



[英] 斯蒂芬·霍金 编
张卜天 等译

站在巨人的肩上



物理学和天文学的伟大著作集

下 卷



辽宁教育出版社

站在巨人的肩上

ON THE SHOULDERS OF GIANTS

物理学和天文学的伟大著作集

THE GREAT WORKS OF PHYSICS AND ASTRONOMY

下 卷



[英] 斯蒂芬·霍金 编

张卜天 戈 革 王克迪 许良英 范岱年 译



辽宁教育出版社



约翰内斯·开普勒

(1571—1630)

生平与著作

如果要把一个奖项授予历史上最致力于追求绝对精确性的人，那么这位获奖者很可能就是德国天文学家约翰内斯·开普勒。开普勒对测量是如此的着迷，以至于他甚至把自己出生之前的妊娠期精确到了分——224天9小时53分（他是一个早产儿）。因此毫不奇怪，他在自己的天文学研究上所倾注的心血能够使他制定出他那个时代最为精确的天文星表，从而使行星体系的太阳中心说最终为人们所接受。

哥白尼的著作对开普勒有很大启发。与哥白尼类似，开普勒也是一个宗教信仰很深的人。他把自己对宇宙性质的日复一日的研究视为一个基督徒应尽的义务，即理解上帝创造的这个世界。但与哥白尼相比，开普勒的生活更加动荡不定、清苦拮据。由于总是缺钱，开普勒往往要靠出版一些占星历书和天官图维持生活，而颇具讽刺意味的是，当所做预言后来被证明是正确的时候，这些东西竟使他在当地留下了某些恶名。此外，开普勒行为怪异的母亲卡特丽娜（Katherine）以施展巫术而闻名，并因此差点儿被处以火刑。开普勒不仅过早地失去了他的几个孩子，而且还因为不得不在法庭上为自

己的母亲辩护而受到侮辱。

开普勒与许多人都有联系，其中最著名的要算是他与伟大的裸眼天文观测家第谷·布拉赫（Tycho Brahe）的关系了。第谷一生中的大部分时间都致力于记录和观测，但他却缺乏必要的数学和分析技巧来理解行星的运行。第谷是一个富有的人，他雇请开普勒弄明白已经困扰了天文学家很多年的火星轨道数据的含义。借助于第谷的数据，开普勒煞费苦心，终于把火星的运行轨道描绘成一个椭圆，这一成功赋予了哥白尼的太阳中心体系模型以数学上的可信性。他关于椭圆轨道的发现开启了一个崭新的天文学时代，行星的运行可以得到预言了。

尽管获得了这些成就，开普勒却从未得到多少财富或声望，他经常被迫逃离他所寄居的国家。宗教纷争和国内动荡使他不得不如此。当他于1630年在快满59岁时去世的时候（当时他正试图索要欠薪），他已经发现了行星运动三定律。直到21世纪的今天，学生在物理课堂上仍要学习这些定律。正是开普勒的第三定律，而不是一个苹果，才帮助牛顿发现了万有引力定律。

1571年12月27日，约翰内斯·开普勒出生在德国符腾堡（Württemberg）的小城魏尔（Weil）。按照约翰内斯的说法，他的父亲海因里希·开普勒（Heinrich Kepler）是“一个邪恶粗鄙、寻衅斗殴的士兵”。他曾经数次抛下家庭，独自随雇佣军一起到荷兰帮助镇压一场新教徒的暴动，后被认为是死在了荷兰。小约翰内斯跟随他的母亲卡特丽娜在他祖父的小酒馆里生活，尽管他身体不好，但小小年纪就要在餐桌旁服务。开普勒不仅近视，而且小时候的一场差点要了他的命的天花还给他留下了看东西重影的后遗症。他的腹部有毛病，手指也是“残废的”，在他的家人看来，这使他没能把牧师当做自己的职业。

“脾气暴烈”和“饶舌不休”是开普勒用来形容他母亲卡特丽娜的两个词，但他从小就知道，这是他父亲造成的。卡特丽娜本人是由一个因施展巫术而被处以火刑的姑姑养大的，所以在开普勒看来，自己的母亲后来面临类似的指控，也就没有什么可奇怪的了。1577年，卡特丽娜曾把天空中出现的一颗“大彗星”指给儿子看，开普

