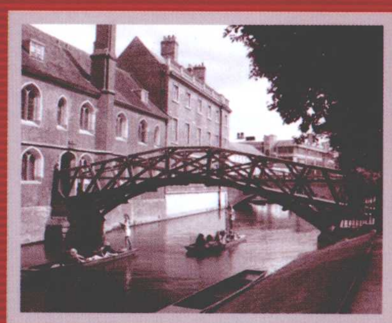
中等职业教育教学改革试用教材

ZHONGDENG ZHIYE JIAOYU JIAOXUE GAIGE SHIYONG JIAOCAI

APPLIED MATHEMATICS

应用数学

河南机电学校基础部　编



配电子教案

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中等职业教育教学改革试用教材

应 用 数 学

河南机电学校基础部　编

机 械 工 业 出 版 社

本教材分为上、中、下三篇，其中上篇为实用层，内容包括实数及运算，集合，方程与不等式，函数，指数函数和对数函数，三角函数，直线和圆，数列；中篇为应用层，内容包括集合，不等式，函数，指数函数和对数函数，三角函数，直线和圆的方程，平面向量，数列，加法定理及其应用，二次曲线，排列、组合与二项式定理；下篇为提高层，内容包括集合，不等式，函数，指数函数和对数函数，三角函数，数列，平面向量，直线和圆的方程，立体几何，概率与统计初步。

本教材根据中职学生的文化知识层次安排教学内容，按照学生的认知规律培养学生的数学思想，可作为中职中专各专业学生的数学课教材，也可以作为数学爱好者的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

应用数学/河南机电学校基础部编．—北京：机械工业出版社，2009.9
中等职业教育教学改革试用教材
ISBN 978-7-111-28255-6

Ⅰ．应…　Ⅱ．河…　Ⅲ．应用数学－职业教育－教材　Ⅳ．O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 160448 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：宋　华　责任编辑：宋　华　尔学会
版式设计：霍永明　责任校对：张　媛
封面设计：王伟光　责任印制：乔　宇
北京机工印刷厂印刷（兴文装订厂装订）
2009 年 10 月第 1 版第 1 次印刷
184mm×260mm · 20.25 印张 · 574 千字
0 001—3 000 册
标准书号：ISBN 978-7-111-28255-6
定价：34.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639　88379641　88379643
编辑热线电话：（010）88379199

前　言

本教材是根据《教育部关于加快发展中等职业教育的意见》和《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》的精神，“以服务为宗旨，以就业为导向”的办学指导思想，并在编者所属学校校本教材三年实践应用的基础上编写而成。本教材共分**实用层、应用层、提高层**三个层次，**实用层**适合学生所学专业必需、够用的基本知识点；**应用层**适合学生所在行业必备的基本知识点；**提高层**适合系统掌握以上两个层次基本知识点后，继续深入学习为进一步深造和终身学习打下良好的基础。本教材的编写借鉴了先进的职业教育理念、模式和方法，并结合我校的专业实际情况对教学内容进行了重组和整合，力求突出中职教育的教学特色，适应不同层次学生和不同专业教学的需要。

三个层次内容的基本知识点有所重复，但它们的难度和要求各异，分别适用于不同基础的学生，同时也有利于不同层次学生基础知识内容的强化和提高。

本教材的特点：

科学性——坚持对不同层次的学生“因材施教”；

实用性——为专业课服务，坚持对专业使用够用，充分发挥文化课为专业课服务的功能；

特色性——紧紧围绕职业教育培养目标，特色突出，个性鲜明。

本书前言由张玉臣执笔，上篇实用层由靳艳芳、卢翠英主编，第二、三、五、六章由靳艳芳编写，第一、四、七、八章由卢翠英编写；中篇应用层由张云仙、高景丽主编，第六、八、十章由张云仙编写，第二章由张云仙、张永三编写，第一、四、九章由高景丽编写，第七章由高景丽、崔新编写，第三、十一章由崔新编写，第五章由宋城编写；下篇提高层由赵彦平、李伟主编，第四、五、六章由李伟编写，第一、三、八章由赵彦平编写，第二章由赵彦平、宋城编写，第七章由宋城编写，第九章由龙金辉编写，第十章由张永三编写。

