近年来由于各个学科交叉,课程设置有所调整.与 20 世纪 80 年代相比,物理专业开设电动力学课程的课时减少,而其他相关学科(如天文、电子科学、材料科学等)对开设的电动力学课程要求又各不相同.作为适合一学期使用的教材,其难度和篇幅都需要进行调整.考虑到不同专业学生基础不同,全书压缩了篇幅,重新编排了章节,对某些繁杂的数学推导进行了必要的简化,部分难度较大的章节和例题用“\*”号标注,可以作为课堂教学内容,也可以作为课外选读材料,不同的院校不同的专业可以根据需要自行选择.

(2) 对第二版中关于电磁理论在近代科技中的应用和进展的课题作了浓缩,并增加了关于左手材料和一维负折射率光子晶体的新题材.

(3) 新版重新绘制并增加了插图,统一了物理和数学符号,重新精选了例题、习题、思考和讨论题.全书文字和公式也作了仔细修订,力求概念叙述清晰,文字简明易懂,公式推导简洁明了.

最后,感谢本书成书和修订过程中南京大学和兄弟院校众多同行的鼓励和指导,感谢张明生教授的帮助和支持,感谢南京大学的学生在本书修订工作中给予的诸多帮助.

鉴于作者水平有限,书中疏漏之处欢迎指正.

尹 真

2009 年 10 月

## 第二版前言

电动力学研究电磁场和电磁波的基本性质、运动规律以及电磁波与各种形态的物质的相互作用. 1865 年麦克斯韦发表了著名的论文《论电磁场的动力学理论》. 他总结、修正和推广了前人的工作, 建立了作为物质形态的场——电磁场的运动规律的一整套完备理论, 并且预言电磁扰动以波动形式传播, 电磁波的传播速度等于光速  $c$ . 麦克斯韦的精辟理论和预言在以后的无线电、广播、电视、通信等实践中得到了证明, 并大大促进了科学技术的飞跃发展. 在其之后, 洛伦兹预言电子的存在而创立了电子论, 将物质电磁性质的宏观描述与微观描述联系起来, 弥补了麦克斯韦理论中关于“源”与“场”的关联的不足之处. 1905 年, 爱因斯坦发表论文《论运动物体的电动力学》, 创立了狭义相对论、狭义相对论的问世对 20 世纪的物理学产生了重大的影响. 相对论电动力学不仅解释了经典理论不能解释的许多现象, 而且对电动力学有了正确的表述. 目前经典电动力学已形成相当完整的理论体系, 电动力学课程也成为当今训练物理素养的一门重要的基础理论课程. 同时, 由于它与现代科学技术的发展和應用密切相关, 所以它也有很强的实用性.

作者自 20 世纪 80 年代初以来, 在南京大学给物理系、基础强化部、天文系和材料科学系学生讲授电动力学课程. 1999 年根据编写的讲义在南京大学出版社出版了《电动力学》教材. 该教材被列入教育部普通高校面向 21 世纪教学内容与课程体系改革项目. 经过教学实践, 听取了教师、学生多方面的意见和建议, 并根据 21 世纪高素质人才目标的需求, 作者对本书进行了以下几方面的探讨、增补和修订:

(1) 尽可能恰当地处理好“繁”与“简”、“深”与“浅”的矛盾, 在保持电动力学系统性、逻辑性的基础上对全书进行了修订. 重新编排了章节, 使原来的 16 章合并为 12 章, 但总的篇幅略有增加. 增补了一些遗缺的课题, 对书中的难点增加了较详细的叙述和解释, 以及增加了例题、图例、习题和思考题. 重新编序的主要是第 1~3 章和第 8 章. 第 1 章对静电场、静磁场做一简短回顾, 介绍了关于矢量势的概念, 最后给出动态电磁场的麦克斯韦方程. 第 2 章将电势和矢量势的多极展开单列为一章, 目的是强调多极展开方法的重要性, 同时为辐射场的多极展开打下基础. 此外, 将第一版中关于静电场、静磁场的边界值问题合并为第 3 章, 将相对论电动力学和运动学合并为第 8 章. 关于洛伦兹电子论(关于色散、散射、光谱线宽度、等离子体振荡和塞曼

