概念·方法·题型解析与训练

《中考复习全书》编写组

数学

94

中考复习全书

科学普及出版社

中考复习全书

概念、方法、题型解析与训练——数学

《中考复习全书》编写组

科学普及出版社

·北　京·

（京）新登字026号

中考复习全书
概念、方法、题型解析与训练——数学
《中考复习全书》编写组
科学普及出版社出版
北京海淀区白石桥路32号　邮政编码：100081
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
北京市燕山联营印刷厂印刷
*
开本：787×1092毫米　1/32　印张：10　字数：210 千字
1993年11月第 1 版　　1993年11月第 1 次印刷
定价：6.90元
ISBN 7-110-02950-6/G·922

前　言

能力和成绩双丰收，是编写出版这套书的目的。

高分低能、低分高能是近年来学生学习、考试当中出现的两大顽症，而初中阶段既要抓能力培养，又要很好地兼顾成绩，学生自己也要注意自我提高。为了使学生顺利、卓有成效地完成初中阶段的学习，接受高中阶段新知识，做好进入大学更高领域的学习和研究，北京实验中学、北京四中、人大附中、清华附中、北大附中等多所重点中学的部分特、一级教师编写了这套书。本套中囊括了作者多年丰富的教学经验和研究成果，紧扣国家教委颁发的新大纲的要求，深入剖析了近几年中考试题，体现出最新出题方向。本套书适合国家教委考试中心出题范围和当前标准化考试的需要。

这套《中考复习全书》包括化学、语文、英语、物理、数学所有中考必考科目，各书按照各科目本身固有的规律，以利于学生循序渐近，从易到难接受为原则，打破以往大量复习资料或题海大战、重复课本的编法限制，立足课本内容，全面综合了课本知识点，并按上述原则对知识结构作了较大的调整，突出了对概念和方法的理解，并把其熟练灵活地应用到具体的解题当中。习题的编写力求融合最简便、合理的方法和思想，所选习题既有专门针对某个概念的应用，又有综合知识的考察。题型新颖、覆盖面广，最能锻炼学生对考题中全书“换汤不换药”或演变较大的题型的适应。另外，还编排了几套模拟试题，便于学生在中考前进行复习。

目　　录

第一部分　代数与三角

第一章　实　数

知　识　要　点

一、自　然　数

自然数：表示物体个数或事物次序的数叫做自然数。如1，2，3，……等等都是自然数。自然数的全体称为自然数的集合。

1．自然数的性质

（1）自然数有无限多个。在自然数集合中有最小的数1，但无最大的数。

（2）在自然数集合中，任何两个自然数都可以比较大小。

（3）在自然数集合中一定可以进行加法和乘法的运算。也就是说任何二个或二个以上的自然数的和及积还是自然数。

2．质数和合数　在自然数中除掉1以外，只能被1和它本身整除的数叫做质数(又称素数)。不但能被1和它本身整除以外，还能被其它数整除的数叫做合数。注意，1既不是质数，也不是合数。

3．将自然数分解为质因数的连乘积　在乘法运算中，被乘数和乘数都称做乘积的因数，而一个合数的质数因数称做该合数的质因数。将一个合数写成质因数的连乘的形式称为将这个自然数分解质因数。如$2520=2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7$。

4. 求两个数或几个数的最大公约数和最小公倍数

(1) 如果一个数同时是几个数的约数，那么该数就叫做这几个数的公约数。两个数或几个数的公约数中最大的一个叫做这几个数的最大公约数。如18、24、30这三个数有公约数1、2、3、6等四个，其中最大的是6，所以18、24、30的最大公约数是6。

如果两个数的最大公约数是1，则称这两个数为互质数。如14与25是互质数。

(2) 如果一个数同时是几个数的倍数，这个数就叫做这几个数的公倍数，两个数或几个数的公倍数中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数。如18、24、30这三个数有公倍数360、720、1080……等无限多个，其中最小的360，所以18、24、30的最小公倍数是360。