本书由从事中职教育多年的骨干教师集体编写而成，凝聚了许多一线教师的智慧和心血。同时，本书的出版得到了河南机电学校领导和教师的大力支持和帮助，在此深表感谢。

由于编者水平有限，不妥之处敬请读者提出宝贵意见。

编　者

目　录

前言

上篇　实　用　层

第一章　实数及运算 …… 1
第一节　有理数的基本概念 …… 1
第二节　有理数的运算 …… 2
第三节　无理数 …… 5
第四节　实数 …… 6
复习题 …… 6
第二章　集合 …… 8
第一节　集合与元素 …… 8
第二节　集合的表示方法 …… 9
第三节　集合之间的关系 …… 10
第四节　集合的运算 …… 11
第五节　区间 …… 14
复习题 …… 15
第三章　方程与不等式 …… 16
第一节　一元一次方程及应用 …… 16
第二节　二元一次方程组 …… 17
第三节　不等式的性质 …… 19
第四节　一元一次不等式及一元一次不等式组 …… 21
第五节　一元二次不等式的解法 …… 23
复习题 …… 23
第四章　函数 …… 25
第一节　映射与函数 …… 25
第二节　函数单调性 …… 26
第三节　函数奇偶性 …… 27
复习题 …… 28
第五章　指数函数和对数函数 …… 29
第一节　指数概念的推广 …… 29
第二节　指数函数 …… 30
第三节　对数 …… 32
第四节　对数函数 …… 34
复习题 …… 35
第六章　三角函数 …… 37
第一节　角的概念的推广 …… 37
第二节　角的度量 …… 39
第三节　任意角三角函数的概念 …… 41
第四节　正弦函数和余弦函数的图像 …… 45
复习题 …… 47
第七章　直线和圆 …… 48
第一节　曲线与方程 …… 48
第二节　两点间的距离公式　线段的中点坐标公式 …… 48
第三节　直线方程 …… 50
第四节　点、直线间的关系 …… 54
第五节　圆的方程 …… 56
复习题 …… 59
第八章　数列 …… 60
第一节　数列的概念 …… 60
第二节　等差数列 …… 61
第三节　等比数列 …… 65
复习题 …… 68

中篇　应用层

第一章　集合 …… 69
第一节　集合与元素 …… 69
第二节　集合的表示方法 …… 70
第三节　集合之间的关系 …… 72
第四节　集合的运算 …… 74
第五节　区间 …… 77
复习题 …… 78
第二章　不等式 …… 80
第一节　不等式的性质 …… 80
第二节　一元一次不等式（组）的解法 …… 81
第三节　一元二次不等式的解法 …… 84
第四节　含有绝对值的不等式 …… 85
复习题 …… 86
第三章　函数 …… 88
第一节　函数的概念 …… 88
第二节　函数的表示法 …… 89
第三节　函数单调性 …… 91
第四节　函数奇偶性 …… 92
复习题 …… 93

第四章　指数函数和对数函数 …… 95
第一节　指数概念的推广 …… 95
第二节　指数函数 …… 98
第三节　对数 …… 100
第四节　对数函数 …… 104
复习题 …… 107
第五章　三角函数 …… 108
第一节　角的概念的推广 …… 108
第二节　角的度量 …… 110
第三节　任意角三角函数的概念 …… 112
第四节　诱导公式 …… 116
第五节　三角函数的图像和性质 …… 120
第六节　利用三角函数值求指定范围内的角 …… 125
复习题 …… 126
第六章　直线和圆的方程 …… 128
第一节　两点间的距离公式　线段的中点公式 …… 128
第二节　曲线与方程的概念 …… 130
第三节　直线的倾斜角和斜率 …… 131
第四节　直线的点斜式和斜截式方程 …… 132
第五节　点、直线间的关系 …… 134
第六节　圆的方程 …… 138
复习题 …… 142
第七章　平面向量 …… 143
第一节　平面向量的概念 …… 143
第二节　向量的加、减、数乘运算 …… 144
第三节　平面向量的坐标表示 …… 147
第四节　平面向量的数量积 …… 148
复习题 …… 150
第八章　数列 …… 151
第一节　数列的概念 …… 151
第二节　等差数列 …… 152
第三节　等比数列 …… 156
复习题 …… 160
第九章　加法定理及其应用 …… 162
第一节　加法定理 …… 162
第二节　倍角公式 …… 166
第三节　解三角形 …… 167
第四节　正弦形函数的图像和性质 …… 169
复习题 …… 170
第十章　二次曲线 …… 172
第一节　椭圆 …… 172
第二节　双曲线 …… 176
第三节　抛物线 …… 180
复习题 …… 184
第十一章　排列、组合与二项式定理 …… 186
第一节　计数的基本原理 …… 186
第二节　排列 …… 187
第三节　组合 …… 189
第四节　二项式定理 …… 192
复习题 …… 194

