科學圖書大庫

工 程 力 學

(下冊·動力學)

譯者　丁觀海

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

工　程　力　學

（下冊・動力學）

譯者　丁觀海

徐氏基金會出版

譯者序

本書爲水牛城紐約大學希姆教授（I.H.Shames）所著工程力學下冊，亦即**動力學**部分．原書於十年前出版後，在美國各大學工程學院風行一時台灣大學亦於五年前選爲教本．譯者在本書上冊序文中曾對今日工程力學教育趨向及本書風格略作介紹，不再贅述．對本書下冊應作特別說明者爲下列諸點：

1. 向量用於靜力學中，對大部問題言，其優點並不顯著，但在動力學中則充分發揮其優越性．本書全部使用向量分析，熟讀後非但可對動力學有較深刻之理解，對向量算法之運用更可熟練．

2. 張量分析雖爲研究高等力學之必要工具，但舊式教科書中則避免使用．本書在第十六章中討論剛體慣性項性質時即介紹張量觀念，此不但爲極適宜之途徑，亦合"及早把握最佳工具"之最新科學教育原則．

3. 本書討論範圍較同類書籍爲廣泛，尤注重今日及未來工程師所面對之問題．書中對人造衞星，帶電質點之運動，各式廻轉儀之分析，及電子計算機在力學問題上之應用等討論至爲詳盡，此等材料應爲本書之特色．

4. 本書教材在吾國現行制度下無法授畢，但除課室選擇講授外，其餘部分亦有長時間之參考價值．

本書之翻譯工作承台灣大學土木系講師楊忠益，林聰梧；力學研究生蔡益超、汪蘇甦、賈文魁、林佑輔、魏濟邦及中國文化學院工學研究所力學組畢業生周茂雄、鍾宏光及許絳烟女士多所協助在此謹致謝意．

丁觀海　五十九年三月二十九日

原著者第二版序

第一版序文第一節在第二版中仍可使用，轉錄如下：

“本書爲用向量方法之力學，本人撰寫時特別注意基本觀念及嚴謹性，使學生讀後可面對今日工程師可能遭遇之各種問題．選擇教材時亦試行幫助讀者發展對普通力學問題解決之技巧．本書並容納其他力學部門若干初步材料，使大學本部學生有較寬廣之視界”．

在準備第二版時本人所努力者爲如何可使內容在教學上增加效率並仍能維持第一版之水準與嚴謹．爲達此目的作者試行下列之更改：

1. 運動學之材料（第一版中第十一章）分別編排於本書第十一章及第十五章中．如此可使難易之進度順序較爲適宜．另外，此新編排可縮減某些運動學觀念之介紹與其充分應用於一般動力學問題之時間．

2. 有關振動之大部分材料（前爲第十二章之一部）移至第廿章使可與微分方程課業配合．但足夠之振動學教材仍留於第十二章中（質點動力學）以免使讀者誤認連結體系之振動與一般質點動力學有何基本差異．

3. 除將“可變體力學”一章刪除外，對第一版熟悉之讀者將知除運動學與振動學外教材之順序並無變更．但大部內容均經重寫以達較清晰及較連貫之目標．

4. 本版中增新例題甚多，可對所述理論作較佳之說明並提供與標題有關問題之知識．對習題部份亦作同樣之處理，本版內所彙集之習題自簡單練習至繁複問題以求廣泛．習題有設及應用類比及位準電子計算機之應用者，係爲學生對此種技術有興趣及受有訓練者所備．具特殊意義之習題均註以星標．

5. 新版中對可刪略而不致影響全書連續性之各節均予以星標．本書材料中具特殊性質或較高深者，係爲對力學特具興趣學生所備，均用較小字體排印．本人希望此等材料對授課者爲本課程之發展計劃有所助益．

