

教 育 部 審 · 定

新 課 程 標 準 適 用

初 中 算 術

下 冊

編 者

陸 子 芬
孫 振 憲
石 濂 水

校 者

余 介 石

上 海 中 華 書 局 印 行

511
434

國民政府內政部註冊 二十四年十一月十三日執照警字第 六〇六六號
教育部審定 廿三年二月十一日執照教字第 十七號

民國二十六年九月二三版

新課程標準適用

初中算術(全二冊)

◎下冊實價國幣五角二分

(郵運匯費另加)

陸子

孫振

石瀛

余介

中華書局有限公司
代表人 路錫三

上海中華書局印刷所
澳門路

上海中華書局發行所
福州路

各埠中華書局

有 不 著 准 作 翻 權 印

編者 校者 發行者 印刷者 總發行處 分發行處

[初 中 學 生]
[文 庫 本]

算術自修用書

算術 問題 解法指導 匡文濤編 原售三角五分 改售二角八分

本書內容，計包括：整數小數之四則，複名數及時間，倍數及約數，比例及折成，利息及級數五類。所選問題，均饒興味，解法則新穎便捷，簡明得當。各種解法之首，均有摘要，列入有關係之定理及公式等，以便學者記憶。問題的着眼點及注意點，均一一指示，使學者易於理解，易於着手解剖。最合學者自修之用。

算術 問題 解法研究 高季可編 原售九 角 改售七角二分

本書編制新穎，每一類問題，先列「基本模範問題」，說明這類問題的特點及摘要；次列「應用模範問題」，說明這類問題的變化方式。每個模範問題下面，有兩個「類似問題」，以備學者自己解答。一類問題完了，有一個解法總指導，說明解本類問題的關鍵，以及本類問題解法的公式，前者是指導思考，後者可幫助記憶。題目的選擇和編配，著者曾費了很多的心血。每一個題目，都有一個特點。

算 術 捷 徑 郭達洲編 原售七 角 改售六 角

全書共分十一章：①整數四則，②括號，③小數四則，④四則應用問題，⑤複名數，⑥整數性質，⑦分數，⑧百分法，⑨利息，⑩比例，⑪求積。每類問題，先加說明，次列圖解、公式，然後再舉例題，詳細解釋，層次井然，極易理解。每種問題之後，均列有習題，書末並有習題答案，以便學者實習對照。允為佳構。

珠 算 捷 徑 徐天游編 原售二角五分 改售二 角

本書由初步練習起，逐層演進。每一方法，皆用例題為範，初學者，極易理解。全書特色有三：①關於口訣之發見，皆附一例題，並加說明，以期對於口訣之由來，可以明瞭；且可知口訣之用法。②以在算盤上能實用為主，如利息、開方等，概不列入。③欲求運算時手續之簡捷起見，並採取簡算方法，減少繁複之累。

中華書局印行

[初中學生文庫]
[單行本]

數學學習和表解

算學學習法

余介石編
孫克定

原定價二角
改售價一角五分

本書計四章：①緒論，敘述算學的重要性和有用性，學習算學並非苦事亦非難事等；②算術和代數的學習法，敘述注意題目的特殊條件，題目的引伸和變化，六種基本運算的法則等；③幾何和三角的學習法，敘述幾何定理的歸類與證題通法，三角的實用性和公式記憶圖等；④結論，敘述算學各部門的相互連繫，學會算學的方法，養成推理的習慣等。凡關於學習算術之方法，均已詳備於此。

算術表解

臧渭英編

原定價一角
改售價八分

本書內容，計分六章：第一章總則，包括定義、定律，第二章整數性質，包括因數、公約數、公倍數，第三章分數，包括分數、比和比例、百分法和利息，第四章小數，包括普通小數、循環小數，第五章開方，包括開平方、開立方，第六章級數，包括等差級數、等比級數。備此一書，與課本作對照研究，獲益殊多。

