

GCT入学资格考试精编辅导丛书

2010版



全国GCT入学资格考试命题研究组◎编
梁莉娟◎主编

精编教程4合1

四大学科重点考点为您一手掌握

- ◆ 内容精练，代表性强
 - ◆ 结合大纲，针对性强
- ◆ 真题回顾，掌握要领
 - ◆ 重点突出，解析详尽
- ◆ 名师操盘，内容权威



附赠“GCT保过班系统密训课”
16学时，价值260元的网络视频课程



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



GCT入学资格考试精编辅导丛书 2010版

精编教程4合1

四大学科重点考点为您一手掌握

全国GCT入学资格考试命题研究组◎编 梁莉娟◎主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

本书为市面上少有的一本面向 GCT 考生的、简洁精练的综合辅导图书。本书按照最新考试大纲的要求,系统全面地讲解了 GCT 考试中语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试这四个部分的考试要点、复习要领、应试技巧及专项练习等内容。通过内容精练、重点突出的讲解,使考生可以系统地了解 GCT 考试的全貌,掌握复习要领,提高应试能力,进而在考试中胜出。

图书在版编目(CIP)数据

GCT 精编教程 4 合 1/梁莉娟主编.——北京:机械工业出版社,2010.5

(GCT 入学资格考试精编辅导丛书)

ISBN 978-7-111-30427-2

I. ①G… II. ①梁… III. ①研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 069645 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:孟玉琴 于雷 版式设计:张文贵

责任印制:杨 曦

保定市 中画美凯印刷有限公司印刷

2010 年 5 月第 1 版·第 1 次印刷

184mm×260mm·42.75 印张·1061 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-30427-2

定价:68.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者服务部:(010) 68993821

封面无防伪标均为盗版

丛书序言

面对日益泛滥的 GCT 图书市场,在职考生如何将考试要求及自身实际情况相结合,去正确选择适合自己的辅导图书、顺利攻克考试难关呢?这需要广大在职考生理性的选择!

本丛书编写者在多年辅导经验及命题研究的基础上,一致认为,目前 GCT 考生普遍存在以下客观情况:

1. 时间紧张,备考不足。

绝大部分考生身兼工作、家庭双重压力,在此基础上同时兼顾学业实属不易。仓促报考、被动应战成为在职考生中的一大现象。

2. 目标不明确,计划性不强。

GCT 考试由语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试四部分组成,全部为客观题,表面看似简单,实则不然,它是一种侧重能力与素质的新型考试,从而选拔出服务于社会的高级专业技术与管理人才,因此考试本身的难度是不言而喻的。在此种情况下,若没有结合自身各门学科的基础、没有制定良好的复习规划,只是拿着书就啃,啃一点就撂一边,直到考试结束,一本书还没啃过一遍!如此备考,何以能胜?

3. 思维僵化,方法落后。

应试思维老化,按部就班、一块一块地复习的这种传统方法仍在主导着众多的在职考生;尤其针对于脱离学校多年的考生,如何在有限的时间里通过考试,则更需要摒弃传统的思维和方式,否则,将很难顺利通过拥有大量题型的 GCT 考试。

4. 盲目选择,自慰心理强。

在时间有限、不能很好参与辅导班学习的情况下,大多考生会有一种心理,那就是买上一堆的 GCT 辅导图书搁置案头,至于看不看,怎么看,是另外一回事,但求心理有种安慰。编者进行过大量调查统计,90% 以上的考生没有明确的备考规划,75% 以上的考生不能清楚认识到自己到底是哪门知识薄弱,在这种情况下,考生如果不能根据自身情况,合理选择辅导图书,势必会带来不利后果。大“不代表”全、多“不代表”细,如何选择一套精而专的辅导图书,在有限的时间里做到充分的复习和备考,才是理性及关键的选择。

基于 GCT 考生存在上述的诸多现实问题,编写者在精研历年考试命题规律的基础上,编写了本套丛书,旨在为广大考生提供科学和精当的指导。本套丛书特色如下。

1. 量身定做,内容精练。

针对在职考生时间紧张、压力巨大的现实情况,本套丛书打破市场上一套多册的常规模式,做成简洁精练的 3 本分册:《GCT 精编教程 4 合 1》、《GCT 必备工具书》(英语词汇大全+数学、逻辑常考公式)、《GCT 历年真题精解及仿真试卷》。浓缩的才是精华,简单的才最

实用,考生在有限的时间内,与其面对草草吞咽且咽不下去的6~10本,不如扎扎实实地摸透涵盖全面的3本!

