

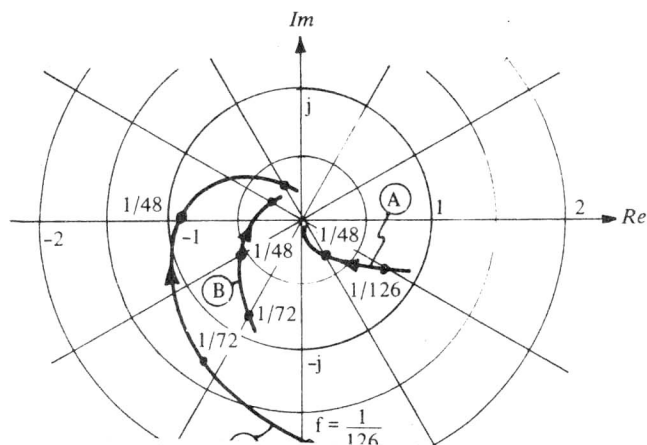
控制系统基本概论

科技用書

控制系統基本概論

INTRODUCING
SYSTEMS
AND CONTROL

吳嘉祥 譯



大行出版社印行

著 者 序

本書寫作的目的乃是作為大專程度任何有關處理動態系統以及回饋控制的課程之用。作者企圖完全使用一些例題以提供解題時的物理洞察能力並給予讀者以更進一層研究及職業上工作所需要的理論基礎。雖然書中包含了一般控制課程的傳統材料，但我們已經選擇強調如何將最新的理論及計算的工具應用於實際問題上的方式。

我們熱切地相信工程師與科學對於尋找那些滿足人類廣泛而變化多端的需要的有效工程技術之應用，都有機會及責任。由於對這箇信念的執着，我們討論了工程上以及生態學，健康學，資源使用與保護等範圍的應用。

自始至終在本書中，我們嘗試著去反映近年在技術及教育方面的自然發展。例如，在說明計算機廣泛的效用方面，我們在書中很快地便介紹了數位與類比計算以及模擬的方法，而且經常是在相當的分析發展之前便已介紹。我們覺得如此做使得由一開始便處理真實的非線性問題變為可能，然後再從事由線性化的觀點以分析的方式處理這些問題。我們相信由這一種處理方式將使學生對解動態系統問題時扮演主要角色的線性系統理論獲得廣泛的透視能力。

由於在本書的第一部分系統模式的發展中引入了狀態觀念，我們也偏離了控制課程中傳統的處理方式。其後，我們涵括了系統分析中主要的傳統處理方式，包含轉移函數及頻率反應。接著，我們視系統的特殊性質決定在每一箇論題中何者才是最佳的數學方式的說明及解題的技巧。不論我們使用一古典的或狀態空間的一說明方式以解釋一已知類的問題，我們對處理方式之連續性及等值性的強調更甚於對其

區別的強調。

前三章的目的在使讀者瞭解作為計算機模擬及理論處理基礎的系統模式在狀態空間中的說明。而第四章中的主題則為在動態系統分析中最常被運用的計算機模擬，包含非線性及線性系統的數位及類比計算機模擬。

因為計算機的解僅能應用於參數空間中單獨的一箇點，在第五章中我們介紹了線性系統理論，以提供在分析系統動態時所必要的廣義性。我們求取了 n - 階，自由的，對角化系統的解，然後我們根據特徵值及特徵向量的使用將它發展成強迫的， n - 階的矩陣微分方程式，在第六章中繼續以拉普拉斯轉換及轉移函數作分析的推展。

回饋控制是第七章的主要內容。由於轉移函數的觀念非常適合於單變數回饋系統，它便成了第七章內容的核心那些不參與轉移函數之處理方式的系統則使用計算機來分析。第八章中繼續轉移函數處理方式在線性系統上的應用並介紹頻率反應的觀念及回饋系統頻率範圍的設計技巧。

