蘇聯 依·米·伏龍科夫原著

理論力學教程

下册

動力學部份

呂茂烈譯

東北工業部教育處出版
1952年

蘇聯　依·米·伏龍科夫原著

理論力學教程

下冊

動力學部份

高等工業學校教科書

東北工業部教育處出版
1952年

理 論 力 學

下 冊

原 著 者: 依・米・伏龍科夫
原出版處: 蘇聯國家技術理論書籍出版局
原出版期: 一九四六年第三版
譯　　者: 哈爾濱工業大學理論力學教研室
出 版 者: 重工業出版社
印 刷 者: 哈爾濱工業大學印刷廠
總 經 售: 中國圖書發行公司

第一版 (13000)　　定價 1 萬元

動 力 學

目 錄

甲 質點動力學

乙 質點系動力學

動　力　學

甲　質點動力學

第十八章　動力學緒論

§ 95　動力學基本定律　絕對單位制與工程單位制

動力學是理論力學的一部份，在其中建立了物體的運動與作用於其上之力間的關係並研究其性質。從這個定義可知，運動學與動力學間的區別在於：在運動學中僅從幾何的觀點來研究物體的運動，而在動力學中則從力作用於物體（一般地作用於質系）的關係上來研究物體（或質系）的運動。

爲了使材料的敘述能有很好的系統性，動力學一般地又分爲兩個部份——質點動力學與質點系動力學。

在第一個部份中研究最簡單物體——即質點，其大小的度量可以不計（參看§1）——的運動。在第二個部份中研究機械系統——有限個或無限數目的質點群，由於在質點間存在着約束，這些質點均不可能互相脫離而作獨立的運動——的運動。在系的動力學中特別還研究絕對剛體或不變質點系的運動，在這種質點系中，質點間的距離保持不變。

動力學的基本問題爲：

1）　如已知某一質點或某一質點系的運動，求作用於該質點或該質點系的力。

2）　如已知作用於某質點或某質點系的力，求該質點或該質點系的運動。

在解決這兩問題時，動力學上建立了和物質運動有密切關連的各種物理量（質量、力、動量、功、能等等）之間的普遍的、數量上的關係。

作爲動力學基礎的定律在距今250年以前已首先由依薩克·牛頓在其名著"自然哲學之數學原理"（1687）年中準確地建立了並作了有系統的敘述。

所有動力學上以後的定理都是應用數學分析的演繹方法從這些基本定律中得來的。

從這些古典力學的基本定律出發，我們首先開始來研究質點動力學。

第一定律（慣性定律） **如質點不受任何力的作用，則此質點或處於靜止，或作直線等速運動。**

如以 $\mathbf{F}$ 表示作用於質點的力，以 $\mathbf{v}$ 表示其速度，則第一定律可表示爲：如 $\mathbf{F}=0$，則 $\mathbf{v}=$常數。在特殊情形下，速度 $\mathbf{v}$ 可以等於零。

因爲力是代表其他物體對該質點的作用，所以要使這個質點處在第一定律中所說的條件下，必須設想把這質點從對它有作用的周圍的物體中孤離出來。

質點保持其速度不變的性質（即不改變其速度的大小與方向，在特殊情形下則保持其靜止狀態）稱爲慣性。這個性質已早由伽利略指出。

這樣，動力學第一定律確立了質點慣性的性質。在另一方面，從這定律還可以得到關於力的概念：對於已知質點來說，力是改變此點運動的外界因素。由此定律可知，如果點的運動不是**慣性運動**，即非直線等速運動，則在其上必有力作用。