2. 结构合理,方便规划。

科学、合理地设置GCT考试四门学科的比例,便于考生从没有头绪的备考中去规划自己,不侧不偏地进行复习。

3. 把握规律,应试性强。

编者们在编写时把握命题规律,注重常考、重点考点的讲解和对快速应试方法的讲解练习,注重总结归纳,这对于思维僵化的在职考生来说,无疑是最好的引导和传授。

4. 超值赠送,更助考生一臂之力。

如何让在职考生不花钱就能享受到最好的辅导课程,只需一台电脑便可掌握良师传授的学习方法和技巧,举一反三,攻克考试?环球卓越将实现广大在职考生的这一愿望!

本套丛书由北京环球卓越在线 www.geedu.com 提供超值赠送服务和强大的技术支持,具体为:

(1)《GCT 必备工具书》附赠内容为:环球卓越“英语核心语词课”(12学时,价值200元)的网络视频课程,刮开封面上的账号和密码,登录 www.geedu.com,按照“图书赠送课程学习流程”进行学习。

(2)《GCT 精编教程4合1》附赠内容为:环球卓越“GCT 保过班系统密训课”(16学时,价值260元)的网络视频课程,刮开封面上的账号和密码,登录 www.geedu.com,按照“图书赠送课程学习流程”进行学习。

(3)《GCT 历年真题精解及仿真试卷》附赠内容为:环球卓越“GCT 权威模考串讲”(8学时,价值200元)的网络视频课程,刮开封面上的账号和密码,登录 www.geedu.com,按照“图书赠送课程学习流程”进行学习。

环球卓越技术支持及服务热线:010-51658769。

本套丛书由在职攻硕辅导界知名机构——环球卓越组织一线辅导教师编写,实用性强。更多相关知识及复习资料,考生可登录环球卓越学习网站 www.geedu.com 下载学习!

命题者和辅导者之间的博弈,考题和考生之间的较量,永无止境,我们诚恳地欢迎广大读者对书中疏漏之处进行批评指正!

最后,感谢北京环球卓越为本套丛书提供的专业服务和技术支持,愿他们精益求精,为社会广大考生提供更多、更好、更专的服务!

编 者

2010年2月于北京

前言

这是市面上少有的一本面向 GCT 考生的、简洁精练的综合辅导图书!

为了使考生能够对 GCT 入学资格考试的全部过程以及考试题型和难易度的变化有所了解,调整复习状态和计划,进而更好地备考,我们组织编写了这本《GCT 精编教程 4 合 1》。

本书是 GCT 入学资格考试精编辅导丛书之一。本书按照最新考试大纲的要求,系统全面地讲解了 GCT 考试中语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试这四个部分的考试要点、复习要领、应试技巧及专项练习等内容。本书在编写上具备以下特点。

1. 内容精练,代表性强。

本书摒弃了市面上传统的图书操作模式,将 GCT 考试涉及的四门学科进行了科学、完整地整合。内容精练、重点要点突出,让考生通过 1 本书的精工细研,代替泛泛的至少 4 本书的研读,以便考生节省精力,直击考试要领!

2. 结合大纲,针对性强。

针对性强。本书严格按照最新考试大纲要求,以确定本书的难度及题材的选择。本书各部分考点全面,重点突出,重在实用。

3. 真题回顾,掌握要领。

历年考试真题都是经过反复筛选和推敲的,具有代表性和指导性,是考生最好的测试和复习材料。通过回顾分析往年真题(2005~2009 年),尤其是 2009 年真题,考生可以了解该部分考试难度、考试特点和重要考点,进而熟悉解题思路和解题技巧,明确复习思路和复习方法。

4. 重点突出,解析详尽。

本书各个部分都配有适量的针对性极强的练习,每部分练习都给出了详尽的参考答案和解析,让考生通过练习进一步熟练掌握解题思路和解题技巧。

5. 名师操盘,内容权威。

本书由众多业内辅导名师亲自操盘,各部分内容选材参考了众多名师的 GCT 辅导讲义、国内各种相关考试真题以及各种教材、杂志和报刊等,突出了备考的权威性、针对性和实用性。

通过使用本书,考生可以系统地了解 GCT 考试的全貌,掌握复习要领,提高应试能力,进而在考试中胜出!