勒后来承认，与母亲共度的这一刻对自己的一生都有持续的影响。尽管童年充满了痛苦和忧虑，但开普勒显然是才华出众的，他成功地获得了一项奖学金，这个奖是授予那些住在德国斯瓦比亚（Swabia）省以外，经济条件不佳但却有发展前途的男孩子的。他先是上了莱昂贝格（Leonberg）的德语写作学校，然后转到了一所拉丁语学校，这所学校帮助他培养了后来那种拉丁文写作风格。由于体格孱弱，再加上少年老成，开普勒没少受同学们的欺负，他们认为开普勒自诩无所不知。作为一种摆脱这种困境的方式，开普勒不久就转而研究宗教了。

1587年，开普勒进入杜宾根大学学习神学和哲学。在那里，他认真学习了数学和天文学，并且成了一名颇受争议的哥白尼太阳中心说的拥护者。年轻的开普勒公开为哥白尼的宇宙模型进行辩护，并且经常积极参加关于这一话题的公共讨论。尽管他主要还是对神学感兴趣，但他却越来越被一个以太阳为中心的宇宙的魅力所吸引。他本打算1591年从杜宾根大学毕业之后留在那里教授神学，但一封推荐他到奥地利格拉茨（Graz）的新教学学校担任数学和天文学教职的信却使他改变了主意。于是，22岁的开普勒并没有选择做一名研究科学的牧师，但他永远都坚信上帝在创造这个宇宙的过程中所扮演的角色。

在16世纪的时候，天文学与占星术之间的分别还很模糊。身为一名数学家，开普勒在格拉茨的职责之一就是编写一部完整的、能够用来预测的占星历书。这在当时是一项普通的工作，开普勒显然是受到了这项工作所能带来的额外收入的鼓舞，但他却没有料到，自己的第一部历书会引起民众怎样的反应。他预言了一个格外寒冷的冬天和一次土耳其的入侵，当两个预言都变为现实的时候，开普勒被欢呼为一个先知。尽管呼声很高，他却从未看重自己的编历工作。他称占星术为“天文学愚蠢的小女儿”，所以既对民众的兴趣置之不理，又对占星术士的意图嗤之以鼻。“如果占星术士有可能是正确的话，”他写道，“那也只能说明运气不错。”不过，当手头紧的时候，开普勒从来都是转向了占星术，这在他的一生中屡见不鲜，而且他确实希望能在占星术中发现某种真正的科学。

有一天，当开普勒在格拉茨作几何讲演的时候，他突然得到了一个启发。这个启发使他踏上了一段激情澎湃的旅程，他的整个生活为之改观。开普勒感到，这是理解宇宙的秘密钥匙。他在课堂的黑板上画了一个圆，在圆里画了一个等边三角形，又在三角形里画了一个圆。他突然意识到，这两个圆之比可以用来表示土星与木星轨道之比。受此启发，他假定当时已知的所有六颗行星都是以这样的方式围绕太阳排列的，几何图形可以完美地镶嵌于其间。开始的时候，他用五边形、正方形和三角形这样的二维平面图形来检验这一假说，但没有成功。然后他又转向古希腊人曾经用过的毕达哥拉斯立体，他们发现只有五种立体可以用正几何图形构造出来。在开普勒看来，这五个间隔就解释了为什么只能存在六颗行星（水星、金星、地球、火星、木星和土星），以及为什么这些间隔是不同的。这个关于行星轨道与距离的几何理论激励开普勒写出了《宇宙的奥秘》（*Mystery of the Cosmos* 或 *Mysterium Cosmographicum*），后于1596年出版。尽管方案很正确，但写这本书却花了他差不多一年的时间。他显然非常确信自己的理论能够最终得到证实：

“我从这个发现中所获得的欣喜之情难以言表。我不后悔浪费了时间，不厌倦劳作，不躲避计算的艰辛，夜以继日地进行运算，为的是能够明白这一想法是否能与哥白尼的轨道相符，或者我的喜悦是否会是一场空。有些时候，事情的进展尽如人意，我看到一个又一个的正立体形在行星之间精确地各居其位。”