二、整　数

正整数(自然数)、零和负整数统称整数。也就是说，整数集合是由正整数、零和负整数组成。

正整数和零称为非负整数，负整数和零称为非正整数。零既不是正整数，也不是负整数。

1. 正整数的性质

(1) 正整数有无限多个，在整数集合中没有最小的数，也没有最大的数。

(2) 在整数集合中，任何两个整数都可以比较大小。

(3) 在整数集合中一定可以进行加法、减法和乘法三种运算。也就是说任何二个或二个以上的整数和、差、积还是整数。

2. 偶数与奇数　能被2整除的整数叫做偶数。它可表示为$2n$(其中n为整数)。不能被2整除的整数叫做奇数。它可表

示为$2n-1$(其中n为整数)。

3. 整除 当一个整数被一个自然数(正整数)除而没有余数的时候，我们就称第一个数能被第二个数整除。

(1) 若一个数的个位数字能被2(或5)整除，则这个数一定能被2(或5)整除。

(2) 若一个数的最后两个数字所成的数能被4(或25)整除，则这个数一定能被4(或25)整除。

(3) 若一个数的最后三个数字所成的数能被8(或125)整除，则这个数一定能被8(或125)整除。

(4) 若一个数的各位数字之和能被3整除，则这个数一定能被3整除。

(5) 若两个数都能被某一个数整除，则它们的和或差也都能被这个数整除。

三、有 理 数

整数和分数统称有理数。也就是说，有理数集合是由整数和分数组成。

1. 一切有理数都可以表示为既约分数$\frac{p}{q}$的形式，这里p、q为整数，且$q\neq 0$。当$p=0$时，该分数为0；当$q=1$时，该分数为整数。

如果将有理数表示成小数形式，那么它一定是有限小数或无限循环小数。如$\frac{1}{8}=0.125$，$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$等等。

2. 有理数的性质

(1) 有理数有无限多个，在有理数集合中没有最小的数，也没有最大的数。

(2) 在有理数集合中，任何两个有理数都可以比较大

小。

(3) 在有理数集合中，一定可以进行加、减、乘、除法(除数不为零)四种运算。也就是说，任何两个或两个以上的有理数的和、差、积、商(除数不为零)还是有理数。

四、实　　数

1. 乘方与开方

(1) 求相同因数的积的运算叫做乘方，记做$a\cdot a\cdot a\cdots a=a^n$。相同因数$a$叫做底数，相同因数$a$的个数$n$(正整数)叫做指数，乘方运算的结果叫做幂。正数($a>0$)的任意次幂都是正数；零($a=0$)的任意次幂都是零；负数($a<0$)的偶次幂是一个正数，负数的奇次幂是一个负数。

当指数$n=0$时，规定$a^0=1$，($a\neq0$)，而0的0次幂无意义。

当指数n为负数或分数时，见第三章指数。

(2) 开平方和开立方

一个数x的平方等于a，这个数x就叫做a的平方根，即$x^2=a$，x叫做a的平方根。求一个数a的平方根的运算叫做把a开平方。

一个正数($a>0$)的平方根是两个互为相反的数，(如$x^2=25$则$x=5$或$x=-5$，又如$x^2=2$则$x=\sqrt{2}$或$x=-\sqrt{2}$)；零($a=0$)的平方根还是零；负数($a<0$)没有平方根。

一个数x的立方等于a，这个数x就叫做a的立方根。求一个数a的立方根的运算叫做把a开立方。

一个正数的立方根是一个正数；零的立方根是零；一个负数的立方根是一个负数。

2. 算术平方根　一个正数($a>0$)的平方根有两个互为

相反数的根，规定：一个正数($a>0$)的正根，叫做算术平方根。零的算术平方根还是零，$x=\sqrt{2}$是2的算术平方根。

一般地，当$a\geqslant 0$时，a的算术平方根记作$\sqrt{a}$，它是一个非负数。($a>0$)