由于编者水平有限,不妥之处在所难免,衷心希望广大读者批评指正!

编者

2010 年 2 月 于北京

V

目 录

丛书序
前言

数学篇

第一章	数及其运算	2
第二章	集合、映射和函数	22
第三章	方程与不等式	37
第四章	数列与数学归纳法	51
第五章	排列、组合、二项式定理和古典概率	60
第六章	常见几何图形	71
第七章	三角学	82
第八章	平面解析几何	97
第九章	极限和连续	115
第十章	一元函数微分学	131
第十一章	一元函数积分学	155
第十二章	行列式	171
第十三章	矩阵	180
第十四章	向量	196
第十五章	线性方程组	210
第十六章	矩阵的特征值和特征向量	224

逻辑篇

第一章	逻辑预备知识	254
第二章	逻辑试题详解	300
第三章	真题训练	369

英语篇

第一章	绪 论	446
第二章	词 汇	446
第三章	语法部分	468
第四章	阅读理解	509
第五章	完形填空	571

第六章 口语交际 591

..... 语文篇

第一章 绪 论 616

第二章 汉 字 616

第三章 词 语 624

第四章 句 子 634

第五章 修 辞 648

第六章 文史知识 654

第七章 百科知识 664

第八章 阅 读 667



第一章 数学篇

【本章导读】

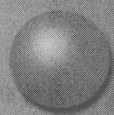
数学篇	第一章
数学篇	第二章
数学篇	第三章
数学篇	第四章
数学篇	第五章
数学篇	第六章
数学篇	第七章
数学篇	第八章
数学篇	第九章
数学篇	第十章
数学篇	第十一章
数学篇	第十二章
数学篇	第十三章
数学篇	第十四章
数学篇	第十五章
数学篇	第十六章
数学篇	第十七章
数学篇	第十八章
数学篇	第十九章
数学篇	第二十章
数学篇	第二十一章
数学篇	第二十二章
数学篇	第二十三章
数学篇	第二十四章
数学篇	第二十五章
数学篇	第二十六章
数学篇	第二十七章
数学篇	第二十八章
数学篇	第二十九章
数学篇	第三十章
数学篇	第三十一章
数学篇	第三十二章
数学篇	第三十三章
数学篇	第三十四章
数学篇	第三十五章
数学篇	第三十六章
数学篇	第三十七章
数学篇	第三十八章
数学篇	第三十九章
数学篇	第四十章
数学篇	第四十一章
数学篇	第四十二章
数学篇	第四十三章
数学篇	第四十四章
数学篇	第四十五章
数学篇	第四十六章
数学篇	第四十七章
数学篇	第四十八章
数学篇	第四十九章
数学篇	第五十章
数学篇	第五十一章
数学篇	第五十二章
数学篇	第五十三章
数学篇	第五十四章
数学篇	第五十五章
数学篇	第五十六章
数学篇	第五十七章
数学篇	第五十八章
数学篇	第五十九章
数学篇	第六十章
数学篇	第六十一章
数学篇	第六十二章
数学篇	第六十三章
数学篇	第六十四章
数学篇	第六十五章
数学篇	第六十六章
数学篇	第六十七章
数学篇	第六十八章
数学篇	第六十九章
数学篇	第七十章
数学篇	第七十一章
数学篇	第七十二章
数学篇	第七十三章
数学篇	第七十四章
数学篇	第七十五章
数学篇	第七十六章
数学篇	第七十七章
数学篇	第七十八章
数学篇	第七十九章
数学篇	第八十章
数学篇	第八十一章
数学篇	第八十二章
数学篇	第八十三章
数学篇	第八十四章
数学篇	第八十五章
数学篇	第八十六章
数学篇	第八十七章
数学篇	第八十八章
数学篇	第八十九章
数学篇	第九十章
数学篇	第九十一章
数学篇	第九十二章
数学篇	第九十三章
数学篇	第九十四章
数学篇	第九十五章
数学篇	第九十六章
数学篇	第九十七章
数学篇	第九十八章
数学篇	第九十九章
数学篇	第一百章

第一章 数学篇

【本章导读】

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

【本章导读】



数学篇

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

【本章导读】

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

【本章导读】

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

【本章导读】

【本章导读】

数学是研究数量、结构、变化以及空间等概念和关系的学科。从某种角度看，所有理科的研究方法都是数学的，数学是人类知识的重要组成部分。

【本章导读】

【本章导读】

【本章导读】



第一章 数及其运算

【本章考点】

1. 比例的运算	2. 绝对值的性质 ☆
3. 应用题的综合考查：根据题中不变的量列出等式进而求解.	
4. 复数 ① $i^2 = -1$	② 模的计算 ☆

第一节 数的概念、性质和运算

一、自然数和整数

用来表示物体个数的 0、1、2、3、… 叫做自然数. 1 是自然数的单位, 0 也是自然数, 自然数是正整数.