效应等)的课题,考虑到相关课题的连贯性,已将它们分散在各章节中讨论。

在对全书修订时力求重点突出经典电动力学理论的精髓,强调物理概念和严谨的数学描述统一,同时力求循序渐进,深入浅出,便于读者自学。

(2) 随着科学技术的飞速发展和相关学科的交叉、渗透,“经典”电动力学理论在许多近代课题中得到新的应用和解释。本书尝试把反映近代科技动向和成就的新题材用通俗易懂的语言介绍给学生,将这些题材作为基本理论的例证写进书中。例如,电介质小球相互作用能的公式应用于电致流变液体的新技术;波导理论应用于光纤、光波导;麦克斯韦辐射压力理论应用于激光制冷;散射、衍射理论应用于光子晶体理论。此外,还介绍了电动力学在高温超导电性、等离子体振荡、拉曼效应、A-B效应、磁通量子化、磁多层膜的磁光效应等课题中的应用。这些题材大多反映了近代科研的一些重要成就,有的获得近年的诺贝尔奖,有些与现代微电子、光电子等高科技产业紧密相关。讨论这些题材一方面向学生展示经典理论新的发展,另一方面有利于学生开阔视野、引发和培养科学研究的兴趣、拓宽撰写小论文的思路。对于那些将来致力于科学研究的学生,或许可以缩小和填补基础课与研究之间的鸿沟。

与这些题材相关的部分重要参考文献也列于书后,以便读者查阅。

(3) 适当考虑本课程与后续课程的衔接。比如,介绍度规张量不仅让读者了解四维时空坐标的另一种描述方式,而且与广义相对论相衔接。再如,导出电磁场的拉格朗日方程和哈密顿方程,利于过渡到量子场论中去。

(4) 本书注意引导学生在掌握基础概念、基本方法的同时,了解电磁场理论的严谨、精确、美妙、和谐,启发读者对科学思维方法和技巧进行探讨。例如,对称性失效与磁单极子的存在与否的关系、不变量与物理守恒定律的关系以及周期性势场中电子德布罗意波与经典光波的对应关系等。

(5) 本书内容广泛、新颖,适用面较宽。为适应不同学科(物理、天文、材料和电子工程类)和不同层次学生使用,对于一些较深、较难的题材用“\*”标记,一般学生在掌握基本要求之外可选择本专业所需的或感兴趣的题材阅读。

(6) 本书精选并增补了例题、习题与思考讨论题,引导读者掌握解题方法、技巧以及对不同解法进行比较。书后附有习题参考答案。思考讨论题可作为课堂讨论或课程小论文的题目。附录提供了阅读本书所需要的数学预备知识,对于不熟悉或不熟练有关数学运算的读者,预读一下较为有益。全书规范了物理和数学符号,与国际上的通用形式尽可能一致。

鉴于作者水平有限,加之时间匆忙,书中疏漏之处欢迎指正.

最后,作者要感谢南京大学冯端院士、陆琰院士、上海交通大学尤峻汉教授在本书成书过程中的鼓励和指教.感谢许敖敖教授、柯善哲教授和张明生教授及兄弟院校同行的支持和帮助.感谢南京大学的同事和学生在教学中的支持和有益讨论.感谢1997~2000级的学生在本书修订、绘图等工作中给予的很多帮助.感谢科学出版社吕虹编审和李鹏奇编辑对本书再版给予的大力帮助和支持.

尹 真

2005年2月28日

## 第一版前言

电动力学研究电磁场和电磁波的基本性质、运动规律和相互作用,它是物理专业和相关专业的重要基础理论课程.自 1865 年麦克斯韦发表著名的论文《电磁场的动力学理论》以来,电动力学作为一门学科得到了飞速的发展.1905 年爱因斯坦发表了“论运动物体的电动力学”的论文,创立了狭义相对论.狭义相对论的问世以 20 世纪物理学产生了重大的影响.今天电动力学这门学科正在不断充实、不断发展.

作者根据在南京大学物理系、基础强化部、天文系和材料科学系多年讲授动力学的体验,结合 21 世纪培养高素质人材目标的需求,在写作本书时对以下方面进行了探讨:

(1) 在保持动力学的系统性、逻辑性的基础上,精简了与普通物理重复部分的内容,对一些数学上繁杂的内容也进行了必要的精简.重点突出经典电动力学理论精髓,强调物理概念和严谨的数学描述的统一.全书力求循序渐进,深入浅出,简明易懂.