3．无理数 无限不循环小数叫做无理数。如$\sqrt{2}=1.41421356\cdots$；$\sqrt{3}=1.732050\cdots$，圆周率$\pi=3.1415926535\cdots$。无理数分为正无理数与负无理数。

4．实数的绝对值 a为实数，$|a|$叫做a的绝对值。

$$|a|=\begin{cases} a, & \text{当}a\geqslant 0\text{时} \\ -a, & \text{当}a<0\text{时} \end{cases}$$

任何一个实数的绝对值都是一个非负数(正数或零)。反过来，若某数的绝对值是一个正数，则某数一定有两个，一个是这个正数，另一个是这个正数的相反数。如$|a|=5$，则$a=\pm 5$。

5．数轴 规定了原点、方向和长度单位的一条直线叫做数轴。每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示一个实数，所以实数和数轴上的点一一对应。数轴将数和形(点)结合起来，具有直观性，可以用它的直观性比较实数的大小。符号$|a|$在数轴上的意义是，一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离。

6．近似数和有效数字 近似计算问题首先要明确近似计算要求达到的精确度。精确度太差，就会达不到实际问题的要求；精确度太高，又会造成人力和财产的浪费。

近似数常用四舍五入法得到，如对准确数

$\pi=3.1415926535\cdots\cdots$

精确到0.001的近似数是3.142；

精确到0.01的近似数是3.14；

精确到0.1的近似数是3.1；

精确到1的近似数是3。

由四舍五入法得到的近似数中，从左边第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数字，都叫这个数的有效数字。上面的近似数的有效数字分别为4、3、2、1个。

7．实数的性质

(1) 实数有无限多个，在实数集合中没有最小的数，也没有最大的数。

(2) 在实数集合中，任何两个实数都可以比较大小。

正数都大于零；负数都小于零；正数大于一切负数；两个正数，绝对值较大的正数大；两个负数，绝对值较大的反而小。

利用数轴可以直观地比较实数的大小，在数轴上表示的两个实数，右边的数总比左边的数大。

用求差法可以比较实数的大小，即

若$a-b>0$，则$a>b$；

若$a-b=0$，则$a=b$；

若$a-b<0$，则$a<b$。

(3) 在实数集合中，一定可以进行加、减、乘、除法(除数不为零)四种运算，也就是说，任何两个或两个以上的实数的和、差、积、商(除数不为零)还是实数。对于乘方及开方运算不全能进行，这是因为负实数不能开偶次方，所以数的集合还有待于扩充。

(4) 几个重要结论

对于任意实数a，都有$\sqrt{a^2}=|a|\geqslant 0$； $a^2\geqslant 0$，即，a^2、$\sqrt{a^2}$、$|a|$都是非负数(正数或零)。

对于任意实数a和b，

若$a^2+b^2=0$，则$a=b=0$；

若$|a|+|b|=0$，则$a=b=0$；

若$|a|+\sqrt{b^2}=0$，或$\sqrt{a^2}+|b|=0$，则$a=b=0$。

若对于算术平方根$\sqrt{a}$、$\sqrt{b}$，有$\sqrt{a}+\sqrt{b}=0$，则$a=b=0$。

以上结论的道理是因为a^2、$|a|$、$|b|$、$\sqrt{a^2}$、$\sqrt{b^2}$、$\sqrt{a}$、$\sqrt{b}$都是非负实数，两个或几个非负实数的和等于零，且实数a、b本身为零。