二、分数、小数和百分数

1. 分数

将单位“1”平均分成若干份, 表示这样的一份或几份的数叫做分数. 表示其中一份的数是这个分数的单位. 分数有真分数、假分数、带分数等. 把“1”平均分成多少份的数, 称为分数的分母; 表示取了多少份的数, 称为分数的分子.

分子比分母小的分数称为真分数, 如 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{4}{5}$.

分子比分母大或者分子、分母相等的分数称为假分数, 如 $\frac{4}{3}$ 、 $\frac{6}{5}$ 、 $\frac{3}{3}$.

一个整数和一个真分数合成的数, 称为带分数, 如 $1\frac{1}{3}$ 、 $3\frac{2}{7}$.

两个自然数相除, 它的商可以用分数表示, 如 $a/b = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$).

两个数的比, 也可用分数表示, 如 $a:b = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$).

2. 百分数

表示一个数是另一个数的百分之几的数叫做百分数. 百分数也叫百分率或者百分比. 百分数通常用“%”表示.

3. 分数的基本性质

(1) 分数的分子和分母都乘以或除以同一个不为零的数, 分数的大小不变.

$$\text{即 } \frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{\frac{a}{m}}{\frac{b}{m}} \quad (b \neq 0, m \neq 0)$$



(2) 乘积是 1 的两个数互为倒数；1 的倒数是 1；0 没有倒数。

三、数的整除

当整数 a 除以整数 b ($b \neq 0$)，除得的商正好是整数而无余数时，则称 a 能被 b 整除或称 b 能整除 a 。当 a 能被 b 整除时，也称 a 是 b 的倍数， b 是 a 的约数。一个数的约数的个数是有限的，其中最小的约数是 1，最大的约数是它本身；一个数的倍数的个数是无限的，其中最小的倍数是它本身。

能被 2 整除的数称为偶数，不能被 2 整除的数称为奇数。

一个数，如果只有 1 和它本身两个约数，叫做质数（素数）。一个数，如果除了 1 和它本身，还有其他约数，叫做合数。每个合数都可以写成几个质数相乘，这几个质数都叫做这个合数的质因数。

几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数，所有公倍数中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数。几个数公有的约数叫做这几个数的公约数，所有公约数中最大的一个叫做这几个数的最大公约数。公约数只有 1 的两个数，叫做互质（素）数。分子和分母互质的分数称为最简分数。

四、四则运算

1. 运算定律

- (1) 加法交换律 $a + b = b + a$
- (2) 加法结合律 $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$
- (3) 乘法交换律 $a \times b = b \times a$
- (4) 乘法结合律 $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- (5) 乘法分配律 $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
 $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$

2. 运算性质

- (1) 交换性质 $a + b - c = a - c + b$ $a - b - c = a - c - b$ $a \times b / c = a / c \times b$
 $a / b / c = a / c / b$ ($b \neq 0, c \neq 0$)
- (2) 结合性质 $a + b - c = a + (b - c) = a - (c - b)$
 $a - b - c = a - (c + b)$
 $a \times b / c = a \times (b / c)$ ($c \neq 0$)
 $a / b \times c = a / (b / c)$ ($b \neq 0, c \neq 0$)
 $a / b / c = a / (b \times c)$ ($b \neq 0, c \neq 0$)

3. 整数和小数四则混合运算

(1) 在一个没有括号的算式里，如果只含有同一级运算，应从左到右依次计算。如果既含有第一级运算（加减法），又含有第二级运算（乘除法），则应当先算第二级运算，后算第一级运算。

(2) 在一个有括号的算式里，应先进行括号内运算，运算顺序是先算小括号里的，再



算中括号里的,最后算大括号里的算式.

4. 分数四则混合运算

(1) 分数加减法

同分母分数相加减,分子相加减,分母不变.