(2) 增加与电动力学相关的近代科技成就、科技动向的新题材.其中一部分穿插在有关章节中叙述.例如,电致和磁致流变液体的机理、磁单极子、阿哈朗诺夫-玻姆效应、光波导、磁通量子化、拉曼效应等.大部分则集中在第 16 章中分专题讨论.例如,超导理论、等离子体理论、各向异性介质中的电磁波、磁光效应、周期性势场中的电磁波、光子带隙理论、激光冷却原子等.这些题材与当代微电子、光电子等高科技紧密关联,对其讨论有利于学生开阔视野,活跃课堂讨论,拓宽撰写小论文思路,引发和培养学生对科学研究的兴趣.

(3) 对一些近代研究课题中的思维方法和技巧进行探讨.例如,金兹堡-朗道理论的绝妙的物理直觉和预见性、约瑟夫森的精确的预言、周期势场中经典光波与电子德布罗意波的对应关系等.这些题材有利于学生拓宽思路,掌握科学研究的方法和技巧.

本书力求适用性宽,以适应几类不同学科、不同层次的学生使用.书中列举了许多有启发性的例题,以帮助读者克服解题困难.在运用基本方法和技巧解决具体问题,特别是解决那些有实际应用的重要问题时,进行了较详尽的演算和分析;讲述解题的普遍方法的同时,介绍了特殊的简易解法,以拓展解题思路和掌握解题技巧.书中精选了约 120 个具有代表性的习题和许多讨论题,书后附有习题答案.附录提供了较充足的数学预备知识.书后还附有各有关新课题的参考文献,以便



查阅.

鉴于作者水平所限,书中疏漏之处欢迎指正.

最后,作者要感谢南京大学冯端院士、陆埏教授、上海交通大学尤峻汉教授的鼓励和指教,感谢李正中、许敖敖、柯善哲、张明生等教授的支持,感谢南京大学的同事和学生在教学中的支持和有益讨论.本书出版中张建帮助绘制了书中部分插图,张莘校订了部分习题解答,责任编辑李曾沛副编审在成书过程中给予了热情的帮助,在此一并表示谢意.

尹 真

1999年5月

# 目 录

第三版前言

第二版前言

第一版前言

<b>第 1 章 电磁场基本方程</b> .....	1
1.1 真空中静电场的高斯定理和散度方程 .....	1
1.2 静电势和静电场的旋度方程 .....	6
1.3 宏观静电场方程和本构关系 .....	9
1.4 电荷守恒定律和毕奥-萨伐尔定律 .....	13
1.5 矢量势和 AB 效应 .....	16
1.6 真空中静磁场的旋度方程与散度方程 .....	20
1.7 存在磁介质的静磁场 .....	21
1.8 法拉第电磁感应定律 .....	23
1.9 位移电流 .....	24
1.10 麦克斯韦方程组——电磁场基本方程 .....	25
1.11 电磁场边值关系 .....	27
习题 .....	30
思考和讨论题 .....	31
<b>第 2 章 静场的多极展开</b> .....	32
2.1 数学预备——张量基础 .....	32
2.2 静电势的多极展开和电多极子场 .....	35
2.3 约化的电四极矩张量 .....	39
2.4 磁多极子场 .....	43
习题 .....	46
思考和讨论题 .....	47
<b>第 3 章 静场的边界值问题</b> .....	48
3.1 电势的泊松方程和拉普拉斯方程 .....	48
3.2 静电势的边界条件 .....	49
3.3 静电问题的唯一性定理 .....	50

3.4	分离变量法	52
3.5	电象法	57
* 3.6	格林函数方法	61
3.7	静磁场边界问题和磁标势法	65
* 3.8	矢量势法和磁镜像法	70
	习题	72
	思考和讨论题	73
<b>第4章</b>	<b>电磁场能量、动量、角动量和守恒定律</b>	<b>74</b>
4.1	静电场能量和能量密度	74
4.2	电多极子在外场中的能量、力和力矩	76
4.3	磁场能量和能量密度	76
4.4	磁偶极子在外场中的磁能、力和力矩	78
4.5	电磁场的能量守恒和转化	80
4.6	电磁场的动量和动量守恒	82
4.7	辐射压力	84
* 4.8	电磁场的角动量和角动量守恒	86
4.9	麦克斯韦方程的空间时间对称性和磁单极子	87
	习题	89
	思考和讨论题	90
<b>第5章</b>	<b>电磁波在无限空间的传播</b>	<b>91</b>
5.1	真空中的平面电磁波	91
5.2	均匀电介质中的电磁波	94
5.3	电磁波的偏振	96
5.4	导体中的平面电磁波	98
5.5	稀薄等离子体中的电磁波和法拉第旋转	100
5.6	激光脉冲的传播、相速与群速	103
	习题	105
	思考和讨论题	106
<b>第6章</b>	<b>有界空间平面电磁波的传播</b>	<b>107</b>
6.1	电磁波在非导电介质分界面的反射和折射	107
6.2	全反射	111
6.3	电磁波在导体表面的反射和折射	113
6.4	理想导体边界条件	115