最後兩章中的內容有：繼續 - 時間系統，噪音及概然性系統，一般情形下是不包含在大專程度課程之內。在這兒我們將它納入乃是因為我們覺得，此一早期的介紹對於大專學生的瞭解這類問題是大有裨益的。

對理工科三、四年級的學生在一箇學期內（40 到 50 堂課）教完本書是可能的。對於大約上 30 堂課的一年四期的學制最可能教完的範圍是到第八章。另一種情況是，教師可以隨意地對各章予以增刪。

本書的寫成得到許多來自各處的協助：許多同事對草稿提出補充及建議，特別是佛羅里達大學的 O. Elgerd 教授，紐約工技學院的 P. Mendelson 及 N. Hauser 教授。很多使用原始課程的學生指出一些錯誤提醒我們的注意。對於紐約工藝學院的 Fred Burg 及柏克萊加州大學的 Jacques Lebovitz 兩位先生仔細複閱原稿，我們特

致謝忱。最後印出之版本整箇是柏克萊的 Saragraphics 的工作，他做了些藝術的工作並設計封面。而前面提到的 Fred Burg，他完成了本書的組織及設計，他那英雄式的努力使我們衷心感激。對我們的內人，不再表示我們內心的虧欠。此外，藉此機會我們要指出 Joan Rabins 及 Vivian Auslander 的協助編輯及 Ponchan Takahashi 在藝術方面的協助都是甚為可感的。

David M. Auslander
Yasundo Takahashi
Michael J. Rabins

控制系統基本概論 目 錄

第一章 緒 言 (INTRODUCTION)

1-1	因果律：輸入與輸出 (CAUSALITY: INPUT AND OUTPUT).....	2
1-2	系統與動態性 (SYSTEM WITH DYNAMICS) ...	3
1-3	回饋控制 (FEEDBACK CONTROL).....	7
1-4	系統分解 (SYSTEM DECOMPOSITION).....	9
	結 論.....	14
	習 題.....	14

第二章 狀態向量 (STATE VECTOR)

2-1	狀態 (STATE)	18
2-2	激能式系統 (ENERGETIC SYSTEM)	20
2-3	激能式系統的類比 (ANALOGY IN ENERGETIC SYSTEM)	22
2-4	能量與功率 (ENERGY AND POWER).....	29
2-5	狀態變數 (STATE VARIABLES).....	32
2-6	狀態向量 (STATE VECTOR)	34
	結 論.....	37
	參考資料.....	37
	習 題.....	38

2 目 錄

第三章 狀態方程式 (STATE EQUATION)

3-1	推導狀態方程式 (DERIVING THE STATE EQUATION)	42
3-2	激能式系統 (ENERGETIC SYSTEMS)	48
3-3	激能式系統的狀態方程式 (STATE EQUATIONS OF ENERGETIC SYSTEMS)	50
3-4	狀態空間內的運動 (MOTION IN STATE SPACE)	58
3-5	穩定性 (STABILITY)	61
3-6	線性化 (LINEARIZATION)	64
	結 論	70
	參考資料	71
	習 題	71

第四章 系統方程式的計算機解 (COMPUTER SOLUTION OF SYSTEM EQUATIONS)

4-1	數位計算機的使用 (USE OF DIGITAL COMPUTERS)	77
4-2	時間增量 (TIME INCREMENT)	83
4-3	類比計算原理 (PRINCIPLE OF ANALOG COMPUTING)	94
4-4	類比計算機程式運作 (ANALOG COMPUTER PROGRAMMING)	97
4-5	定比 (SCALING)	100
4-6	非線性系統的類比模擬 (ANALOG SIMULATION	

OF NONLINEAR SYSTEM)	108
結 論	116
參考資料	116
習 題	116

第五章 線性狀態方程式的解析解 (ANALYTICAL SOLUTION OF LINEAR STATE EQUATION)