异分母分数相加减,先通分,然后按照同分母分数的加减法法则进行计算.

带分数相加减,整数部分、分数部分要分别相加减,再把所有的数合并在一起.

(2) 分数乘法

分数乘以整数,用分子和整数相乘做积的分子,分母不变.

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

分数乘以分数,用分子相乘的积做分子,分母相乘的积做分母.

$$\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

分数中有带分数的,要把带分数化成假分数,然后再相乘.

(3) 分数除法

一个数除以另一个数(零除外),等于一个数乘以另一个数的倒数.

(4) 分数四则混合运算

分数四则混合运算的顺序和整数四则混合运算的顺序相同.

整数加法和乘法的运算定律以及加减、乘除混合运算的性质,在分数四则运算中也适用.

【精典例题】

例 1 50 能被 25 整除,25 能被 5 整除,所以 50 是 25 和 5 的 ().

A. 公约数 B. 最大公约数 C. 公倍数 D. 最小公倍数

答案: C

解析: 由于 50 既能被 25 整除,也能被 5 整除,所以 50 是 25 和 5 的公倍数. 同时由于 25 也是 25 和 5 的公倍数,因此 50 只能是 25 和 5 的公倍数,而不是最小公倍数.

故选 C.

例 2 [2008 年] 请你想好一个数,将它加 5,将其结果乘以 2,再减去 4,将其结果除以 2,再减去你想好的那个数,最后的结果等于 ().

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 3

答案: D

解析: 设想好的那个数为 a , 则有 $[(a+5) \times 2 - 4] \div 2 - a = a + 5 - 2 - a = 3$. 故选 D.

例 3 一辆卡车从甲地驶向乙地,每小时行驶 60km,另一卡车从乙地驶向甲地,每小时行驶 55km,两车同时出发,在离中点 10km 处相遇,甲乙地之间的距离为 () km.

A. 115 B. 230 C. 345 D. 460

答案: D

解析: 相遇时从甲地开往乙地的卡车比从乙地驶向甲地的卡车多走 $10 \times 2 = 20$ km, 两车速度相差 5 km/h, 因此相遇时两车各走了 $20 \div 5 = 4$ (h). 两车相向而行, 各走 4h 相

遇, 因此甲、乙两地之间距离为 $(60 + 55) \times 4 = 460$ (km). 故正确答案为 D.

例 4 甲、乙两个工人要生产同样规格并且是同样数量的零件, 甲每小时可做 12 个, 乙每小时可做 10 个. 两人同时开始生产, 甲比乙提早 2.5h 完成任务. 当甲完成任务时, 乙做了多少个零件?

解: 根据题意, 当甲完成任务时, 甲比乙多做的零件个数为

$$10 \times 2.5 = 25 \text{ (个)}$$

由此可知甲完成任务所用的时间为

$$25 \div (12 - 10) = 12.5 \text{ (h)}$$

因此甲完成任务时, 乙做的零件个数为

$$10 \times 12.5 = 125 \text{ (个)}$$

答: 当甲完成任务时, 乙做了 125 个零件.

例 5 两地相距 351 公里, 汽车已行驶了全程的 $\frac{1}{9}$, 再行驶()公里, 剩下的路程是已行驶的路程的 5 倍.

A. 19.5 公里

B. 21 公里

C. 21.5 公里

D. 22 公里

答案: A

解析: 剩下路程是已行驶路程的 5 倍, 即已行驶的路程将占总路程的 $\frac{1}{6}$; 目前已行驶了 $\frac{1}{9}$, 显然仍需行驶

$$351 \times \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{9} \right) = 351 \times \frac{3-2}{18} = 19.5 \text{ (公里)}$$

故 A 为正确答案.

第二节 比和比例

一、比的定义和性质

1. 定义

两个数相除, 又称为这两个数的比, 即 $a:b = \frac{a}{b}$ (或 $a:b = a/b$), 其中 a 叫做比的前项, b 叫做比的后项, 相除所得的商叫做比值.

如 $3:2 = 1.5$ (比值)

前项 后项

2. 基本性质

比的前项与后项都乘以或除以同一个不为零的数, 其比值不变.

如 $\frac{4}{3}:2 = \left(\frac{4}{3} \times 3 \right) : (2 \times 3) = 4:6 = \left(\frac{4}{2} \right) : \left(\frac{6}{2} \right) = 2:3$

3. 百分比

在实际应用中, 常将比值表示成百分数, 称为百分比 (或百分率). 此时分母 100 用

符号“%”表示.