6.5	矩形波导 .....	116
*6.6	圆柱形波导 .....	121
*6.7	光波导 .....	123
6.8	谐振腔 .....	125
*6.9	高斯光束和激光器 .....	127
	习题 .....	128
	思考和讨论题 .....	129
<b>第7章</b>	<b>辐射场</b> .....	<b>130</b>
7.1	动态电磁场的矢势、标势及其满足的方程 .....	130
7.2	规范变换 .....	131
7.3	推迟势 .....	134
7.4	简谐振动源的多极辐射场 .....	137
7.5	电偶极辐射 .....	140
*7.6	磁偶极和电四极辐射场 .....	143
7.7	源线度与波长可比时的辐射场 .....	147
7.8	天线阵 .....	150
	习题 .....	151
	思考和讨论题 .....	152
<b>第8章</b>	<b>狭义相对论基础</b> .....	<b>153</b>
8.1	伽利略变换 .....	153
8.2	迈克耳孙-莫雷实验 .....	154
8.3	爱因斯坦的两个基本原理 .....	156
8.4	洛伦兹变换和相对论时空理论 .....	156
8.5	速度相加定理 .....	165
8.6	四维时空及变换关系 .....	166
	习题 .....	170
	思考和讨论题 .....	171
<b>第9章</b>	<b>相对论电动力学</b> .....	<b>172</b>
9.1	电荷守恒和四维电流密度 .....	172
9.2	四维势和波动方程 .....	173
9.3	电磁场张量和麦克斯韦方程 .....	174
*9.4	四维力密度和能量动量张量 .....	177
9.5	匀速运动带电粒子的场 .....	178

9.6	多普勒效应和光行差 .....	180
9.7	相对论力学 .....	182
9.8	相对论能量、质量、动量及三者关系 .....	185
9.9	能量动量守恒和碰撞问题 .....	188
9.10	相对论带电粒子的拉格朗日函数和哈密顿函数 .....	192
*9.11	电磁场的拉格朗日方程和光子静质量问题 .....	193
	习题 .....	195
	思考和讨论题 .....	196
<b>第 10 章</b>	<b>高速运动带电粒子的辐射 .....</b>	<b>197</b>
10.1	李纳-维谢尔势 .....	197
10.2	加速运动带电粒子的辐射场 .....	198
*10.3	拉莫尔公式的相对论性推广 .....	200
10.4	韧致辐射和同步加速辐射 .....	201
*10.5	加速电荷的辐射频谱 .....	203
*10.6	切伦科夫辐射 .....	206
10.7	辐射阻尼和电磁质量 .....	207
10.8	光谱线的自然宽度 .....	209
	习题 .....	211
	思考和讨论题 .....	212
<b>第 11 章</b>	<b>电磁波的散射、吸收、色散和衍射 .....</b>	<b>213</b>
11.1	自由电子对电磁波的散射 .....	213
11.2	原子内束缚电子对电磁波的散射 .....	216
11.3	电磁波的吸收 .....	217
11.4	感应偶极子对电磁波的散射 .....	218
11.5	介质的色散 .....	219
11.6	电磁波的衍射 .....	221
*11.7	拉曼散射的经典理论 .....	224
*11.8	经典电磁理论的适用范围和局限性 .....	226
	习题 .....	227
<b>第 12 章</b>	<b>电磁理论在近代科技中的应用和进展 .....</b>	<b>228</b>
12.1	超导电动力学方程和磁通量子化 .....	228
12.2	等离子体振荡和德拜屏蔽 .....	233
12.3	电磁流变液体的宏观模型和机理 .....	236