代數表解

吳祖龍編

原定價二角
改售價一角四分

本書分十二章：第一章緒論，第二章整式四則，第三章一元一次方程，第四章聯立一次方程，第五章析因式法，第六章一元二次方程，第七章簡易不等式，第八章分式，第九章乘方及開方，第十章比及比例，第十一章級數，第十二章圖解。

幾何表解

孫樂陶編

原定價二角五分
改售價二角

本書搜羅頗富，共有定理一百六十個，作圖題三十四個，附錄十七及系四十三條，證題皆刪繁就簡；所有例題，均自定理中選來，以便在證定理時可以省略。分類詳明，處處採用表解方式，故有若干定理的證法與普通教本不同，這是啓示學者，於活用的途徑，知所適從。本書採作自修及會考和升學的準備，均極適宜。

三角表解

張鵬飛編

原定價一角五分
改售價一角二分

本書以表為主，以解爲輔。表求簡括，有系統，少缺漏；解求清楚，有根據，不累贅。便初學者的檢查；記憶方法極奇巧，可助已學者的溫習；重要途徑多指示，能充自修者的引導。材料，偏重下列各項：①基本或重要事件在本學科須反覆學習的，②常見而容易忽略或錯誤須特別注意的，③教科書講而不詳須補充的。

中華書局印行

新課程標準適用

初中算術下冊目次

第六章 開方

	頁數
I. 基本定義.....	1
II. 開平方.....	5
III. 開立方.....	16

第七章 比同比例

I. 比.....	29
II. 比例.....	35
III. 應用.....	58

第八章 百分同利息

I. 百分法.....	65
II. 百分法的應用.....	71
III. 利息.....	80
IV. 利息的應用.....	87

第九章 量法

I. 基本定義.....	97
II. 平面形.....	100
III. 立體形.....	100

第十章 統計圖表

I. 統計表.....	120
II. 統計圖.....	123
III 平均數.....	139
VI. 物價指數.....	143

總習題 索引 複利表

新課程標準適用

初中算術下冊

第六章

開方

I. 基本定義

97. 乘方和開方 求一數自乘幾次的積,這方法叫乘方. 反過來,知道一數自乘幾次的積,要求這一數,那方法便是開方. 如知道一數自乘二次的積,要求這數,叫做開平方;知道一數自乘三次的積,要求這數,叫做開立方.

【註】 本章所講的開方,僅是開平方同開立方兩種,其餘各種開方,到學代數時再講.

98. 方數和方次 由乘方得到的數,叫做原數的方數,乘方的次數叫做原數的方次. 方次是二的,叫做二次方數,或平方;方次是三的,叫做三次方數,或立方,其餘方次是四,五等的方數,依次叫做原數的四次方數,五次方數等等.

【例】 25 叫 5 的平方,寫做 5^2 ; 512 叫 8 的立方,寫做 8^3 ;

256 叫 4 的四次方數,寫做 4^4 .

99. 方根和根次 由開方得到的數,叫原數的方根,開方的次數,叫原數的根次. 根次是二的,叫二次方根,或平方根;根次是三的,叫三次方根,或立方根;其餘各次方根總照開方次數去稱呼.

【例】 5 叫 25 的平方根,寫做 $\sqrt{25}$; 8 叫 512 的立方根,寫做 $\sqrt[3]{512}$; 4 叫 256 的四次根,寫做 $\sqrt[4]{256}$.

$\sqrt{\quad}$ 叫做根號,左上角記的數字,便是根次,平方根的根次 2 是根次裏最小的,可以略去不記.

100. 完全方數 整數或分數等於其他整數或分數的方數的,叫完全方數.

【例】 $169=13^2$, 所以 169 是完全平方.

$\frac{8}{125}=\left(\frac{2}{5}\right)^3$, 所以 $\frac{8}{125}$ 是完全立方.

完全方數常可以化成幾組相同的質因數連乘式,由此很容易得着原數的方根.

【例】 $15876=2^2 \times 3^4 \times 7^2=(2 \times 3^2 \times 7) \times (2 \times 3^2 \times 7)$
 $=(2 \times 3^2 \times 7)^2$,

所以 $\sqrt{15876}=2 \times 3^2 \times 7=126$.