在这之后，开普勒一直致力于可能证实其理论的数学证明和科学发现。《宇宙的奥秘》是自哥白尼的《天球运行论》以来所出版的第一部明确的哥白尼主义者的著作。身为一名神学家和天文学家，开普勒决心理解上帝是如何设计以及为什么要设计这样一个宇宙的。尽管拥护日心体系有着严肃的宗教内涵，但开普勒坚持认为，太阳位于中心对于上帝的设计是至关重要的，因为它使诸行星联合起来连续不断地运动。在这种意义上，开普勒打破了哥白尼的“接近”中心的日静体系，而把太阳径直放在了体系的中心。

开普勒的多面体在今天似乎很难行得通。然而，尽管《宇宙的奥秘》的前提是错误的，其结论却是惊人地准确，它对近代科学进

程的影响是决定性的。当这本书出版之后，开普勒寄给了伽利略一本，劝他“相信并挺身而出”，但这位意大利天文学家却因其外表上的思辨性质而拒绝了这部著作。而第谷·布拉赫却立即被它吸引住了。他认为开普勒的这部著作很有创见，令人振奋，还写了一篇详细的评论来支持这本书。开普勒后来写道，人们对《宇宙的奥秘》的反应改变了他一生的方向。

1597年，另有一件事情改变了开普勒的生活，他爱上了巴尔巴拉·米勒（Barbara Müller），一位富有的磨场主的大女儿。他们于当年的4月27日结婚，开普勒后来在日记里写道，这一天的星象不吉。他的预言能力又一次显示，这种婚姻关系会走向解体。他们的前两个孩子很小就夭折了，这使开普勒痛苦得几乎发狂。他拼命忘我地工作，以使自己从痛苦中解脱出来，但他的妻子却不理解他的追求。“肥胖臃肿、思想混乱、头脑简单”是他在日记里形容她的话，尽管这场婚姻持续了14年，直到她1611年死于斑疹伤寒才宣告结束。

1598年9月，身为天主教徒的大公命令开普勒和格拉茨的其他路德教徒离开这座城市，他决心要把路德教从奥地利清除出去。在造访了第谷·布拉赫在布拉格的伯那特基（Benatky）城堡之后，开普勒被这位富有的丹麦天文学家邀请留在那里进行研究。开普勒在见到第谷以前就已经对他有所了解。“我对第谷的看法是这样的：他极为富有，但正像大多数有钱人那样，他并不知道应当如何利用这一点，”他写道，“因此，必须努力把他的财富从他的手里夺走。”

如果说开普勒与妻子的关系并不复杂的话，那么当开普勒与身为贵族的第谷进行合作时，情况可就不是这样了。起初，第谷把年轻的开普勒当成一名助手，只是认真地给他布置任务，而不让他接触详细的观测数据。开普勒极其希望能够受到平等的对待，并能获得某些独立性，但第谷却另有一番打算，他想利用开普勒去建立他自己的行星体系模型——一个开普勒并不认同的非哥白尼模型。

开普勒深感沮丧。第谷掌握着详实的观测数据，但缺少数学工具来透彻地理解它们。最后，也许是为了安抚这位心神不安的助手，第谷指派开普勒去研究火星的轨道，它已经困扰了这位丹麦天文学

家一段时间了，因为火星轨道似乎最偏离圆形。一开始，开普勒认为自己可以在八天内解决这个问题，但事实上，这项工作用去了他八年的时间。尽管后来证明此项研究是困难的，但这并非得不偿失，因为它引导开普勒发现了火星的精确轨道是一个椭圆，并使其在1609年出版的《新天文学》（*Astronomia Nova*）中提出了他的前两条“行星定律”。