---

12.4	激光冷却原子及捕陷	238
12.5	光子晶体和光子带隙	239
12.6	负折射率和左手材料	243
12.7	正、负折射率介质的一维光子晶体	246
12.8	磁光克尔效应和磁多层膜	248
<b>参考文献</b>		250
<b>附录</b>		252
附录 A	矢量分析	252
附录 B	狄拉克 $\delta$ 函数	258
附录 C	正交变换	259
附录 D	张量	260
附录 E	球函数	262
附录 F	柱函数	264
附录 G	傅里叶级数和积分	265
附录 H	电磁学单位和公式换算	267
附录 I	重要常数(SI 制)	271

# 第 1 章 电磁场基本方程

作为电动力学理论的基础,本章首先简要叙述建立在实验基础上的静态电场和磁场的基本性质和场方程以及介质的电磁性质.然后介绍法拉第(Faraday)电磁感应定律和麦克斯韦(Maxwell)位移电流假说.最后总结出电磁场的基本规律——真空和介质中的麦克斯韦方程组.麦克斯韦方程组是描述电磁场(静态和运动形态)普遍规律的经典电磁理论.

## 1.1 真空中静电场的高斯定理和散度方程

### 1. 库仑定律

1785 年库仑(Coulomb)根据实验研究得到电荷相互作用的规律:两个静止点电荷之间的作用力与每个电荷的电量成正比,与电荷间距离的平方成反比,方向沿着两电荷连线的方向.这个规律被后人称为库仑定律.真空中库仑定律可以表述为

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \quad (1.1.1)$$

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad \mathbf{e}_{12} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} \quad (1.1.2)$$

式中,  $q_1$  和  $q_2$  分别是两个点电荷的电量,  $r_{12}$  是两个点电荷间的距离. 在图 1-1-1 中  $\mathbf{r}_1$  和  $\mathbf{r}_2$  分别表示两点电荷的位矢,  $\mathbf{r}_{12}$  是两点位矢的相对位矢,  $\mathbf{e}_{12}$  是  $\mathbf{r}_{12}$  的单位矢量, 其方向由  $q_2$  指向  $q_1$ .  $\mathbf{F}_{12}$  表示  $q_2$  对  $q_1$  的作用力, 若  $q_1$  和  $q_2$  为同号电荷,  $\mathbf{F}$  取正值表示两电荷间为斥力, 若  $q_1$  和  $q_2$  为异号电荷,  $\mathbf{F}$  取负值表示两电荷间为吸引力. 库仑定律式(1.1.1)中比例系数  $k$  取决于所选用的单位制(见附录 H). 在高斯(Gauss)单位制中, 式(1.1.1)中比例系数  $k=1$ . 本书采用国际(MKSA)单位制, 力的单位用牛顿(N), 距离的单位用米(m), 电荷的单位用库仑(C). 式(1.1.1)中的比例系数为

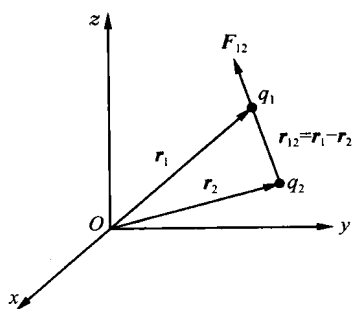


图 1-1-1

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ m/F(米 / 法拉)} \quad (1.1.3)$$

式中,  $\epsilon_0$  是真空介电常数或称为真空电容率,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ .

库仑力是长程力, 与万有引力类似是平方反比力, 但是万有引力只有吸引力没有斥力. 库仑力的平方反比关系是否准确与光子的静质量是否为零相关(参阅 9.11 节). 为验证库仑力与距离平方反比关系的精确性, 假定库仑力与距离的  $2+\alpha$  次方成反比, 从卡文迪许(Cavendish)的示零实验到近代精确实验, 研究  $\alpha$  的精确性已提高到  $10^{-16}$ . 当一个电荷受到许多电荷作用时, 该电荷受到作用力为各个电荷对它的作用力之和, 即满足叠加原理. 值得注意的是, 库仑定律仅对点电荷成立, 点电荷是指带电体的线度比测量距离小得多的概念. 因此, 当  $r_{12} \rightarrow 0$  时, 不能再认为两个带电体是几何点, 而要考虑带电体的形状及其电荷分布情况. 库仑定律和叠加原理奠定了整个电磁场理论的基础.