如 $1:2 = 50\%$, $4:2 = 200\%$.

二、比例

1. 定义

两个比相等时, 称为比例, 用字母表示为 $a:b = c:d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

其中, a 、 d 称为比例外项; b 、 c 称为比例内项.

若 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 时, 称 b 为 a 、 c 的比例中项, 显然 a 、 b 、 c 均为正数时, b 是 a 、 c 的几何平均值.

2. 性质

比例 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 具有如下性质:

- (1) $ad = bc$ (外项积 = 内项积)
- (2) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ 或 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (互换外项或内项)
- (3) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (合比定理)
- (4) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (分比定理)
- (5) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (合分比定理)

三、正反比例

若 $y = kx$ ($k \neq 0$, k 为常数), 则称 y 与 x 成正比, k 为比例系数.

若 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$, k 为常数), 则称 y 与 x 成反比, k 为比例系数.

【精典例题】

例 1 [2005 年] 2005 年, 我国甲省人口是全国人口的 $c\%$, 其生产总值占国内生产总值的 $d\%$; 乙省人口是全国人口的 $e\%$, 其生产总值占国内生产总值的 $f\%$; 则 2005 年甲省人均生产总值与乙省人均生产总值之比是 ().

- A. $\frac{cd}{ef}$ B. $\frac{ce}{df}$ C. $\frac{cf}{de}$ D. $\frac{de}{cf}$

答案: D

解析: 设全国人口为 a , 国内生产总值为 b ; 则甲省人均生产总值为 $\frac{d\% \cdot b}{c\% \cdot a}$, 乙省为

$\frac{f\% \cdot b}{e\% \cdot a}$; 所以二者之比为 $\frac{de}{cf}$. 故选 D.



例2 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, 那么 $\frac{3x+2y}{3x-2y}$ 的值是 ().

- A. 19 B. -19 C. 6 D. -6

答案: B

解析: 由已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, 所以 $\frac{3}{2} \times \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{10}$

$$\text{即 } \frac{3x}{2y} = \frac{9}{10}, \frac{3x+2y}{3x-2y} = \frac{9+10}{9-10} = -19$$

故正确答案为 B.

例3 已知 $x-y$ 与 $x+y$ 成正比例, 比例系数为 k ; y 与 $\frac{1}{x}$ 成反比例, 比例系数为 $k+1$, 则 k 的值为 ().

- A. 3 B. -3 C. 1 D. -2

答案: B

解析: 因为 $x-y$ 与 $x+y$ 成正比例, 比例系数为 k . 所以 $x-y=k(x+y)$,

$$\text{即 } (1-k)x = (k+1)y \quad \text{①}$$

又因为 y 与 $\frac{1}{x}$ 成反比例, 比例系数为 $k+1$

$$\text{所以 } y = \frac{1+k}{\frac{1}{x}} = (k+1)x \quad \text{②}$$

把②式代入①式, 得 $(1-k)x = (k+1)(k+1)x$

由于 $x \neq 0$, 所以 $1-k=1+2k+k^2$. 化简得 $k^2+3k=0$

又 $k \neq 0$, 所以 $k=-3$. 故选 B.

例4 某公司的纯收入是51万元, 欲按 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$ 的比例分配给下属甲、乙、丙3个部门, 乙部门得到的款数为()万元.

- A. 6 B. 17 C. 18 D. 27

答案: C

解析: 按 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$ 的比例分配收入, 也就是按 $\frac{18}{2}:\frac{18}{3}:\frac{18}{9}=9:6:2$ 的比例来分配, 将收入分成 $9+6+2=17$ (份), 乙部门得6份, 所以乙部门得到的款数为 $51 \times \frac{6}{17}=18$ (万元).

故选 C.

例5 一项工程, 甲独立做30天可以完成, 乙独立做20天可以完成. 甲先做了若干天后, 由乙接着做完, 这样甲、乙二人合起来共做了22天. 问甲乙二人各做了多少天?