5-1 自由系統 (FREE SYSTEM)	121
5-2 強迫系統 (FORCED SYSTEM)	138
5-3 自由軌跡與反應模式 (FREE TRAJECTORY AND MODES OF RESPONSE)	145
結 論	151
參考資料	151
習 題	152

第六章 線性輸入-輸出系統 (LINEAR INPUT-OUTPUT SYSTEMS)

6-1 運算子符號及拉普拉斯轉換 (OPERATOR NOTATION AND LAPLACE TRANSFORMATION)	157
6-2 拉普拉斯領域內之向量狀態方程式 (VECTOR STATE EQUATION IN LAPLACE DOMAIN)	165
6-3 輸入-輸出關係 (INPUT-OUTPUT RELATION)	171
6-4 脈衝函數 (IMPULSE FUNCTION)	173

4 目 錄

6-5	圖形表示法 (GRAPHICAL REPRESENTATION)	182
6-6	轉移函數 (TRANSFER FUNCTION)	185
6-7	反應型態 (RESPONSE PATTERNS)	188
6-8	可觀察性與可控制性 (OBSERVABILITY AND CONTROLLABILITY)	196
	結 論	208
	參考資料	209
	習 題	209

第七章 控制及回饋系統 (CONTROL AND FEEDBACK SYSTEMS)

7-1	人爲控制系統一覽 (A VIEW OF MANMADE CONTROL SYSTEMS)	215
7-2	回饋構造 (FEEDBACK STRUCTURE)	219
7-3	自動控制系統 (AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS)	222
7-4	控制系統的模擬 (CONTROL SYSTEM SIMULATION)	225
7-5	線性控制法則 (LINEAR CONTROL LAWS)	235
7-6	線性回饋系統的穩定性和動態性 (STABILITY AND DYNAMICS OF LINEAR FEEDBACK SYSTEMS)	242
7-7	非工藝系統的控制 (CONTROL OF NONTECHNICAL SYSTEMS)	250
7-8	狀態向量回饋的控制 (CONTROL WITH STATE VECTOR FEEDBACK)	259

結 論	262
參考資料	262
習 題	264

第八章 頻率響應 (FREQUENCY RESPONSE)

8-1 強制機械振動 (FORCED MECHANICAL VIBRATION)	261
8-2 頻率領域中的基本關係 (BASIC RELATIONS IN THE FREQUENCY DOMAIN)	275
8-3 頻率響應圖 (FREQUENCY RESPONSE DIAGRAMS)	285
8-4 頻率響應的計算和模擬 (FREQUENCY RESPONSE COMPUTATION AND SIMULATION)	295
8-5 單迴路回饋系統的穩定度 (STABILITY OF SINGLE LOOP FEEDBACK SYSTEMS)	304
8-6 極限週期 (LIMIT CYCLES)	309
結 論	315
習 題	315

第九章 分立—時間系統與數位控制 (DISCRETE-TIME SYSTEMS AND DIGITAL CONTROL)

9-1 分立—時間狀態方程式 (DISCRETE-TIME STATE EQUATIONS)	320
9-2 線性分立—時間系統 (LINEAR DISCRETE-TIME SYSTEMS)	324

6 目 錄

9-3	Z-轉換 (Z-TRANSFORMS)	334
9-4	數位計算機控制 (DIGITAL COMPUTER CONTROL)	340
	結 論	352
	習 題	352

第十章 雜音及概然性程序 (NOISE AND PROBABILISTIC PROCESS)

10-1	概率過程 (STOCHASTIC PROCESS)	359
10-2	概率資料的特性化 (CHARACTERIZATION OF STCHASTIC INFORMATION)	361
10-3	與時間的相互關係 (CORRELATION IN TIME)	375
10-4	白色雜音 (WHITE NOISE)	380
10-5	以計算機模擬概然性程序 (COMPUTER SIMULATION OF PROBABILISTIC PROCESS)	386
10-6	雜音的分濾 (NOISE FILFERING)	391
	結 論	400
	參考資料	401
	習 題	402

附 錄 (APPENDIS)