在与第谷合作了一年半之后，有一次吃饭时，这位丹麦天文学家忽然病得很重，几天后便因膀胱感染而去世。开普勒接替了其皇家数学家的职位，不再受其提防，而可以自由地研究行星理论了。开普勒意识到了这次机会，于是立即设法赶在第谷的继承人之前弄到了他渴望已久的数据资料。开普勒后来写道，“我承认，当第谷去世的时候，我趁其继承人未加注意，迅速掌握了那些观测资料，或可说是篡夺了它们。”结果就是《鲁道夫星表》（*Rudolphine Tables*）的诞生，它是对第谷30年观测数据的一次编辑整理。公平地说，第谷在临死时曾敦促开普勒完成这份星表，但开普勒并没有像第谷所希望的那样，按照第谷的假说来做这项工作，而是用包含着他自己发展的对数运算的数据来预测行星的位置。他能够预测水星与火星冲日的时间，尽管他在有生之年没有见证它们。然而，直到1627年开普勒才出版《鲁道夫星表》，因为他所发现的数据总是把他引向新的方向。

第谷去世以后，开普勒观测到了一颗新星，这颗星后来以“开普勒新星”而得名。此外，他还根据光学理论做了实验。尽管与天文学和数学上的成就相比，科学家和学者们认为开普勒的光学工作不太重要，但他1611年出版的《屈光学》（*Dioptrice*）却改变了光学的进程。

1605年，开普勒公布了他的第一定律，即椭圆定律。这条定律说，诸行星均以椭圆绕太阳运行，太阳位于椭圆的一个焦点上。开普勒断言，当地球沿椭圆轨道运行时，一月份距太阳最近，六月份距太阳最远。他的第二定律，即等面积定律，则进一步指出，行星在相等时间内扫过相等的面积。开普勒说，如果假想一条从行星引向太阳的直线，那么该直线必定在相等时间内扫过相等的面积。他

于1609年出版的《新天文学》中发表了这两条定律。

然而，尽管有着皇家数学家的头衔，并因伽利略请其对新的望远镜发现发表意见而成了著名科学家，但开普勒并不能保证自己过上安定的生活。布拉格的宗教纷争危及到了他这个新的家乡，他的妻子和最心爱的儿子也于1611年离开了人世。开普勒被特许回到林茨，1613年，他同一位24岁的孤儿苏珊娜·罗伊廷格（Susanna Reuttinger）结婚，她后来为开普勒生下了七个孩子，但只有两个活到了成年。正在这时，开普勒的母亲被人指控施展巫术，开普勒不得不一面承受他个人生活中的巨大纷乱，一面为了使她免于火刑而奋力辩护。卡特丽娜被判入狱，受到了拷问，但她的儿子却设法使其被判无罪，卡特丽娜获得了释放。

由于多方掣肘，开普勒在刚回到林茨的一段时间里并不多产。由于心神难以安宁，他不得不把注意力由星表转到《世界的和谐》（*Harmonice Mundi*）的写作。马科斯·卡斯帕（Max Caspar）在开普勒的传记中，曾把这部充满激情的著作形容为“一幅由科学、诗、哲学、神学和神秘主义编织成的宏伟的宇宙景观”。1618年5月27日，开普勒完成了《世界的和谐》。他用了五卷的篇幅，把他的和谐理论拓展到了音乐、占星术、几何学和天文学上。他的行星运动第三定律也包含其中，60年之后，它将启发伊萨克·牛顿。这条定律说，诸行星与太阳的平均距离的立方正比于运转周期的平方。简而言之，开普勒发现了行星是如何沿轨道运行的，这样就为牛顿发现为什么会以这种方式运行铺平了道路。

开普勒确信自己已经发现了上帝设计宇宙的逻辑，他无法抑制自己的狂喜。在《世界的和谐》第五卷中，他这样写道：

“我要以坦诚的告白尽情嘲弄人类：我窃取了埃及人的金瓶，却用它们在远离埃及疆界的地方给我的上帝筑就了一座圣所。如果你们宽恕我，我将感到欣慰；如果你们申斥我，我将默默忍受。总之书是写成了，骰子已经掷下去了，人们是现在读它，还是将来子孙后代读它，这都无关紧要。既然上帝为了他的研究者已经等了6 000年，那就让它为读者等上100年吧。”