6. 每章末之結論及註腳之使用係爲連繫力學觀點與他工程科學間之關係與對力學本身作進一步研究之用．

以下爲對本版內容較詳盡之敍述，並進一步解釋本版若干改進之處．

吾人開始先計算在單一參考系內向量對時間之微分用直角坐標，圓柱坐標，及路線坐標．此後即討論單一質點在單一參考系內之運動學．再提出相對運動之觀念，但在本版中，先僅討論局部之相對運動，直至第十五章時始討論坐標系相對平移之問題．但在此時，吾人能以謹愼敍述“相對於一點”一質點運動之意義．在第十二章中將討論直線平移之質點動力學，有心運動，及某些沿曲線運動．振動之觀念亦先在本章介紹然後在廿章中再作詳盡之討論．最後討論質點系，應用質心觀念，並因此可對已習用之質點觀念有較佳之瞭解．在第十三及第十四章中我人將應用動量及動量之強有力方法於質點及質點系．在第十四章末，爲連貫計，作者對方程式$\boldsymbol{M}=\dot{\boldsymbol{H}}$應用於剛體平面運動中有所討論，此類問題讀者於物理課程中業經熟悉．此處吾人由剛體運動學之基礎引導慣性矩項．在第十五章及第十六章中再分別對剛體運動學及慣性矩張量分別予以詳細討論．因此在第十五章中吾人介紹傑西爾定理（Chasle's Theorem），並應用於剛體之廣泛相對運動，包括參考坐標系間普遍之相對運動．此章中吾人可對質點動力學作一結束同時對剛體動力學之愼重探討並立其基礎．在第十六章中關於慣性張量教材之編排可使張量之標記法變爲隨意者．本版中添一新節，即用拉氏乘數（Lagrange multiplier）主慣性矩及主軸方向．此時吾人可對方程式$\boldsymbol{M}=\dot{\boldsymbol{H}}$用於剛體時作一詳細之研討．極有用之奧拉氏（Euler）方程式亦於此時介紹．此時授課者可任意先廣泛應用奧拉氏方程式及$\boldsymbol{M}=\dot{\boldsymbol{H}}$於簡單之純旋轉及平面運動然後進入普遍之三維問題．或亦可先用於較普遍之問題，使學者先把握此等一般方程式之意義，然後再用於狹義之旋轉及平面運動．（作者本人喜用後者．）在第十八章中吾人討論剛體之能量法．應用十七及十八章所講之材料，在十九章中對剛體對一定點之運動之特殊運動作詳細之討論．吾人解釋奧拉角之需要，並用以介紹重要之廻轉儀動力學．在小體字中，對第一版中所討論之自轉陀螺曾作縮短之修正．此章多處曾經改寫爲使較爲實用．最後，吾人在第廿章繼續討論在第十一章已介紹之振動問題．作者決定删除第一版中之第廿一章（變體媒介）係因感應此部材料最好在流體力學中作深入之研究．

對勃魯克林工藝學院之毛德周博士（Dr.M.Morduchow）著者應表謝意．密西根大學之劉博士（Dr.Y.King Liu），亦即出版者之審查人，曾提供有益之批評與建議，亦在此致謝．哥倫比亞大學之朱博士（Dr.C.K.Chu）曾給予有益及鼓勵性之批評深爲感激．水牛城紐約大學同事瑞斯曼博士（Dr.H.Reismann）苟玆里博士（Dr.F.Cozzarelli）曾供給應用類比及位

進電子計算機之習題計劃應特別致謝．對水牛城經常給予鼓勵之同事亦表示感謝．對國內許多教授所予本書第一版各方面之通訊討論，著者由衷致謝．作者繼續改進本書之努力，此等通訊爲強有力之推動．最後對查班博士(Dr. E.A.Trabant)須致至深之銘感，彼對余之工作有長期之信任與興趣，彼邀余至此處使余能繼續寫作於一激發之環境中．