第二定律（力與動量間關係的定律） **作用於質點的力的大小等於該點的質量與其加速度的乘積，而力的方向則與加速度的方向相同。**

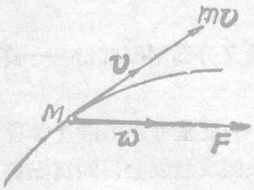

圖 266

設質點 M 沿某一曲線軌跡而運動（圖266）。如以 m 表示點的質量，以 $\mathbf{w}$ 表示其加速度，而作用於其上的力則以 $\mathbf{F}$ 表示，於是根據此定律得：

$$\mathbf{F}=m\,\mathbf{w} \tag{1}$$

這個向量方程式建立了力、質量與加速度三個量之間的關係，它是質點動力學的基本方程式，並作爲以動力學方法求力之大小與方向之用。

在這方程式中，數量 m，即該點的質量，對已知點來說，它是一個正值的常數。

由方程式（1）可知，當加速度 $\mathbf{w}$ 相同時，力的大小與點的質量成正比，換句話說，要使質點有某一已知加速度，則在質量較大的點上應作用較大的力。因此點的質量愈大，則該點對其速度之改變（離開其慣性運動）的阻礙也愈大。故**質量爲質點慣性之度量**（或物體在其移動時之慣性的度量）[1]。

如將方程式（1）改寫爲：

$$\mathbf{w}=\frac{\mathbf{F}}{m} \tag{2}$$

則由此可知，**由已知力所引起的質點的加速度等於這力與該點質量之比。**

由數量等式 $F=mw$ 可知：

[1]）牛頓的定義爲：質量是物體所包含之物質的度量。

$$m=\frac{F}{w} \tag{3}$$

卽：質點的質量等於力與此力所引起的該點的加速度之比值。

由實驗所知，物體在落下時受重力之作用，且在同一個觀測地點，所有物以相同的加速度 g 下落（在眞空中）。在地面上不同地方，g 之大小不同，它與當地的地理緯度、該地位離開海面的高度以及其他物理因素有關。

如以 P 表示物體的重量，則根據等式（3）得：

$$m=\frac{P}{g} \tag{4}$$

卽：物體的質量等於其重量除以地面上該處的落體加速度（重力加速度）。

由等式（4）可知：

$$P=mg \tag{5}$$

卽物體的重量等於其質量與地面上該處的落體加速度的乘積。

因爲在地面上不同之處加速度並不相同，所以同一物體的重量亦不是一個常數，但其質量則保持不變。

如預先已建立了動量的概念，則方程式（1）所表示的動力學第二定律還可以有另一種表述。

質點的動量是有向量，等於該點的質量與其速度的乘積，卽等於 $m\mathbf{v}$；因此動量的方向總是和動點速度的方向相合（圖266）。

由運動學已知，加速度等於速度對時間的導數，卽：

$$\mathbf{w}=\frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

因爲質量 m 是常數，所以方程式（1）可以寫爲：

$$\mathbf{F}=\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) \tag{6}$$

卽：力等於動量之向量對時間的導數。

第三定律（作用與反作用相等定律） **兩個質點互相作用的力總是大小相等，沿連接該兩點的直線並朝相反方向。**

關於這個定律我們已在靜力學中（§3）說過。如 A 點以力 $\mathbf{F}$ 作用 B 點，則 B 點以力 $\mathbf{F}'$ 作用於 A 點，且 $\mathbf{F}'=-\mathbf{F}$。如以 m 與 m' 分別表示 A 點與 B 點的質量，又以 $\mathbf{w}$ 與 $\mathbf{w}'$ 分別表示其加速度，則根據第二定律得：

$$F=mw \text{ 與 } F'=m'w'$$

從等式 $F=F'$ 可知：

$$mw = m'w' \text{ 或 } \frac{w}{w'}=\frac{m'}{m}$$

即：兩質點 A 與 B 互相引起的加速度之大小與該兩質點的質量成反比例。這兩加速度沿直線 AB 而朝相反的方向。

第四定律（力之作用互不相關定律） **如在質點上同時作用幾個力，則此質點的加速度等於在這些力分別作用時該點所得加速度的幾何和。**

設在質量爲 m 的質點上作用有 $\mathbf{F}_1$、$\mathbf{F}_2$……$\mathbf{F}_n$ 諸力。如以 $\mathbf{w}$ 表示該點的加速度，又以 $\mathbf{w}_1$、$\mathbf{w}_2$……$\mathbf{w}_n$ 表示當這些力分別作用於該質點時此點所能產生的加速度，則根據本定律可得：

$$\mathbf{w}=\mathbf{w}_1+\mathbf{w}_2+\cdots\cdots+\mathbf{w}_n \tag{7}$$

此外，根據第二定律得：

$$\mathbf{F}_1=m\mathbf{w}_1,\quad \mathbf{F}_2=m\mathbf{w}_2,\quad \cdots\cdots\mathbf{F}_n=m\mathbf{w}_n$$