开始于1618年的三十年战争给奥地利和德国造成了巨大损失，

开普勒也被迫于 1626 年离开了林茨。最终，他在西里西亚的小城萨冈 (Sagan) 定居下来，并在那里试图完成一部可以称得上是科幻小说的著作。这部著作他已着手多年，为的是在他母亲因施巫术而受审期间，挣得少许费用。《月亮之梦》¹ (*Somnium seu astronomia lunari*) 讲的是主人公与一个狡猾的“恶魔”的会面，后者向主人公解释了如何能够到月亮上去旅行。这部著作在卡特丽娜受审的时候即被发现，且不幸成为物证。开普勒极力为之辩护，声称它只是纯粹的虚构，恶魔不过是一个文学设计而已。这部著作的独特之处在于，它不仅在幻想方面超前于它所处的时代，而且也是一部支持哥白尼理论的著作。

1630 年，当开普勒 58 岁的时候，他发现自己在经济上又一次陷入了窘境。他启程前往雷根斯堡 (Regensburg)，希望此行能够索回一些债券的利息以及别人欠他的钱。然而刚到那里几天他就发起了烧，旋即于 11 月 5 日去世。尽管开普勒从未获得像伽利略那样高的声望，但他的著作对于像牛顿这样的职业天文学家极其有用，他们会仔细研究开普勒的科学细节和精确性。约翰内斯·开普勒更看重审美上的和谐与秩序，他的所有发现都与自己对上帝的看法密不可分。他为自己撰写的墓志铭是：“我曾测天高，今欲量地深。我的灵魂来自上天，凡俗肉体归于此地。”

1. 直译应为《梦或月亮天文学》。——中译者

世界的和谐

第五卷 论天体运动完美的和谐以及由此得到的偏心率、半径和周期的起源

依据目前最为完善的天文学学说所建立的模型，以及业已取代托勒密的公认为正确的哥白尼和第谷·布拉赫的假说。

“我正在进行一次神圣的讨论，这是一首献给上帝这位造物主的真正颂歌。我以为，虔诚不在于用大批公牛作牺牲给他献祭，也不在于用数不清的香料和肉桂给他焚香，而在于首先自己领会他的智慧是如何之高，能力是如何之大，善是如何之宽广，然后再把这些传授给别人。因为希望尽其所能为应当增色的东西增光添彩，而不去忌妒它的闪光之处，我把这看做至善之征象；探寻一切可能使他美免绝伦的东西，我把这看做非凡智慧之表现；履行他所颁布的一切事务，我把这看做不可抗拒之伟力。”

——盖伦，《论人体各部分的用处》，第三卷¹

1. 原书为 Galen, *De usu partium corporis humani*。本书的部分注释参考了 Johannes Kepler, *The Harmony of the World*, trans. E.J.Aiton. A.M. Duncan and J.V.Field, *Memoirs of the American Philosophical Society*, Vol. 209 以及 Bruce Stephenson, *The Music of the Heavens*, Princeton University Press, 1994。——中译者

序 言

关于这个发现，我 22 年前发现天球之间存在着五种正立体形时就曾预言过；在我见到托勒密的《和声学》（*Harmonica*）¹ 之前就已经坚信不移了；远在我对此确信无疑以前，我曾以本书第五卷的标题向我的朋友允诺过；16 年前，我曾在一本出版的著作中坚持要对它进行研究。为了这个发现，我已把我一生中最好的岁月献给了天文学事业，为此，我曾拜访过第谷·布拉赫，并选择在布拉格定居。最后，至高至善的上帝开启了我的心灵，激起了我强烈的渴望，延续了我的生命，增强了我精神的力量，还惠允两位慷慨仁慈的皇帝以及上奥地利地区的长官们满足了我其余的要求。我想说的是，当我在天文学领域完成了足够多的工作之后，我终于拨云见日，发现它甚至比我曾经预期的还要真实：连同第三卷中所阐明的一切，和谐的全部本质都可以在天体运动中找到，而且它所呈现出来的并不是我头脑中曾经设想的那种模式（这还不是最令我兴奋的），而是一种非常完美的迥然不同的方式。正当重建天体运动这项极为艰苦繁重的工作使我进退维谷之时，阅读托勒密的《和声学》极大地增强了我对这项工作的兴趣和热情。这本书是以抄本的形式寄给我的，寄送人是巴伐利亚的总督约翰·格奥格·赫瓦特（John George Herward）先生，一个为推进哲学而生的学识渊博的人。出人意料的是，我惊奇地发现，这本书的几乎整个第三卷在 1500 年前就已经讨论了天体的和谐。不过在那个时候，天文学还远没有成熟，托勒密通过一种不幸的尝试，可能已经使人陷入了绝望。他就像西塞罗（Cicero）笔下的西庇阿（Scipio），似乎讲述了一个令人惬意的毕达哥拉斯之梦，却没有对哲学有所助益。然而粗陋的古代哲学竟能与