$91125=3^6 \times 5^3=(3^2 \times 5) \times (3^2 \times 5) \times (3^2 \times 5)=(3^2 \times 5)^3$,

所以 $\sqrt[3]{91125}=3^2 \times 5=45$.

101. 二數和的平方

【問題】 求 5 同 3 兩數和的平方.

【解】 由 §16 乘法分配律,

$$\begin{aligned}(5+3)^2 &= (5+3)(5+3) = 5(5+3) + 3(5+3) \\ &= 5^2 + 5 \times 3 + 5 \times 3 + 3^2 \\ &= 5^2 + 2(5 \times 3) + 3^2 = 64.\end{aligned}$$

由是得以下

定理 二數和的平方,等於各數的平方加上二數乘積的二倍.

設 a 與 b 表任意二數,就得以下公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2(a \times b) + b^2.$$

應用這公式去求兩位數的平方,頗爲簡便.

【例】 $35^2 = (30+5)^2$

$$\begin{aligned}&= 30^2 + 2 \times 30 \times 5 + 5^2 \\ &= 900 + 300 + 25 \\ &= 1225.\end{aligned}$$

102. 二數差的平方

【問題】 求 5 同 3 兩數差的平方.

【解】 由 §16 乘法分配律,

$$\begin{aligned}(5-3)^2 &= (5-3)(5-3) = 5(5-3) - 3(5-3) \\ &= 5^2 - 5 \times 3 - 5 \times 3 + 3^2 \\ &= 5^2 - 2(5 \times 3) + 3^2 = 4.\end{aligned}$$

由是得以下

定理 二數差的平方,等於各數平方的和,再減

去二數乘積的二倍。

設 a, b 爲任意二數,就得以下公式

$$(a-b)^2 = a^2 - 2(a \times b) + b^2.$$

在求二位數的平方數時,若原數個位數在 6 以上,用這公式,才覺簡便.

$$\begin{aligned} \text{【例】 } 99^2 &= (100-1)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 \\ &= 10000 - 200 + 1 \\ &= 9801. \end{aligned}$$

【註】 由本節同上節兩公式,可見

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4(a \times b), \text{ 或 } (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4(a \times b).$$

所以已知兩數的差同積便可求兩數的和;已知兩數的和同積,便可求兩數的差.

習題四十一

1. 求以下各數的平方:

1, 4, 6, 7, 11, 24, 33, 45.

2. 求以下各數的立方:

1, 2, 3, 8, 12, 15, 18, 50.

3. 用二數和或二數差的公式,求以下各數的平方:

12, 14, 19, 31, 58, 81, 102, 249.

4. 求以下各數的平方根:

$2^2 \cdot 3^2$, $2^4 \cdot 5^4$, $2^6 \cdot 5^2 \cdot 7^2$, 15625, 784, 194481.

5. 求以下各數的立方根:

$$3^3 \cdot 5^3, 2^6 \cdot 3^3 \cdot 7^3, 5832, 2299968.$$

II. 開平方

103. 開平方 沒有開平方以前,要熟記幾個基本數字的平方,就是 $1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, 4^2=16, 5^2=25, 6^2=36, 7^2=49, 8^2=64, 9^2=81, 10^2=100$.

由此可知任一數的末位是 2, 3, 7 或 8 的,決不是完全平方.

再從 $1^2=1, 10^2=100, 100^2=10000.$

$$1000^2=1000000 \dots\dots\dots$$

$$9^2=81, 99^2=9801, 999^2=998001,$$

$$9999^2=99980001 \dots\dots\dots$$

知道一位同二位數的平方根是一位數,三位同四位數的平方根是二位數,以下類推,可列一表:

原數的位數	1 至 2	3 至 4	5 至 6	7 至 8	
平方根位數	1	2	3	4	

從一數的個位起,向左每二位用短線劃作一段,所分的段數,便是原數的平方根位數. 再應用二數和的平方公式,就可求出一數的平方根.

【例】 求 625 的平方根.