I .H . Shames

徐氏基金會科學圖書編譯委員會

監修人　徐銘信　發行人　王洪鎧

科學圖書大庫

中華民國六十八年二月二日六版

工程力學

（下冊・動力學）

3.60

改訂為基價4.00元

基本定價　3.20

譯者　丁觀海　國立臺灣大學教授

本書如發現裝訂錯誤或缺頁情形時，敬請「刷掛」寄回調換。謝謝惠顧。

(67)局版臺業字第1810號

出版者　財團法人 臺北市徐氏基金會　臺北市郵政信箱53-2號　電話7813686號 7815250號

發行者　財團法人 臺北市徐氏基金會　郵政劃撥賬戶第15795號

承印者　大興圖書印製有限公司　三重市三和路四段一五一號　電話9719739

目　　錄

力

11. 質點運動學－簡單相對運動

11.1 緒論

運動學是研究有關質點及剛體的運動而不考慮爲何使運動產生的力學之一部門．因此我們可視運動學爲研究運動的幾何學．一旦我們對運動學的各種性質熟悉後就可更進一步地去研究使運動發生的原因以及運動本身．吾人稱研究此類範圍的科學爲動力學（ dynamics ），共可分爲下述幾個部份，本書均將加以討論．

1. 一簡單質點的動力學．（在本書前幾章靜力學中曾提到吾人只考慮質點的質量而不考慮其體積）．
2. 一系列質點的動力學．可視爲由許多的簡單質點所組成，如流體的流動及剛體的運動等是．
3. 一剛體動力學．此一部份在研究力學上佔很重要的地位，因此本書將以很大篇幅討論之．
4. 一系列剛體的動力學．
5. 一具有連續性及可變性介質的動力學．重要的例子如流體等．

在本書的開頭曾提及質點在研究動力學上佔了相當重要的地位，但質點與物理學上所討論的物體間到底具有些什麼關係呢？簡言之，在若干問題中，物體的形狀和大小與其運動無關，只有物體的質量與其運動有關而已．例如圖 11.1 所示，拖一卡車上坡，吾人只考慮卡車的質量而不考慮其形狀或大小（在風力等因素可被忽略的情況下），因此於計算所需的拖引力時，可將卡車視爲一質點，至於其他情況可參見第一章．

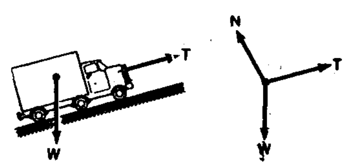

圖 11.1

現就此問題再詳加討論之．若欲求任何物體的質量重心的運動方程式可照下述

方法求之．

1. 將整個物體的質量集中於物體質心上．
2. 將其所受外力的合力作用於所假設的質點上．

當質心具有吾人所欲求的運動性質時，即可應用質點觀念（亦即求質心運動）．因此物體上各點在任何時間皆具有相同的速度（此稱爲平移運動）時，吾人只要知道質心的運動即可知道整個物體的運動（如卡車運動的例子即是，在此情況下輪胎的慣量未被考慮）．另外若體積的大小與其運動路徑（如平面運動）之比甚小時，吾人只須求出其質心的運動，因此可應用質點觀念求之．

第一部　一般概念

11.2 向量對時間之微分

研究靜力學時，我們曾應用向量解法，因使用向量法有許多方便的地方，若將以前的運算方法歸納起來，則可區分爲向量代數和及非向量代數和，現在將其推廣爲求其對於變數爲時間 t 的微分及積分運算．對於非向量而言，吾人只求物理量值隨時間變化的關係，因此非向量的微分定義爲：

$$\frac{df(t)}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}\right] \tag{11.1}$$

所得的結果亦爲時間的函數，並可以再加以微分，且微分可以重複數次，直至得到欲求的函數爲止．

對於向量言，時間的變化，可能使物理量的大小變更，亦可能使方向變更，現就以 $\boldsymbol{F}(t)$ 表示這一類的向量，由此得向量對時間的微分定義爲：

$$\frac{d\boldsymbol{F}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{F}(t+\Delta t)-\boldsymbol{F}(t)}{\Delta t}\right] \tag{11.2}$$

如果式中 $\boldsymbol{F}$ 的方向在一定時間內沒有變更，則所得的結果與非向量相同．但如果不是這種情形，則吾人所求得對於時間 t 的微分的新向量，其大小與方向都與 $\boldsymbol{F}$ 本身不同，像這一類問題比較繁複．