下篇　提高层

第一章　集合 …… 195
第一节　集合与元素 …… 195
第二节　集合的表示方法 …… 196
第三节　集合之间的关系 …… 198
第四节　集合的运算 …… 200
第五节　充要条件 …… 202
复习题 …… 204
第二章　不等式 …… 206
第一节　不等式的性质 …… 206
第二节　区间的概念 …… 208
第三节　一元二次不等式 …… 209
第四节　线性分式不等式 …… 212
第五节　含有绝对值的不等式 …… 213
复习题 …… 214
第三章　函数 …… 215
第一节　函数的概念 …… 215
第二节　函数的单调性 …… 216
第三节　函数的奇偶性 …… 217
第四节　反函数 …… 219
复习题 …… 221
第四章　指数函数和对数函数 …… 222
第一节　指数幂 …… 222
第二节　指数函数 …… 224
第三节　对数 …… 227
第四节　对数函数 …… 231
复习题 …… 235
第五章　三角函数 …… 237
第一节　角的概念的推广 …… 237
第二节　三角函数的定义 …… 240
第三节　诱导公式 …… 244
第四节　正弦函数的图像和性质 …… 248
第五节　余弦函数的图像和性质 …… 250

第六节 已知三角函数值求指定区间内的角 …… 252
复习题 …… 254
第六章 数列 …… 256
第一节 数列的概念 …… 256
第二节 等差数列 …… 257
第三节 等比数列 …… 260
复习题 …… 263
第七章 平面向量 …… 265
第一节 平面向量的基本概念 …… 265
第二节 向量的加、减运算 …… 266
第三节 数乘向量 …… 269
第四节 向量的坐标表示 …… 270
第五节 向量数量积的定义和基本性质 …… 272
第六节 用直角坐标计算向量的数量积 …… 273
复习题 …… 275
第八章 直线和圆的方程 …… 276
第一节 两点间的距离公式 线段的中点公式 …… 276
第二节 直线的方程 …… 278
第三节 点、直线间的关系 …… 282
第四节 圆的方程 …… 286
复习题 …… 289
第九章 立体几何 …… 291
第一节 平面的基本性质 …… 291
第二节 两条直线的位置关系 …… 293
第三节 直线和平面的位置关系 …… 294
第四节 平面与平面的位置关系 …… 296
第五节 两条直线所成的角 …… 297
第六节 直线与平面垂直 …… 298
第七节 平面与平面垂直 …… 300
复习题 …… 302
第十章 概率与统计初步 …… 303
第一节 两类计数原理 …… 303
第二节 随机事件及其概率 …… 305
第三节 古典概型 …… 308
第四节 统计初步 …… 309
复习题 …… 313
参考文献 …… 315

上篇　实用层

第一章　实数及运算

第一节　有理数的基本概念

一、有理数

为了表示具有相反意义的量，规定了**正负数**. 例如，零上 10℃，可表示为 +10℃；零下 10℃，可表示为 −10℃.

一般地，正数前面的“+”可以省略不写，保留符号“+”起到强调它是正数的作用.

0 既不是正数也不是负数.

规定　所有的负数都小于零，所有的正数都大于零.

正整数、零和负整数统称为**整数**；正分数和负分数统称为**分数**.

整数和分数统称为**有理数**.

分数可以写成有限小数，即小数点后面只有有限多位的小数，例如，$\frac{1}{4}=0.25$，$-\frac{1}{10}=-0.1$，$\frac{6}{5}=1.2$，$-\frac{4}{5}=-0.8$。也可以写成无限循环小数，例如，$\frac{1}{3}=0.3333\cdots$

二、数轴、相反数与绝对值

规定了原点、单位长度和正方向的直线叫做**数轴**，如图 1-1 所示.