A.1	ROUTH試驗 (THE ROUTH TEST)	406
A.2	NYQUIST試驗 (THE NYQUIST TEST)	408
A.3	JURY試驗 (THE JURY TEST)	413
	參考資料	416

第一章 緒 言

(INTRODUCTION)

貫聯動態系統及控制理論的四箇主題爲：激因與影響關係式之探索，預期系統由於早期的輸入導致現時的輸出；使用系統本身的輸出來調節它；給予系統組成份（COMPONENT PARTS）間之相互作用以適切的定義。在本章四節中討論所用的標題爲因果律（CAUSALITY）、動態性（DYNAMICS）、回饋（FEEDBACK）、及系統分解（SYSTEM DECOMPOSITION）。

在工程系統傳統式之設計與分析的應用上，這四箇觀念不僅構成了技術訓練的基石，也在箇人的意識決定活動中扮演一箇強而有力的角色。就拿電爐來說，我們將考慮它日常使用的動態性質（DYNAMIC BEHAVIOR），當我們期望在爐子關閉之後水仍然繼續沸騰，我們設定爐溫然後需依賴一回饋控制器來調節它。倘若由於錯誤的作用，當我們爲了易於檢視，修護故障與鑑定來自各組成件的輸入，輸出的訊號而孤立系統的組成件時，因果律與系統分解便登場扮演主要角色。

近年來，動態系統與控制理論之受到重視不僅因爲它是一種經琢磨的精巧技術工具，也因爲它是一種認知在一般工程範圍外之不同類的事件與經驗的正確方法。由於它在適用性與變通性方面的評價日增，已被廣泛地運用在許多不同的領域，例如：生態學、生物學、生理學、經濟學及經營學。這種發展的健全與有效將反映在全書所選的例

子與問題中——不管是工程上的或非工程上的。我們相信使用工程技術在熟悉而仍存有困難的非工程領域，將引導我們更敏銳、透澈地瞭解基本的定律。並且，我們希望運用本書中的定理於不尋常的、或特殊需要的問題的解決，將鼓舞研究者更致力於新定理與新技術的發展。

1-1 因果律：輸入與輸出 (CAUSALITY: INPUT AND OUTPUT)

事件（輸出）乃是激因（輸入）的影響。一箇特殊訊號之視為輸入或輸出全視我們研究的程序（PROCESS）而定。比如說，查驗家庭用自動調溫器（THERMOSTAT）的溫度計，則室溫是輸入而溫度讀數是輸出。另一方面來說，爐子及輻射系統的輸入是油料的供應，室溫却是輸出。這是箇同樣的訊號在不同的情況下可分別視為輸入或輸出的典型例子。因果關係是固定在特定的程序中，並不是溫度計的因果律或則爐子一輻射系統的因果律可以逆轉。改變溫度計的讀數並不能直接影響室溫，而室溫的改變對於油料的供應也沒有直接的影響。使爐子的控制器與自動溫度調節器聯接，我們將可藉回饋來控制室溫。如此一來，改變系統的任何一箇變數，都將影響到其他的變數。分析這類系統最有效的方法乃是將整箇系統分解成其組成件，並且鑑定各組成件的因果關係。

美國的出生率是因果率的另一箇例子。將出生率設想為一種輸出，則我們是否可以說公佈的有關過渡的人口成長與零—人口成長的總額是這箇程序的輸入，如此而導致 1972 年的出生率趨於降低至人口成長維持的水準之下？總生產量的數字我們稱為出生率，實際上是在該年中數百萬箇別決定的結合。雖然我們可以假定社會壓力藉著大眾傳播是人類人口控制的方式，祇有人口統計專家與動態系統專家一起工作才能設計出進一步試驗該假說之有效性的程序。像這類的複雜系

統，有關因果律的假說從未能證實，但如果積聚足夠的證據，這些假說可以變成有效的決策（DECISION-MAKING）工具。必須多加注意的是這類的因果律是不可逆的（IRREVERSIBLE）。