1. 《和声学》是托勒密的一部关于音乐的三卷本论著，不过这里的“和声”不具有它现在所具有的意义，或可译为《音乐原理》。

时隔 15 个世纪的我的想法完全一致，这极大地增强了我把这项工作继续下去的力量。因为许多人的作用为何？事物的真正本性正是通过不同时代的不同阐释者才把自身揭示给人类的。两个把自己完全沉浸在对自然的思索当中的人，竟对世界的构形有着同样的想法，这种观念上的一致正是上帝的点化（套用一句希伯来人的惯用语），因为他们并没有互为对方的向导。从 18 个月前透进来的第一缕曙光，到 3 个月前的一天的豁然开朗，再到几天前思想中那颗明澈的太阳开始尽放光芒，我始终勇往直前，百折不回。¹我要纵情享受那神圣的狂喜，以坦诚的告白尽情嘲弄人类：我窃取了埃及人的金瓶，²却用它们在远离埃及疆界的地方给我的上帝筑就了一座圣所。如果你们宽恕我，我将感到欣慰；如果你们申斥我，我将默默忍受。总之书是写成了，骰子已经掷下去了，人们是现在读它，还是将来子孙后代读它，这都无关紧要。既然上帝为了他的研究者已经等了 6 000 年，那就让它为读者等上 100 年吧。

本卷分为以下各章：

第一章，论五种正立体形；

第二章，论和谐比例与五种正立体形之间的关系；

第三章，研究天体和谐所必需的天文学原理之概要；

第四章，哪些与行星运动有关的事物表现了简单和谐，曲调中出现的所有和谐都可以在天上找到；

第五章，音阶的音符或在体系中的音高以及大小两种音程都表现于特定的运动；

第六章，音调或音乐的调式分别以某种方式表现于每颗行星；

第七章，所有行星之间的对位或普遍和谐可以存在，而且可以

1. 开普勒把他首次尝试发现第三定律的时间追溯到了 1616 年末。1618 年 3 月 8 日，他已经得到了这条定律，却又把它当作计算错误抛弃了。两个多月后，在写这段文字的前几天，他于 1618 年 5 月 15 日发现了这条定律。——中译者

2. 开普勒在这里暗指以色列人从埃及人那里偷走金银器物（《出埃及记》12: 35—36），并在逃离埃及之后用它们建了一座圣所（《出埃及记》25: 1—8）的故事。——中译者

彼此不同；

第八章，四种声部表现于行星：女高音、女低音、男高音和男低音；

第九章，证明为产生这种和谐布局，行星的偏心率只能取为它实际所具有的值；

第十章，结语：关于太阳的诸多猜想。

在开始探讨这些问题以前，我想先请读者铭记蒂迈欧（Timaeus）这位异教哲学家在开始讨论同样问题时所提出的劝诫。基督徒应当带着极大的赞美之情去学习这段话，而如果没有遵照这些话去做，那就应当感到羞愧。这段话是这样的：

“苏格拉底，凡是稍微有一点儿头脑的人，在每件事情开始的时候总要求助于神，无论这件事情是大是小；我们也不例外，如果我们不是完全丧失理智的话，要想讨论宇宙的本性，考察它的起源，或者要是没有起源的话，它是如何存在的，我们当然也必须向男女众神求助，祈求我们所说的话首先能够得到诸神的首肯，其次也能为你所接受。”¹