每一个有理数都可以用数轴上唯一的一个点表示，原点右边的数表示正数，原点左边的数表示负数，原点表示数 0.

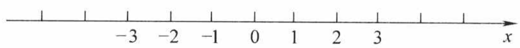


图　1-1

如果两个数只是符号不同，那么其中的一个数叫做另一个数的**相反数**，或者说它们**互为相反数**.

例如，2.6 的相反数是 −2.6，−2.6 的相反数是 2.6.

我们把数 a 的相反数记作 $-a$，于是 −2.6 的相反数是 2.6，可以记作 $-(-2.6)=2.6$

0 的相反数是 0.

在数轴上表示一个数的点与原点的距离称为这个**数的绝对值**. 数 a 的绝对值记作 $|a|$.

例如，−3 的绝对值等于 3，记作 $|-3|=3$，3 的绝对值等于 3，记作 $|3|=3$.

由绝对值的定义，得出：

一个正数的绝对值等于它本身；

一个负数的绝对值等于它的相反数；

0 的绝对值等于 0；

互为相反数的两个数的绝对值相等.

例 1 求下列各数的绝对值：

$18,\quad 0,\quad -\dfrac{2}{3},\quad -3.6.$

解 $|18|=18$，$|0|=0$，$\left|-\dfrac{2}{3}\right|=\dfrac{2}{3}$，$|-3.6|=3.6.$

例 2 绝对值等于 7.5 的有理数有哪些？

解 绝对值等于 7.5 的有理数只有 7.5 和 -7.5.

三、有理数大小的比较

规定(1) 正数大于零和一切负数.

(2) 两个负数，绝对值大的反而小.

例如，$2>-100$；$0>-5$；$-3>-4$（因为 $|-3|<|-4|$）.

因此得出：

在以向右为正方向的**数轴上的两点，右边的点表示的数比左边的点表示的数大**.

例 3 比较下列每一对数的大小：

(1) -100 与 0.01； (2) $-\dfrac{3}{4}$与$-\dfrac{4}{5}$.

解 (1) 由于正数大于一切负数，因此 $-100<0.01$

(2) $\left|-\dfrac{3}{4}\right|=\dfrac{3}{4}=0.75$；$\left|-\dfrac{4}{5}\right|=\dfrac{4}{5}=0.8$

由于 $0.75<0.8$，因此，$-\dfrac{3}{4}>-\dfrac{4}{5}$.

例 4 如图 1-2 所示，数轴上点 A 表示的数与点 B 表示的数哪个大？

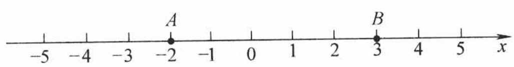


图 1-2

解 由于点 B 在点 A 的右边，因此点 B 表示的数比点 A 表示的数大.

练　　习

1. 画一条数轴，标出表示下列各数的点：

$-2,\quad -0.5,\quad 0.5,\quad 2.$

2. 填空：

(1) 2.86 的相反数是（　　）；

(2) $-(-0.6)=$（　　）；

(3) $-\left(-\dfrac{6}{7}\right)=$（　　）.

3. 在数轴上画出表示绝对值分别等于$\dfrac{1}{2}$和 2 的数的点.

4. 把下列各数用“>”号连接起来：

$-3.8,\quad 0,\quad -4,\quad 0.1,\quad -0.2.$

第二节　有理数的运算

一、有理数的加法及减法

规定 1　同号两数相加，取相同的符号，并且把它们的绝对值相加.

例如　$(-3)+(-2)=-(3+2)=-5$.

规定 2　异号两数（不是互为相反数）相加，取绝对值较大的加数的符号，并且用较大的绝对值减去较小的绝对值.

例如　$(-4)+1=-(4-1)=-3$.

规定 3　减去一个数，等于加上这个数的相反数．即 $a-b=a+(-b)$.

例 1　计算：

(1) $(-5)+(-7)$;　　(2) $3+(-18)$.

解　(1) $(-5)+(-7)=-(5+7)=-12$;

(2) $3+(-18)=-(18-3)=-15$.