解: 甲、乙二人每人每天分别完成工作的 $\frac{1}{30}$ 和 $\frac{1}{20}$, 乙每天比甲每天多完成 $\frac{1}{20}-\frac{1}{30}=\frac{1}{60}$. 如果22天均是甲做工作, 则只能完成总工作量的 $22 \times \frac{1}{30}=\frac{22}{30}$, 尚差 $1-\frac{22}{30}=\frac{8}{30}$. 由



此可知, 乙的工作天数是 $\frac{8}{30} \div \frac{1}{60} = 16$ (天).

答: 甲做了 6 天, 乙做了 16 天.

第三节 实数

一、实数

1. 自然数

自然数包括 0, 1, 质数和合数.

一个大于 1 的自然数, 至少有 2 个约数, 即 1 和它本身. 若一个自然数的约数只有 2 个, 则称它为素数; 若大于 1 的自然数, 除了 1 和它本身还有别的约数, 则称其为复合数. 素数又称为质数, 复合数简称为合数.

2. 整数

整数包括正整数、零和负整数. 由全体数组成的集合, 称为整数集.

零“0”, 是介于正整数和负整数之间的惟一的整数.

它具有如下特征: (1) $x + 0 = 0 + x = x$

(2) $x \times 0 = 0 \times x = 0$ (其中 x 表示任何数)

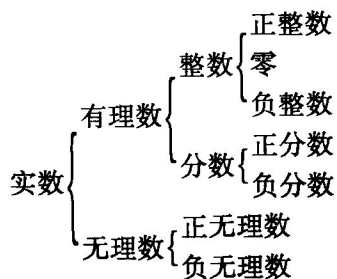
3. 有理数和无理数

整数和分数统称为有理数; 无限不循环小数称为无理数.

如 2, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$ 是有理数; $\sqrt{5}$, π , $e = 2.71828\cdots$ 是无理数.

4. 实数

实数的分类如下:



二、数轴

数轴是一条直线上规定了一个坐标原点 O (对应实数 0) 和一个单位点 E (对应实数 1), 也就规定了它的正方向和单位长度, 每一个实数都可以用数轴上惟一的一个点来表示; 反之, 数轴上的每一个点都表示惟一的一个实数. 因此, 数轴作为点的集合, 与实数集之间可以建立起一一对应的关系, 在某些场合对实数 a 和数轴上表示这个数 a 的点可以不加区别.



三、实数的运算

1. 运算定律

- | | |
|---------------|---|
| (1) 加法交换律 | $a + b = b + a$ |
| (2) 加法结合律 | $(a + b) + c = a + (b + c)$ |
| (3) 乘法交换律 | $a \times b = b \times a$ |
| (4) 乘法结合律 | $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ |
| (5) 乘法对加法的分配律 | $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ |

2. 乘方与开方运算

(1) 乘方

求几个相同乘数的积的运算,称为乘方,乘方的结果称为幂.在 a^n 中 a 称为底数, n 称为指数, a^n 读作 a 的 n 次方,也可读作 a 的 n 次幂.

正数的任何次幂都是正数.负数的偶数次幂是正数,负数的奇数次幂是负数.零的任何次幂都是零.

(2) 开方

设 a 和 x 是两个实数, n 是大于1的整数.若 $x^n = a$,则 x 称为 a 的 n 次方根.求 a 的 n 次方根的运算,称为 a 开 n 次方, a 称为被开方数, n 称为根指数.

开方与乘方互为逆运算.

在实数范围内,正数的偶次方根是两个,它们互为相反数,正数的奇次方根是一个正数;负数没有偶次方根,负数的奇次方根是一个负数;零的任何次方根都是零.

非负数的非负的方根称为这个数的算术根.当 $a \geq 0$,且 n 为大于1的整数时, $\sqrt[n]{a}$ 表示 a 的 n 次算术根.当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt[n]{a} \geq 0$.当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt[n]{a}$ 读作 a 的 n 次算术根.

(3) 零指数幂和负指数幂

当 n 是正整数时, a^n 称为正整指数幂.

当 $a \neq 0$ 时, $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (n 为自然数). a^0 称为零指数幂, a^{-n} 称为负整指数幂.

3. 绝对值、相反数

(1) 绝对值

实数 a 的绝对值记为 $|a|$.并规定

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

绝对值 $|a|$ 的几何意义:

数轴上表示 a 的点到原点的距离.

(2) 相反数

设 a 为一实数,则称 $-a$ 是 a 的相反数.

若两实数 a 与 b 互为相反数,则 $a + b = 0$;若 a 、 b 为两实数,且 $a + b = 0$,则 a 与 b