8. 实数的运算

(1) 运算定律

加法交换律：$a+b=b+a$

加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律：$ab=ba$

乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$

乘法对加法的分配律：$(a+b)c=ac+bc$

(2) 运算顺序

在没有括号的六种混合运算中，要先算乘方、开方，再算乘、除，最后算加、减；

在有括号的式子中，括号内的运算先进行；

在同一级运算中，要从左到右的顺序进行运算；

根据运算定理可以变更运算顺序，以使运算更加简便。

例 题 解 析

例1 把下列各实数填在相应的大括号内。

0、$\sqrt{8}$、$-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$、$\sqrt[4]{16}$、$3.14159\cdots\cdots$、3.14159、$-\lg 2$、$\lg 100$、$\sin 30°$、$\operatorname{tg} 60°$、$1.212121\cdots\cdots$、$\frac{\pi}{3}$。

自然数集合：{ ……}；

整数集合： { ……}；

分数集合： { ……}；

有理数集合：{ ……}；

非正数集合：{ ……}；

无理数集合：{ ……}。

解 自然数集合：$\{\sqrt[4]{16}$、lg100、……$\}$

整数集合：$\{0$、$\sqrt[4]{16}$、lg100、……$\}$

分数集合：$\left\{-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right.$、3.14159、sin30°、1.212121、……$\left.\right\}$

有理数集合：$\left\{0\right.$、$-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$、$\sqrt[4]{16}$、3.14159、lg100、sin30°、

1.212121……、……$\left.\right\}$

非正数集合：$\left\{0\right.$、$-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$、$-$lg2、……$\left.\right\}$

无理数集合：$\left\{\sqrt{8}\right.$、3.14159……、$-$lg2、tg60°、

$\frac{\pi}{3}$、……$\left.\right\}$

说明 因为$\sqrt[4]{16}=2$，所以它是自然数，也是整数，也是有理数。

因为$\lg 100=2$，所以它是自然数，也是整数，也是有理数。

因为$-\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=-\frac{2}{3}$、$\sin 30°=\frac{1}{2}$、所以它是分数，也是有理数。

因为3.14159是有限小数，1.212121……是无限循环小

数，它们都可以化成分数。

因为$-\lg 2=-0.3010\cdots\cdots$，$\operatorname{tg}60^{\circ}=\sqrt{3}=1.7320\cdots\cdots$都是无限不循环小数，它们都是无理数。

因为π是无理数，所以$\frac{\pi}{3}$也是无理数，千万不要把$\frac{\pi}{3}$看成是分数。

例2 用科学记数法表示下列各数。

(1) -973000；(2) -8000；(3) 5.06；(4) 27.32；

(5) 10000000；(6) -0.007；(7) -0.0000304；

(8) 0.000000216。

解 (1) $-973000=-9.73\times100000=-9.73\times10^{5}$；

(2) $-8000=-8\times1000=-8\times10^{3}$；

(3) $5.06=5.06\times1=5.06\times10^{0}$；

(4) $27.32=2.732\times10=2.732\times10^{1}$；

(5) $1000000=1\times10^{6}$；

(6) $-0.007=-7\times0.001=-7\times10^{-3}$；

(7) $-0.0000304=-3.04\times0.00001=-3.04\times10^{-5}$；

(8) $0.000000216=2.16\times0.0000001=2.16\times10^{-7}$。

说明 科学记数法是利用10的整数次幂来记数的方法，它是把一个数x记成$x=\pm a\times10^{n}$的形式，这里a是大于或等于1而小于10的数，即$1\leqslant a<10$，n是整数。

n的规律如下：

由前5个小题可总结出：把一个绝对值大于1的数写成科学记数法时，n是一个非负数，且n等于原数的整数部分的位数减去1。

由后3个小题可总结出：把一个绝对值小于1的数（纯小数）写成科学记数法时，n是一个负整数，它的绝对值等于

原数中第一个非零数字前面所有的零的个数（包括小数点前面的那个零）。

例3 下列结论中不正确的是(　　)