與諸已知力 $\mathbf{F}_1$、$\mathbf{F}_2$……$\mathbf{F}_n$ 互等的力 $\mathbf{R}$ 稱爲其合力，這力所引起的質點加速度 $\mathbf{w}$ 等於諸力 $\mathbf{F}$ 同時作用時此質點所得的加速度。

因此

$$\mathbf{R} = m\mathbf{w}$$

或

$$\mathbf{R}=m(\mathbf{w}_1+\mathbf{w}_2+\cdots\cdots+\mathbf{w}_n)=m\mathbf{w}_1+m\mathbf{w}_2+\cdots\cdots+m\mathbf{w}_n$$

由此得：

$$\mathbf{R}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots\cdots+\mathbf{F}_n \tag{8}$$

這公式表示靜力學中所熟知的諸力合成定律：**幾個作用於已知點之力的合力等於這些力的幾何和。**

如 $\mathbf{w}=0$，即：質點作直線等速運動或處於靜止，則 $\mathbf{R}=0$，或根據等式(8) $\Sigma\mathbf{F}=0$。在此情形下，力系 $\mathbf{F}_1$、$\mathbf{F}_2$……$\mathbf{F}_n$ 稱爲平衡力系（等於零）。

牛頓在其叙述這些基本定律時指明：這些定律只能應用於質點絕對運動的情形中且牛頓理解質點的絕對運動爲對於絕對靜止的、與物體無關的"死的"空間的運動。但由辯證唯物論以及近代物理的觀點來看，把空間及時間理解爲與物質無關、與物質運動無關的絕對標準是完全錯誤的。恩格斯在其"自然辯證法"中指出："時間與空間是物質存在的方式；如沒有它們，物質將祇是空洞的概念，祇是存在於我們頭腦中的抽象的東西"。

在運動學開頭已經指出：運動在其本質上是相對的概念，因爲所有運動都只有相對於與某一物體相連的參考座標系才能加以觀察。因此，要根據牛頓的觀點來確

立一個絕對靜止的參考座標系，把對於這個座標系的運動看成爲絕對的，這是不可能做到的。由此發生一個重要的、在動力學中占有基本原則意義的問題，即：在應用牛頓定律時，我們應當相對於那一個座標系來求動點的速度、加速度？因此，如果應用古典力學的定律，我們應該首先確定一個可以認爲是"靜止"的**基礎座標系**，即選擇一個座標系，對於它而應用牛頓定律會有足够的準確程度。

由觀測與實驗所知，在大部份與應用工程有關的問題中，可以選取與地球相連的座標系作爲"靜止"座標系。在某些必須把地球自轉計算在內的問題中則選取地球中心座標系，這座標系的原點即取在地球中心，而其三軸則分別指向某三個"不動"的恒星。在天文中選取太陽中心座標系，其原點與太陽的中心相合，而其軸則分別指向某三個"不動"的恒星。

在以後的敘述中，當說到"靜止"座標系時，差不多全是指與地球相連的座標系。在二十三章中我們將研究質點相對運動的問題，即研究點相對於某動座標系的運動，而這動座標系又相對於基礎"靜止"座標系有一定的運動。

在量度理論力學中所要遇見的物理量時，或則採用**工程單位制**，或則採用CGS制（絕對單位制）。

在工程單位制中基本度量爲：長度單位——**公尺**，時間單位——**秒**，力單位——**公斤**。在工程單位制中用以表示其他各種物理量的所有單位都是由這三個基本單位導出的。在此單位制中，質量的單位以質量工程單位表示，其因次爲：

$$[m]=\frac{\text{力}}{\text{加速度}}=\text{公斤}\div\frac{\text{公尺}}{\text{秒}^2}=\frac{\text{公斤}\cdot\text{秒}^2}{\text{公尺}}=\text{公斤}\cdot\text{公尺}^{-1}\cdot\text{秒}^2 \quad (9)$$