第一章 论五种正立体形

我已经在第二卷中讨论过，正平面图形是如何镶嵌成立体形的。在那里，我曾谈到由平面图形所组成的五种正立体形，并且说明了为什么数目是五，还解释了柏拉图主义者为什么要称它们为宇宙形体（figures），以及每种立体因何种属性而对应着何种元素。在本卷的开篇，我必须再次讨论这些立体形，而且只是就其本身来谈，而不考虑平面，对于天体的和谐而言，这已经足够了。读者可以在《哥白尼天文学概要》（*Epitome of Astronomy*）第二编²第四卷中找到其余的讨论。

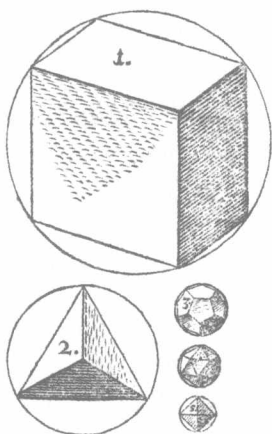
根据《宇宙的奥秘》，我想在这里简要解释一下宇宙中这五种正

1. 柏拉图：《蒂迈欧篇》，27C。——中译者

2. 其实应为第一编。——中译者

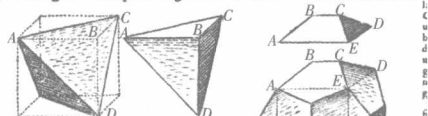
立体形的次序，在它们当中，三种是初级形体，¹两种是次级形体：²

(1) 立方体，它位于最外层，体积也最大，因为它是首先产生的，并且从天生就具有的形式来看，它有着整体的性质；接下来是 (2) 四面体，它好像是从正方体上切割下来的一个部分，不过就像立方体一样，它也有三线立体角，从而也是初级形体；在四面体内部是 (3) 十二面体，即初级形体中的最后一种，它好像是由立方体的某些部分和四面体的类似部分（即不规则四面体）所组成的一个立体，它盖住了里面的立方体；接下来是 (4) 二十面体，根据相似性，它是次级形体中的最后一种，有着多于三线的立体角；最后是位于最内层的 (5) 八面体，与正方体类似，它是次级形体的第一种。正如正方体因外接而占据最外层的位置，八面体也因内接而占据最内层的位置。³



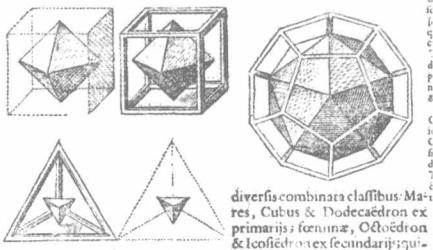
HARMONICIS LIB. V. 181

gdis irregularibus, quibus tegitur Cubus intus. Huic succedit Icosaed-



ron 4. ob similitudinem, ultima secundariorum, angulo solido plurilineari utentium. Intimum est Octaedron ꝛ Cubi simili, ꝛ prima figura secundariorum, cui ideo primus locus interiorum debetur, quippe inscripti; uti cubo circumscripti primus exteriorum.

Sunt autem notabilia duo veluti conjugia harum figurarum, ex



diversis combinata classibus: Maiores, Cubus ꝛ Dodecaedron ex primariis; fenestrae, Octaedron ꝛ Icosaedron ex secundariis; qui-

1. 初级形体是那些立体角由三条线所组成的图形。——中译者
2. 次级形体是那些立体角由多于三条线所组成的图形。——中译者
3. 下面两幅插图是开普勒原著中的插图，这里为中译者所加。

——中译者

然而，在这些立体形中存在着两组值得注意的不同等级之间的结合 (wedding)：雄性一方是初级形体中的立方体和十二面体，雌性一方则是次级形体中的八面体和二十面体，除此以外，还要加上一个独身者或雌雄同体，即四面体，因为它可以内接于自身，就像雌性立体可以内接于雄性立体，仿佛隶属于它一样。雌性立体所具有的象征与雄性象征相反，前者是面，后者是角。¹此外，正像四面体是雄性的正方体的一部分，宛如其内脏和肋骨一样，从另一种方式来看，²雌性的八面体也是四面体的一部分和体内成分：因此，四面体是该组结合的中介。