例 2　计算：

(1) $9-(-11)$;　　(2) $0-(-18)$.

解　(1) $9-(-11)=9+11=20$;

(2) $0-(-18)=0+18=18$.

二、有理数的乘法及除法

规定 1　同号两数相乘（除）得正数；异号两数相乘（除）得负数，并且把两数的绝对值相乘（除）.

规定 2　任何数与零相乘都得零.

规定 3　零除以任何一个不等于零的数都得零.

例 3　计算：

(1) $(-7)\times 8$;　　(2) $(-10)\times(-6)$;

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$;　　(4) $(-3.86)\times 0$.

解　(1) $(-7)\times 8=-56$;

(2) $(-10)\times(-6)=60$;

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$;

(4) $(-3.86)\times 0=0$.

例 4　计算：

(1) $(-48)\div 8$;　　(2) $(-81)\div(-9)$.

解　(1) $(-48)\div 8=-6$;

(2) $(-81)\div(-9)=9$.

由于 $3\times\frac{1}{3}=1$，我们称$\frac{1}{3}$是 3 的倒数，称 3 是$\frac{1}{3}$的倒数，也称$\frac{1}{3}$与 3 互为倒数.

一般地，**如果两个数的乘积等于 1，那么称其中一个是另一个的倒数，也称它们互为倒数.**

利用倒数，可以得出：**a 除以一个非零数 b，等于 a 乘以 b 的倒数.**

例 5　计算：

(1) $(-6)\div\left(-\frac{1}{3}\right)$;　　(2) $\frac{5}{9}\div\left(-\frac{5}{3}\right)$.

解 (1) $(-6)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=(-6)\times(-3)=18$;

(2) $\frac{5}{9}\div\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{5}{9}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{1}{3}$.

例 6 计算:

(1) $(-64)\div(-4)\div(-2)$; (2) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{5}\right)\div\frac{7}{10}$.

解 (1) $(-64)\div(-4)\div(-2)=16\div(-2)=-8$;

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{5}\right)\div\frac{7}{10}=\frac{3}{10}\div\frac{7}{10}=\frac{3}{7}$.

注意:几个数连除,或者乘除混合运算,如果没有括号,那么应当按照从左到右的顺序计算.

三、有理数的乘方

在小学数学中知道,$2\times2\times2\times2$ 简记为 2^4.

类似地,$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=(-2)^4$.

一般地,设 a 是有理数,n 是正整数,规定

$a^n=a\times a\times\cdots\times a$ (n 个 a 相乘)

把 a^n 称为 **a 的 n 次幂,a 称为底数,n 称为指数.**

特别地,a^3 称为 a 的立方,a^2 称为 a 的平方,a^1 规定为 a.

例 7 计算:

(1) $(-2)^4$; (2) $(-3)^3$.

解 (1) $(-2)^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=16$;

(2) $(-3)^3=(-3)\times(-3)\times(-3)=-27$.

例 8 计算:

(1) $(-4)^3$; (2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$.

解 (1) $(-4)^3=-4^3=-64$;

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$.

四、有理数的混合运算

在有理数的加、减、乘、除、乘方运算的式子中应当按什么顺序来计算呢?

(1) 如果有括号,那么先算括号里面的.

(2) 先算乘方,后算乘除,最后算加减.

(3) 在几个数连除或乘除混合的运算中,按从左到右的顺序计算.

例 9 计算:$28-3^3\div(-3)\times(-2)$.

解 $28-3^3\div(-3)\times(-2)$

$=28-27\div(-3)\times(-2)$

$=28-(-9)\times(-2)$

$=28-18$

$=10$

例 10 计算:$(-5)-[(-4)\times(3-2.5)]$.

解　$(-5)-[(-4)\times(3-2.5)]$

$=(-5)-[(-4)\times 0.5]$

$=(-5)-(-2)$

$=-3.$

练　　习

1. 计算：

(1) $(-28)+(-7)$；　(2) $\frac{1}{10}+(-0.2)$；

(3) $(-6)-(-14)$；　(4) $0-(-36)$；

(5) $11+(-5)-20$；　(6) $(-0.1)+0.5-0.2+0.1-0.4$；

(7) $-0.3+0.2-0.5+0.3-0.4+0.1$.