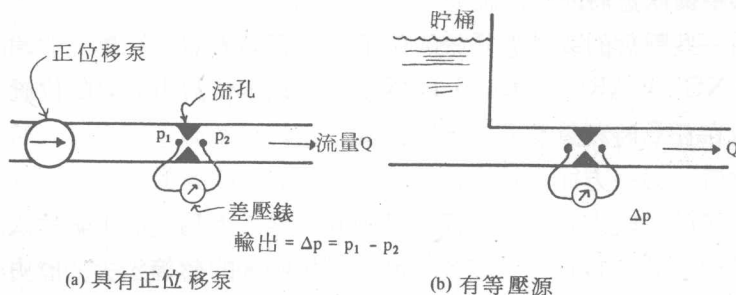


圖 1-1 流孔系統

圖 1-1 中，一流孔存在於有液體流動的管子中，是一箇可逆因果律（REVERSIBLE CAUSALITY）的例子。如果泵是屬於正位移（POSITIVE DISPLACEMENT）型式（例如活塞泵或齒輪泵），經過流孔的流率將是輸入，而兩端的壓力降則為輸出。寫成數學式將為

$$\Delta p = f(Q)$$

p 代表壓力而 Q 則為體積流率，如果在管子的上游端以一箇貯桶（RESERVOIR）或其他等壓源流代替泵，如圖 1-1，則壓力降變為輸入而流率為輸出，或 $Q = f(\Delta p)$ 。

1-2 系統與動態性（SYSTEM WITH DYNAMICS）

動態系統（DYNAMIC SYSTEM）的輸出是依賴於早期的輸入（PAST INPUTS）。一系統其輸出電流是憑輸入電流而定

者，稱為靜態的（STATIC）。可應用於動態的或靜態系統上的更通俗的“動態”觀念則如“有活力的”，“隨時間而變”。一箇靜態系統如果其輸入係因時間而變，其輸出將因時間而變。一動態系統如果不在其平衡狀態將因時間而變。

先看一些靜態的或動態系統的例子，讓我們考慮一汽車，前輪的角位（ANGULAR POSITION）靜態式地依於方向盤的位置。也就是說在任意時刻量度方向盤的位置，能夠很準確地指出同一時刻前輪的位置。另一方面，量度任意時刻前輪的角位對於全車的現時角速度與車子的現時方向却不能提供足夠的資料。因為僅能由對輸入的瞭解去導出這些資料（非由直接量度），對輸入的整箇過去的歷史必須全然瞭解。而車子的動量，同樣地，由於其前進的速度係動態地依於加速器的位置而定，如果討論中的車子具有一反應非常靈敏的引擎，則其前進加速度可能是靜態的依於加速器的位置。然而，對大多數車子而言，引擎的動力反應很明顯的受駕駛者的影響。

前面的討論指出一箇奇異而重要的觀念：一箇程序之為靜態的或動態的視其相關的時階（TIME SCALE）而定。因為，實際上，沒有事件能同時地發生。這在考慮所有系統的動態是箇正確的理論。然而它在我們的分析與計算的能力上却加上了一不可能的煩惱。例如，如果改變加速器的位置比改變引擎的輸出馬力能使引擎的反應更迅速的話，將引擎規定為靜態在分析車子的操作時較為簡單也不致有嚴重的誤差。因為有關的時距（TIME SPAN）全憑研究的目的而定，靜態的與動態的選定和研究目的之背景是不可分離的。

看來全無輸入的動態系統是箇極端的例子，是所謂的獨立（AUTONOMOUS）系統。這是箇正在對從前某時刻曾經存在，隨後即不再出現的輸入產生反應的系統。設想某些人種的孤立居民為例，令 N 等於箇人的總數，作為系統的輸出， b 與 m 分別等於單位時間單位居民的出生率與死亡率，則我們得