这些结合或家庭之间的最大区别是：立方体结合之间的比例是有理的，因为四面体是立方体的三分之一，³八面体是四面体的二分之一和立方体的六分之一；但十二面体的结合的比例⁴是无理的 [不可表达的 (*ineffabilis*)]，不过是神圣的⁵。

由于这两个词连在一起使用，所以务请读者注意它们的含义。与神学或神圣事物中的情形不同，“不可表达”在这里并不表示高贵，而是指一种较为低等的情形。正如我在第一卷中所说，几何学中存在着许多由于自身的无理数而无法涉足神圣比例的无理数。至于神圣比例（毋宁说是神圣分割）指的是什么，你必须参阅第一卷的内容。因为一般比例需要有四项，连比例需要有三项，而神圣比

1. 显然，雄性象征是角或顶点，雌性象征是面。如上页图所示，雄性多面体的顶点数多于面数，雌性多面体的面数多于顶点数，而雌雄同体的多面体的顶点数和面数一样多。在每一组结合中，雄性成员的顶点数等于雌性成员的面数，所以当雌性形体内接于雄性形体时，顶点和面恰好相对。雌雄同体的四面体则可以内接于另一个四面体。还有一点很重要，那就是每一组结合中的两个多面体的外接球与内接球的半径之比相等。——中译者

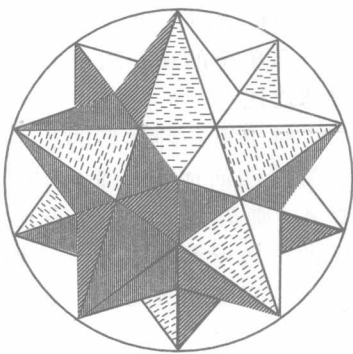
2. 四面体的各边中点形成了八面体的各顶点。——中译者
3. 即四面体的体积是立方体的三分之一，下同。——中译者
4. 即可内接于十二面体的二十面体与十二面体的体积之比。

——中译者

5. 即为黄金分割比。参见《世界的和谐》，第一卷，定义 26。

——中译者

例除去比例本身的性质以外，还要求各项之间存在着一种特定的关系，即两个小项作为部分构成整个大项。因此，尽管十二面体的结合比例是无理的，但这却反而成就了它，因为它的无理性接近了神。这种结合还包括了星状立体形，它是由正十二面体的五个面向外延展，直至汇聚到一点产生的。¹读者可以参见第二卷的相关内容。²



最后，我们必须关注这些正立体形的外接球的半径与内切球的半径之比：对于四面体而言，这个值是有理的，它等于 $100\ 000:33\ 333$ 或 $3:1$ ；对于立方体的结合³而言，该值是无理的，但内切球半径的平方却是有理的，它等于（外接球）半径平方的三分之一的平方根，即 $100\ 000:57\ 735$ ；对于十二面体的结合⁴则显然是无理的⁵，它大约等于 $100\ 000:79\ 465$ ；对于星状立体形，该值等于 $100\ 000:52\ 573$ ，即二十边形边长的一半或两半径间距的一半。

第二章 论和谐比例与五种正立体形之间的关系

这些关系⁶不仅多种多样，而且层次也不尽相同，我们可以由此把它们分为四种类型：它或者仅来源于立体形的外在形状；或者

1. 开普勒认为星状立体形仅仅是由正十二面体和正二十面体衍生出来的，而没有把它算作另一种基本的正多面体。——中译者

2. 参见《世界的和谐》第二卷，命题 26。——中译者

3. 即立方体和八面体。每一组结合中的两个多面体的内切球的半径与外接球的半径之比相等。——中译者

4. 即十二面体和二十面体。——中译者

5. 其准确值等于 $1:\sqrt{15-6\sqrt{5}}$ 。——中译者

6. 开普勒所使用的原拉丁文词为 *cognatio*，表示一种内在固有的亲缘关系。为了表述的方便，这里姑且译为“关系”。——中译者