## 2. 电场强度

近代物理认为, 电荷间的相互作用不是超距作用而是通过场传递的, 库仑定律的实质是电荷在空间激发了电场, 该电场对另一个电荷产生作用力, 反之亦然. 电荷激发了电场, 但电场可以脱离电荷而存在. 为描述电场的强弱, 定义电场强度  $E$ , 它是检验电荷在电场中受到的力与该检验电荷的电量之比, 表示为

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (1.1.4)$$

式中,  $q_0$  是检验电荷. 电场强度的单位是伏特/米(V/m). 假设在空间某点  $(x', y', z')$  有一点电荷  $q$ , 根据定义, 在  $P(x, y, z)$  处电荷  $q$  激发的电场强度为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{R}}{R^3} \quad (1.1.5)$$

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (1.1.6)$$

为了便于理论上描述电场性质, 我们把空间位置划分为源点和场点. 电荷  $q$  所在位置称为源点, 源点矢径用带撇符号表示为  $\mathbf{r}'$ . 观测电场的点称为场点, 场点矢径用不带撇符号表示为  $\mathbf{r}$ , 场点和源点的相对位矢为  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ . 很显然电场亦满足叠加原理.

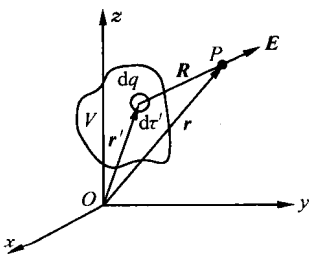


图 1-1-2

电荷是量子化的、不连续的, 但是对于宏观物体, 常常可以把电荷看成是连续分布的. 如图 1-1-2 所示, 我们把区域  $V$  内一个无限小范围  $dV$  内分布的电荷写为  $dq$ , 并且处理为一个点电荷. 根据场的叠加原理, 体积  $V$  内的全部电荷在  $P$  点的电场强度为



$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{dq(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \quad (1.1.7)$$

定义单位体积的电荷为体电荷密度  $\rho(\mathbf{r}')$ , 那么

$$dq = \rho(\mathbf{r}') d\tau' \quad (1.1.8)$$

则电场强度表示为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} d\tau' \quad (1.1.9)$$

式中, 积分是对电荷所在区域的体积  $V$  进行的, 小体积元  $d\tau'$  应该是指在宏观上、实验室尺度上是很小的 ( $10^{-8} \sim 10^{-5} \text{ m}$ ), 而在微观上、原子尺度上它又是足够大的, 以致于可以包含大量的原子或分子 (分子尺度  $\sim 10^{-10} \text{ m}$ ), 仅在这种条件下可以把电荷密度  $\rho$  处理为位置的连续变化的函数。

对于分布在表面或界面上的电荷, 定义单位面积的电荷为面电荷密度  $\sigma$ , 有

$$dq = \sigma(\mathbf{r}') dS' \quad (1.1.10)$$

则电场强度表示为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} dS' \quad (1.1.11)$$

其中, 积分是对电荷所在的表面  $S$  进行的。

对于分布在一条线上的电荷, 定义单位长度上的电荷为线电荷密度  $\lambda$ , 有

$$dq = \lambda(\mathbf{r}') dl' \quad (1.1.12)$$

则电场强度表示为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_C \frac{\lambda(\mathbf{r}')(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} dl' \quad (1.1.13)$$

其中, 积分是对电荷所在的曲线  $C$  进行的。

**例 1-1-1** 半径为  $a$  的环形线, 电荷密度为  $\lambda$ , 求轴上的电场强度。

**解** 如图 1-1-3 所示, 环上  $dq$  产生的电场为

$$d\mathbf{E} = \frac{dq(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \quad (1.1.14)$$

式中, 场点矢径  $\mathbf{r} = z\mathbf{e}_z$ , 源点矢径  $\mathbf{r}' = a\mathbf{e}'_\rho$ ,  $dl' = a d\theta'$ , 因此有  $\mathbf{r}-\mathbf{r}' = z\mathbf{e}_z - a\mathbf{e}'_\rho$ ,  $dq = \lambda dl' = \lambda a d\theta'$ 。由对称性可知, 总场强在  $z$  方向, 所以只要计算电场的  $z$  方向分量

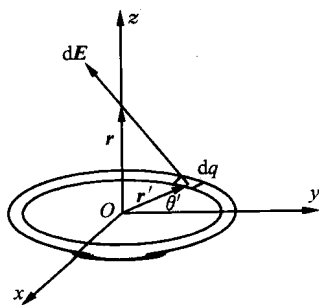


图 1-1-3