$bNdt$ = 在 dt 時域內出生簡人的數目

及 $mNdt$ = 在 dt 時域內死亡簡人的數目

在此 t 是飛馳而逝的時間（獨立變數）。人口平衡的觀念產生下式：

$$\frac{dN}{dt} = (b - m)N \quad (1-1)$$

因為 bN 與 mN 分別為人口供應率與人口損失率。如果 mN 大於 bN ，我們可以期望人口減少，如果 mN 小於 bN 則 N 值將增加。若 mN 與 bN 相等 N 值保持不變（平衡狀態）。

如果參數 b 與 m 為常數，令 $r = b - m = \text{常數}$ ，可將 (1-1) 式改寫成下式：

$$\frac{dN}{dt} = rN \quad (1-2)$$

若在指定的時間始點（ $t = 0$ ），人口 $N(t)$ 的初值 N_0 為已知（例如在本世紀之初的人口總數），則 1-2 式的一階微分方程式的解為

$$N(t) = e^{rt} N_0 \quad (1-3)$$

當 m 小於 b （即 r 為正數）時，人口將以指數型態增加（馬爾薩斯人口論）。如圖 1-2

在一箇真實的經濟系統，即使一人種完全與其他人種隔離，該系統的參數 b 與 m 都將隨時間（如進化），函數 N 本身以及其他的環境因子等而變化。如果 b 與 m （此後改為 B 與 M ，分別代表單位時間的出生率與死亡率）如圖 1-3 所示，視 N 而定，則將有兩箇平衡狀態 P_1 與 P_2 。在這種情況下有四種可能的反應型式。如果人口的初值等於 N_1 或 N_2 ，則人口對時間而言將維持一箇常數，因為在這兩點（平衡點）出生率與死亡率恰恰相等。如果人口初值大於 N_2 ，我們可以由

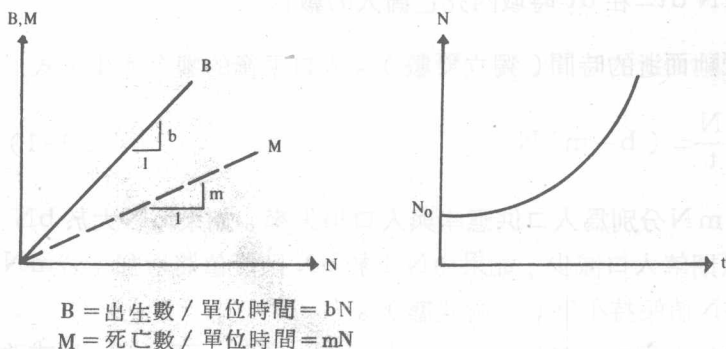


圖 1-2 人口論

圖 1-3(a)中看出，可能由於過多的人口使食物缺乏，導致死亡率大於出生率，直至人口減少至 N_2 的值。這是如圖 1-3(b)中標以 I 的反應。如果人口初值在 N_1 與 N_2 之間，出生率將大於死亡率直到人口增加到 N_2 值，如反應曲線 II。最後，若人口初值在 N_1 值之下時，該人種（或該人種的當地人口）將趨向滅絕如反應曲線 III，因為正對著零人口而死亡率又大於出生率。在人口很少時，可能由於沒有足夠的年青人的保護，無能去尋獲配偶或其他人口稀薄的影響而引起滅絕的現象。

平衡點通常是根據穩定性質來分類。簡而言之，一箇平衡點是被認為穩定的，如果系統的變數值鄰近於平衡點，則反應將使其趨向平衡點。圖 1-3(a)的 P_2 是一箇穩定的平衡點。因為鄰近 N_2 的 N 值，都將如圖 1-3(b)中的反應曲線 I 與 II 趨於 N_2 值。而點 P 則是一箇不穩定平衡點的例子。因為鄰近 N_1 的 N 值其反應是朝向遠離平衡點，如反應曲線 II 與 III。不管平衡是穩定的或不穩定的，它是定義了一箇平