(A) 用四舍五入法求得实数1.20745(精确到千分位）的近似数为1.207。

(B) 用四舍五入法求得实数 1.20745（保留三个有效数字）的近似数为1.21。

(C) 用四舍五入法求得实数 3.95（保留二个有效数字）的近似数为4.0。

(D) 用四舍五入法求得实数0.02076（保留三个有效数字）的近似数为208。

解 本题结论中不正确的是(D)。

说明 结论(A)正确。因为精确到千分位，即精确到0.001，则需在万分位上四舍五入，而万分位上的数字是4，舍去后得到1.207。

结论(B)正确。因为保留三个有效数字，而该数有六个有效数字，则需在从左算起的第四个数字进行四舍五入，得到1.21。

结论(C) 正确。道理同(B)。

剩下的只有 (D) 是不正确的。事实上结论 (D) 应为0.0208。

例4 $81\div(-27)\times(-3)\div(-9)$的值等于(　　)。

(A) 1　(B) -1　(C) $-\frac{1}{9}$　(D) 9

解 原式$=81\times\left(-\frac{1}{27}\right)\times(-3)\times\left(-\frac{1}{9}\right)$

$$=-1$$

∴ 本题选(B)

说明 该题如下作法是错误的。

原式 $=81\div[(-27)\times(-3)]\div(-9)$

$=81\div81\div(-9)$

$=-\dfrac{1}{9}$

错误的原因是认为乘除法混合运算中也可以使用结合律。应当注意乘除法混合运算中只能由前向后地按顺序运算，或象该题解法将除法转化为乘法，才可以使用交换律及结合律。

例5 如果两个数的积为零，记作符号 $a\cdot b=0$，那么(　　)。

(A) 这两个数同时为零（即$a=0$且$b=0$）

(B) $a\neq0$且$b=0$

(C) $a=0$且$b\neq0$

(D) a、b中至少有一个数是零

解 本题选(D)。

说明 A、B、C中的内容均不全面，也就是只对了一部分。而D的内容概括了前三个答案。因为至少有一个是零，这句数学语言的含义是可以有一个为零，也可以有二个为零。

例6 a为实数，下列式子中、正确的是(　　)。

(A) $|a|=a$　　(B) $|a|=-a$

(C) $|a|\leqslant a$　　(D) $|a|\geqslant a$

解 本题选(D)。

说明 因为a为实数，所以a可以是正数、零、负数。

(A) 式只有在$a\geqslant0$时成立；$a<0$时，不成立。

(B) 式只有在$a\leqslant0$时成立；$a>0$时，不成立。

(C) 式在$a\geqslant0$时，$|a|=a$成立；$a>0$时，$|a|<a$不成立；$a<0$时，$|a|\leqslant a$都不会成立。

(D) 式当$a\geqslant0$时，$|a|=a$成立；当$a<0$时，$|a|>a$成立；合并写成的式子$|a|\geqslant a$也成立。

另外，该题用特殊值法进行选择更好。

当$a=\sqrt{5}>0$时，排除了(B)、(C)；当$a=-\sqrt{5}<0$时排除了(A)。

例7 计算下列各式。

(1) $\sqrt{\left(\frac{3}{2}-\sqrt{3}\right)^2}$；

(2) 若x是不等于零的实数，计算$\frac{x}{|x|}$；

(3) 若$1<a<2$，计算：$\frac{a-2}{\sqrt{(a-2)^2}}-\frac{|1-a|}{1-a}$。

解 (1) $\because$ $\sqrt{3}=1.73>\frac{3}{2}$

$\therefore$ $\sqrt{\left(\frac{3}{2}-\sqrt{3}\right)^2}=\left|\frac{3}{2}-\sqrt{3}\right|=\sqrt{3}-\frac{3}{2}$

(2) $\because$ $x\neq0$

$\therefore$ 当$x>0$时，$\frac{x}{|x|}=\frac{x}{x}=1$

当$x<0$时，$\frac{x}{|x|}=\frac{x}{-x}=-1$

(3) $\because$ $1<a<2$，$\therefore$ $a-2<0$，$1-a<0$

$\therefore$ 原式$=\frac{a-2}{-(a-2)}-\frac{-(1-a)}{1-a}=-1+1=0$