2. 计算：

(1) $(-4)\times 5\times(-8)$；　(2) $(-2)\times(-3)\times(-5)$；

(3) $0\div(-0.78)$；　(4) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{5}{6}$.

3. 计算：

(1) $(-2)^7$；　(2) $(-3)^4$；　(3) $(-1)^{18}$；　(4) $(-1)^{27}$；

(5) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；　(6) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$.

4 计算：

(1) $3\times(-4)-(-2)^5\div(-8)+12$；

(2) $-7-[(-48)\div(-6)\times(1-5)]$；

(3) $(-2)^3\times(-3)-[(-25)\times(-6)\div(-5)]$.

第三节　无　理　数

如果有一个数 x，使得 $x^2=a$，那么我们把 x 叫做 a 的一个平方根.

例如，$2^2=4$，因此 2 是 4 的一个平方根，又由于 $(-2)^2=4$，因此 -2 也是 4 的一个平方根. 可以说明，除了 2 和 -2 以外，4 没有其他平方根.

一般地，**如果 b 是正数 a 的一个平方根，那么 a 的平方根有且只有两个**：b 与 $-b$. 把 a 的正平方根叫做 a 的**算术平方根**，记作$\sqrt{a}$，读作“根号 a”；a 的负平方根记作 $-\sqrt{a}$.

0 的平方根有且只有一个：0，记作$\sqrt{0}$，即$\sqrt{0}=0$.

负数没有平方根（这是因为，同号两数相乘得正数，且 $0^2=0$）.

求一个非负数的平方根，叫做**开平方**.

例 1　分别求下列各数的平方根：

36；　$\frac{25}{9}$；　0.01.

解　由于 $6^2=36$，因此，36 的平方根是 6 与 -6；

由于$\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$，因此，$\frac{25}{9}$的平方根是$\frac{5}{3}$与 $-\frac{5}{3}$；

由于 $0.1^2=0.01$，因此，0.01 的平方根是 0.1 与 -0.1.

大家想一想，你能算出面积为 8cm^2 的正方形的边长是多少吗？

事实上，我们找不到哪一个整数或分数，使得它的平方等于 8，也就是说，这个正方形的边长既不是整数，也不是有限小数或无限循环小数，而是一个无限不循环小数. 我们把无限不循环小数叫做**无理数**.

面积为 8cm^2 的正方形的边长可以记作$\sqrt{8}$，从上面分析知道，$\sqrt{8}$是一个无限不循环小数，也是一个无理数.

圆周率 π 是无限不循环小数，$\pi=3.14159265\cdots$，因此 π 也是一个无理数. 还有$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$，…都是无理数.

练　习

说明下列各数中哪些是有理数，哪些是无理数：

8，　1.01，　3.14，　3.14158，　$\dfrac{3}{5}$，　$\sqrt{7}$，　$\sqrt{4}$.

第四节　实　　数

有理数和无理数统称为**实数**. **实数和数轴上的点一一对应**.

实数分为**正实数、零、负实数**. 数轴上表示正实数的点在原点的右边，表示负实数的点在原点的左边，原点表示实数零. 正实数都大于零，负实数都小于零. 从而数轴上右边的点表示的实数比左边的点表示的实数大. 实数可归纳如下：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{零}\\ \text{正整数}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\ \text{无理数}\end{cases}$$

练　习

1. 填空：

（1）如果两个数的和等于 0，那么，其中一个数是另一个数的________.

（2）如果两个数的乘积等于 1，那么，其中一个数是另一个数的________.

2. 问答：

（1）a 是实数，$-a$ 一定是负实数吗？

（2）a 是实数，$|-a|$ 一定是非负实数吗？

3. 比较大小：

（1）-3 与 -4；　　（2）-2 与 0.1；　　（3）π 与 3.14.

复　习　题

1. 用数轴上的点表示下列各数，并求其相反数和绝对值.

3.5，　-0.5，　-4，　$\dfrac{1}{2}$，　2.5，　-5.