現在考慮一質點的位置向量對於時間 t 的變化率，此變化率可定爲質點的速度向量 $\boldsymbol{V}$，依照式 11.2 的定義，得

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)}{\Delta t}\right] \qquad 11.3$$

式中括弧的位移向量由圖 11.2 表示之，二者向量之差即爲向量 $\Delta\boldsymbol{r}$ ，表示於圖上該質點運動路線的連線上，因此得

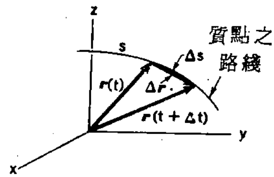

圖 11·2

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta s}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

當 Δt 趨近於零時，$\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向則趨近於質點在 $\boldsymbol{r}(t)$ 位置時的方向，而其大小則趨近於 Δs ，因此當取極限值時，$\Delta\boldsymbol{r}/\Delta s$ 變成一單位向量 ε_t 並與質點的運動軌跡相切，因此上式又可寫成

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\boldsymbol{V}=\frac{ds}{dt}\varepsilon_t \qquad 11.4$$

因此由 $d\boldsymbol{r}/dt$ 可得一向量，其大小等於質點的速度及其方向與質點的軌跡相切．所須注意的是，在位置向量及速度向量之間的夾角並不只限於 $90°$ 而可以爲任何角度．

現在再考慮向量的微分運算．首先以二向量 $\boldsymbol{A}(t)$ 及 $\boldsymbol{B}(t)$ 之和爲例，此二向量之和的微分可照以下三步驟求之：

(1) $$\frac{d(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{A}(t+\Delta t)+\boldsymbol{B}(t+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t)-\boldsymbol{B}(t)}{\Delta t}\right]$$

(2) $$=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{A}(t+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t)}{\Delta t}\right]+\lim_{t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{B}(t+\Delta t)-\boldsymbol{B}(t)}{\Delta t}\right]$$

(3) $$=\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}+\frac{d\boldsymbol{B}}{dt} \qquad 11.5$$

在第二步驟中，我們應用二向量和的極限值等於二向量極限值之和的條件，這可由數學上實變數的理論得證之．

其次考慮向量 $\boldsymbol{A}$ 及 $\boldsymbol{B}$ 點乘積的微分，應用極限值的定理可得：

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{A}(t+\Delta t)\cdot\boldsymbol{B}(t+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t)\cdot\boldsymbol{B}(t)}{\Delta t}\right]$$

加減 $\boldsymbol{A}(t+\Delta t)\cdot\boldsymbol{B}(t)$ 於上式右端之分子上，可得：

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})$$

$$=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{A}(t+\Delta t)\cdot\boldsymbol{B}(t+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t+\Delta t)\cdot\boldsymbol{B}(t)+\boldsymbol{A}(t+\Delta t)\cdot\boldsymbol{B}(t)-\boldsymbol{A}(t)\cdot\boldsymbol{B}(t)}{\Delta t}\right]$$

將上式右端之分子加以整理得：

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})$$

$$=\lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\boldsymbol{A}(t+\Delta t)\cdot[\boldsymbol{B}(t+\Delta t)-\boldsymbol{B}(t)]+[\boldsymbol{A}(t+\Delta t)-\boldsymbol{A}(t)]\cdot\boldsymbol{B}(t)}{\Delta t}\right]$$

取其極限值得：

$$\frac{d(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})}{dt}=\boldsymbol{A}\cdot\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}+\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}\cdot\boldsymbol{B} \qquad 11.6$$

同理可證得叉乘積的微分爲：

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\times\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}+\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}\times\boldsymbol{B}$$

最後再考慮非向量的時間函數與向量的時間函數之積的微分，此留待學者去證明爲

$$\frac{d}{dt}[f(t)\boldsymbol{A}(t)]=f\frac{d\boldsymbol{A}}{dt}+\frac{df}{dt}\boldsymbol{A}$$

因此於求向量的各種型式的微分時，我們所使用的運算方法與在初等微積分上所使用的方法相類似.

現討論應用於力學上的問題，在前面已提過：

$$\boldsymbol{V}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \qquad 11.7$$

一質點的加速度向量則可寫爲