【解】

$$\begin{array}{r}
 6 \overline{) 25 \overline{) 25}} \\
 \underline{4 \dots\dots\dots 2^2} \\
 20 \times 2 = 40 \overline{) 225} \\
 \quad + \quad 5 \\
 \hline
 \quad 45 \overline{) 225 \dots\dots\dots (20 \times 2 + 5) 5} \\
 \quad \underline{\quad 0}
 \end{array}$$

【說明】

(1) 將 625 分成兩段.

(2) 首段 6 的最大整平方根是 2, 因 625 的平方根是二位數, 所以 2 便是所求平方根的十位數字, 叫做初商, 把他記在右邊.

(3) 從首段 6 減去初商 2 的平方, 餘 2, 又接寫下段, 得 225, 因 $625 = (20 + \text{個位數})^2$

$$= 20^2 + 2 \times 20 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2$$

$$= 400 + 40 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2,$$

就是 $625 - 400 = 40 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2$

$$225 = (40 + \text{個位數}) \text{個位數}.$$

所以 $\frac{225}{40 + \text{個位數}} = \text{個位數}.$

(4) 取比 $225 \div 40$ 的整商較小的數 5, 來做個位數字, 叫做次商, 記在 2 的右邊, 恰有

$$(40 + 5) 5 = 225.$$

所以 625 的平方根是 25.

由是得求多位數平方根的

法則 先將原數按照平方根位數分段,再求首段數的最大整平方根,記在右邊,叫做初商(是平方根的第一位數);從首段數減去初商的平方,所餘的數,再接寫第二段數,作為第一餘數。再20倍初商,試除第一餘數,得次商,記在初商的右邊(是平方根的第二位數);用次商去乘20倍初商與次商的和,從第一餘數裏減去,剩下的數,再接寫三段數,作為第二餘數。再20倍初次商,試除第二餘數,得三商,記在次商的右邊(是平方根第三位數)。以下再按上法,反復推求,即得。

【例】 求 55225 的平方根。

【解】

$$\begin{array}{r}
 5 \mid 52 \mid 25 \mid 235. \\
 4 \dots\dots\dots 2^2 \\
 \begin{array}{r}
 20 \times 2 = 40 \quad 1 \quad 52 \\
 \underline{ 3} \\
 43 \quad 1 \quad 29 \dots\dots\dots (20 \times 2 + 3) \times 3 \\
 20 \times 23 = 460 \quad 2325 \\
 \underline{ 5} \\
 465 \quad 2325 \dots\dots\dots (20 \times 23 + 5) \times 5 \\
 \underline{ 0}
 \end{array}
 \end{array}$$

【註一】 試除所得的商,有時嫌過大,可累次減一再試,如大過10,便從9試起。

【註二】 試除所得的商,若小於1,須在原數內,再取下一段數,這表示根內有一位數是零。若仍小於1,便再在原數內取一段,這表示根內有兩位是零。

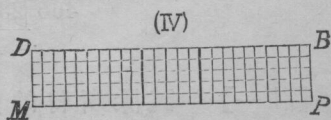
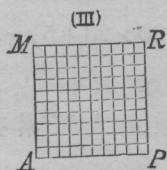
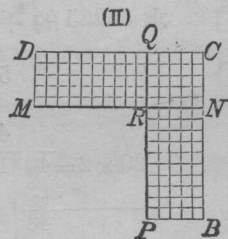
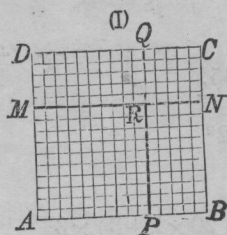
【例】

$$4 \mid 02 \mid 00 \mid 25 \mid \underline{2005}.$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 4000 \overline{) 20025} \\ \underline{5} \\ 4005 \overline{) 20025} \\ \underline{0} \end{array}$$

上列算式，係從原數中連取三段數，所以根內有兩位是零。

104. 開平方圖解 求一數的平方根，和求一正方形的邊線長，是一樣的要開平方方法。所以開平方方法的理由，用圖來說明，便更易了解。



如上圖(I)正方形 $ABCD$ 的面積為 225 方尺，其中所含的十位數最大正方形為 $10^2 = 100$ 方尺，如圖(I)，(III)的 $APRM$ 。把 $APRM$ 割去，餘數為 125 方尺，如

上圖(II).