2. 判断下列各数哪些是有理数？哪些是无理数？

0.7， $\frac{1}{3}$， -4.5， $\sqrt{25}$， π， 10， $-\frac{5}{7}$， $\sqrt{8}$， 0， 2.335， $\sqrt{2}$， -0.08， $\sqrt{10}$.

3. 比较下列各组数的大小.

(1) -2.5与-0.3；　　(2) 0.06与-2；

(3) $\frac{1}{100}$与-0.009；　　(4) $\frac{2}{3}$与$\frac{3}{5}$；

(5) $\sqrt{5}$与$\sqrt{7}$；　　(6) 4与$\sqrt{9}$.

4. 填空.

(1) 数轴的三要素为________、________、________. 数轴上的点与________一一对应；

(2) 实数a、b互为相反数，则$a+b=$________；

(3) 在a^n中，a叫做________，n叫做________；

(4) $-\frac{1}{3}$的倒数是________；

(5) 如果a与-7互为相反数，那么$a=$________；

(6) 在数轴上表示两个数的点，右边的点表示的数________左边的点表示的数；

(7) $-3^2=$________；

(8) $-\sqrt{2}$的绝对值为________.

5. 计算.

(1) $(-8)-(-2)$；　　(2) $45+(-20)$；

(3) $-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$；　　(4) $(-2)^3+3^2$；

(5) $11+(-22)-3\times(-11)$；　　(6) $(-2)^3+\frac{1}{2}(2.04-\sqrt{3})-\left|-\frac{1}{2}\right|$.

第二章　集　　合

第一节　集合与元素

在数学和日常生活中，我们常常需要把一些对象看做一个整体，例如：

（1）河南机电学校某专业一年级（1）班的所有学生组成一个班集体.

（2）小于 5 的所有自然数组成一个整体.

（3）小明和他的爸爸、妈妈组成一个家庭.

上述各例子中的对象都组成了一个整体，在数学上我们用集合这个词来表达它，即由一些特定性质的事物组成的整体称为**集合**，这些事物中的每一个个体称为这个集合的一个**元素**.

在上述例子中，某专业一年级（1）班就是一个集合，这个班的每个学生是一个元素. 小于 5 的自然数也组成了一个集合，1 就是这个集合中的一个元素.

注意：

(1) 组成集合的事物都是确定的. 例如，以上第一个例子中谁是该班的，谁不是该班的，都是明确的.

(2) 由一些事物组成集合时，每个事物不要重复出现. 例如，一年级（1）班的花名册上，每位同学的名字只写一次.

(3) 由于集合是由一些事物组成的整体，因此不考虑这些事物的排列次序. 例如，由 1、2、3 组成的集合与由 2、1、3 组成的集合是同一个集合.

由此可知集合中的元素有**确定性、互异性、无序性**.

集合通常用大写英文字母 A，B，C，…来表示，集合的元素通常用小写英文字母 a，b，c，…来表示.

如果元素 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作

$$a \in A$$

读作"a 属于 A".

如果元素 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作

$$a \notin A$$

读作"a 不属于 A".

另外，在数学中有几个经常遇到的集合，用固定字母的黑体来表示.

所有自然数组成的集合称为**自然数集**，记作 $\mathbf{N}$. 注意：0 也是自然数.

所有整数组成的集合称为**整数集**，记作 $\mathbf{Z}$.

所有有理数组成的集合称为**有理数集**，记作 $\mathbf{Q}$.

所有实数组成的集合称为**实数集**，记作 $\mathbf{R}$.

例如，5 是自然数，所以 5 属于 $\mathbf{N}$，记作 $5 \in \mathbf{N}$. -2 不是自然数，所以 -2 不属于 $\mathbf{N}$，记作 $-2 \notin \mathbf{N}$.

如果一个集合不含任何元素，我们把它称为**空集**. 记作 $\varnothing$. 例如，大于 1 且小于 2 的自然数组成的集合就是空集.

另外，我们把含有有限个元素的集合叫做**有限集合，简称有限集**．例如，小明和他的爸爸、妈妈组成的家庭就是有限集．

含有无限个元素的集合叫做**无限集合，简称无限集**．例如，所有整数组成的集合，有无限多个元素，就是无限集．

练　　习

1. 下面所说的事物哪些能组成集合？该集合的元素是什么？

（1）本学期你所学的所有课程；

（2）大于 5 且小于 10 的自然数；

（3）本班所有高个子男生．

2. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填入空格：

（1）7 ______ **N**；　　（2）-5 ______ **Z**；　　（3）0.5 ______ **Z**；

（4）5 ______ **R**；　　（5）1 ______ $\varnothing$；　　（6）-3 ______ **N**.