就圖(II)橫列成圖(IV). 那圖(II)和圖(IV)的面積相等,同是 125 方尺.

要求牠的闊 PB , 只把牠的長 DB 來除面積 125 方尺, 便得. 我們知道 DB 的長是大於 2×10 , 所以用 20 去試除 125 得 5.

$$20 + 5 = 25, \quad 25 \times 5 = 125.$$

所以上圖(IV)裏的 PB 的長是 5 尺, 而原正方形的每邊的長是 $10 + 5 = 15$ 尺.

105. 小數開平方 小數開方, 和整數一樣, 起首也要分段. 因為小數的平方中, 小數的位數, 等於原數中小數位數的二倍, 換句話說, 小數的平方根中, 小數的位數, 等於原數中小數位數的一半.

若是純粹小數, 可從小數點起, 向右數, 每隔兩位用短線分作一段. 最後若是一位數, 須加 0 補足.

若是帶小數, 便從小數點起, 向左右各自分段, 整數的段數, 是平方根整數的位數, 小數的段數, 是平方根小數的位數.

小數既經分段, 便照整數開平方法, 得到平方根, 再根據牠的整數同小數的位數, 記上小數點.

【例】求 .019321 的平方根.

【解】

$$\begin{array}{r}
 .01 \mid 93 \mid 21 \mid .139 \\
 \underline{1} \\
 20 \mid 93 \\
 \underline{3} \\
 23 \mid 69 \\
 260 \mid 2421 \\
 \underline{9} \\
 269 \mid 2421 \\
 \underline{} \\
 0
 \end{array}$$

所以 $\sqrt{.019321} = .139$.

106. 不盡平方根 非完全平方的平方根,便是不盡平方根. 如 3, 7, 31 等都不是完全平方,所以 $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, 都是不盡平方根.

不盡平方根,可按開平方法,任意求到幾位小數,但是平常只要求到第三位小數便止(如原數不夠開方,便要加幾段 0,每段兩 0,去補足).

【例】 求 31 的平方根到小數第三位止.

【解】 先在 31 的後面,加三段 0,

$$\begin{array}{r}
 31.00 \mid 00 \mid 00 \mid 5.567 \dots \\
 \underline{25} \\
 100 \mid 600 \\
 \underline{5} \\
 105 \mid 525 \\
 1100 \mid 7500 \\
 \underline{6} \\
 1106 \mid 6636 \\
 11120 \mid 86400 \\
 \underline{7} \\
 11127 \mid 77889 \\
 \underline{} \\
 8511
 \end{array}$$

所以 $\sqrt{31} = 5.567 \dots$.

107. 分數開平方 分數開平方,可分兩層來說:若原分數的分子分母都是完全平方,可將分子分母分別開方,便得原分數的平方根;否則,就要將原分數化成小數,然後按小數開方法去開方。

【例一】 求 $\frac{81}{169}$ 的平方根。

【解】 先求分子分母的平方根。

$$\sqrt{81}=9, \quad \sqrt{169}=13.$$

$$\text{所以 } \sqrt{\frac{81}{169}} = \frac{9}{13}.$$

【例二】 求 $\frac{4}{5}$ 的平方根到小數第三位爲止。

【解】 先將分數化成小數,再求其平方根。

$$\sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{.8} = .894\ldots$$

習題四十二

1. 求以下各數的平方根:

(1) 289.

(2) 14161.

(3) 97969.

(4) 34.81.

(5) .019881.

(6) 5.0625.

(7) .027.

(8) 4.694.

(9) 18.7.

(10) $\frac{169}{961}$.

(11) $37\frac{212}{841}$.

(12) $1\frac{22984}{38025}$.

2. 求以下各數的平方根到小數第三位:

(1) 27.

(2) 40.

(3) 14.4.

(4) $\frac{2}{3}$.

(5) $\frac{7}{15}$.

(6) 2.18.