第二节　集合的表示方法

集合的表示方法一般有两种：列举法和描述法．

一、列举法

当一个集合的元素不多时，我们常常把集合的元素一一列举出来，写在大括号内来表示这个集合，例如，小于 5 的自然数组成的集合可以表示为

$$\{0, 1, 2, 3, 4\}$$

这种表示集合的方法称为**列举法**．

用列举法表示一个集合时，每个元素只写一次而且不必考虑元素的前后顺序．例如，上述集合也可写成 $\{1, 3, 0, 2, 4\}$．

例 1　求方程 $x^2-4=0$ 的解组成的集合（即解集）．

解　方程 $x^2-4=0$ 的解为 $x_1=2$，$x_2=-2$．

因此方程的解集为 $\{2, -2\}$．

当一个集合的元素较多，或者它是无限集时，可以只写出几个元素，其他元素用省略号表示，并且把它们放在一个大括号内．要注意写出的元素必须让人明白省略号表示了哪些元素．

例如，小于 100 的自然数组成的集合，用列举法表示为

$$\{0, 1, 2, \cdots, 99\}$$

所有偶数组成的集合称为**偶数集**，它可以表示为

$$\{\cdots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \cdots\}$$

所有奇数组成的集合称为**奇数集**，可以表示为

$$\{\cdots, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \cdots\}$$

思考：大于 2 的实数组成的集合能否用列举法表示呢？

比 2 大的实数组成的集合有无穷多个元素，而且无法一一列举出来，因此不能用列举法来表示它．如何表示这个集合呢？我们可以通过描述该集合元素所具有的性质来表示它．

二、描述法

把集合的元素所具有的特征性质描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法称为**描述法**．

例如，所有自然数组成的集合可以表示为 {自然数}，或者表示为 $\{x \mid x \in \mathbf{N}\}$，其中大括号内竖线左边的 x 是这个集合的代表元素，竖线右边表示的是这个集合的元素具有的特征性质.

再如，大于 2 的实数组成的集合，用描述法可以表示为

$$\{x \mid x > 2 \text{ 且 } x \in \mathbf{R}\}$$

如果从上下文能看出所讨论集合的元素是实数，那么 $x \in \mathbf{R}$ 可以略去不写，因此上述集合也可以写成 $\{x \mid x > 2\}$.

例 2 用描述法表示下列集合：

(1) 大于 3 的整数组成的集合；

(2) 不等式 $x+6<0$ 的解集.

解 (1) $\{x \mid x>3 \text{ 且 } x \in \mathbf{Z}\}$；

(2) $\{x \mid x<-6\}$.

练　　习

1. 用列举法表示下述集合：

(1) 前 5 个正整数；

(2) 9 的平方根；

(3) 构成中华人民共和国国旗的颜色.

2. 用描述法表示下列集合：

(1) 大于 5 的所有实数；

(2) $x-1>0$ 的解；

(3) 小于 100 的自然数.

第三节　集合之间的关系

一、集合之间的包含关系

观察两个集合

$$A=\{1, 2, 3\}, \quad B=\{1, 2, 3, 5, 7\}$$

容易看出，集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素，对于集合之间的这种关系，我们给出如下定义：

一般地，如果集合 A 的任一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 称为集合 B 的**子集**，记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A$$

读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”.

因此，上述集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 是集合 $B=\{1, 2, 3, 5, 7\}$ 的子集，即 $A \subseteq B$.

根据上述定义可知，任何一个集合 A 都是它自身的子集，即

$$A \subseteq A$$

我们还规定：空集 $\varnothing$ 是任何一个集合 A 的子集，即

$$\varnothing \subseteq A$$

我们再来观察集合

$$A=\{a, b\}, \qquad B=\{a, b, c\}$$

可知，A 是 B 的子集，即 $A \subseteq B$，但集合 B 中有一个元素 c 不属于 A，对于这种情况，我们作如