如在公式

$$m=\frac{F}{w}$$

中，令 $F=1$公斤，又 $w=1$公尺/秒^2，則 $m=1$（一個工程單位質量）。因此，**在工程單位制中，質量單位是能够被 1 公斤之力引起 1 公尺/秒^{2}之加速度的質量。**

如在公式（4）中將加速度 g 之値取爲 9.81公尺/秒^2，則得：

$$m=\frac{P}{9.81} \quad (10)$$

因此，欲求物體以工程單位計算的質量，應將其以公斤計算的重量除以 9.81。由此可知，如，$P=9.81$，則 $m=1$，即：1 工程單位的質量等於重 9.81公斤之物體的質量。

在 CGS 中基本度量爲：長度單位——公分，時間單位——秒，與質量單位——克質量，即在標準大氣壓下（760公厘）與攝氏4度時1立方公分淨水的質量。在這單位制中，力之單位爲導出單位，而力的因次則爲：

$$[\text{力}]=\text{質量}\times\text{加速度}=\text{克}\frac{\text{公分}}{\text{秒}^2}=\text{克}\cdot\text{公分}\cdot\text{秒}^{-2} \tag{11}$$

如在公式 $F = mw$ 中，令 $m = 1$ 克（克質量），又 $w=1$公分/秒^2，則

$$F = 1\ \text{克}\cdot\text{公分/秒}^2$$

因此，在 CGS 制中，單位力爲能够使 1 克質量有 1 公分/秒^{2}之加速度的力。這個單位力稱爲達因。

因爲 $g = 9.81$ 公尺/秒^2=981公分/秒^2，又 1 立方公分的水在 4°C 時的重量爲 1 克，所以 1 克重量 = 981 達因，而 1 達因 $=\frac{1}{981}$克重量。

在動力學中，和在靜力學和運動學中一樣，我們將採用工程單位制。

§ 96 質點運動之微分方程式

設質量爲 m 的質點 $M(x, y, z)$ 受變力 $\mathbf{F}$ 的作用而沿曲線軌跡運動（圖267）。力 $\mathbf{F}$ 在座標系 $Oxyz$ 之軸上的投影分別爲 X、Y 與 Z。

如以 $\mathbf{w}$ 表示質點的加速度則根據牛頓第二定律可得：

$$\mathbf{F} = m\mathbf{w}$$

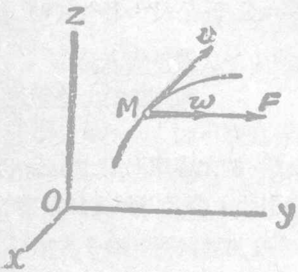

圖 267

將此向量等式投影在座標軸上，得：

$$X = mw_x,\quad Y = mw_y,\quad Z = mw_z$$

由運動學（§68）已知，加速度在座標軸上的投影可表示爲：

$$w_x=\frac{d^2x}{dt^2},\quad w_y=\frac{d^2y}{dt^2},\quad w_z=\frac{d^2z}{dt^2}$$

將這三値代入以上方程式，即得：

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=X,\qquad m\frac{d^2y}{dt^2}=Y,\qquad m\frac{d^2z}{dt^2}=Z \tag{12}$$

這樣，我們得到三個二階微分方程式，這一組方程式以數量形式表示牛頓第二定律。

這些質點動力學的基本方程式稱爲質點運動的微分方程式。如在質點上同時作

用幾個力，則根據第四定律，此時 X、Y、Z 應理解爲所有這些力的合力在座標軸上的投影。

§ 97 質點動力學之兩大基本問題

應用上節所得的微分方程式可解質點動力學的二大基本問題：

第一問題 如已知質點的運動，求在此運動時該點所受的力。

設點的運動由下列運動學方程式

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t)$$

定出，這些方程式表示動點的座標爲時間的已知函數。現需求作用於此點的力 $\mathbf{F}$

這問題可從上節的方程式（12）直接求得解答，即：

$$X = mf_1''(t), \quad Y = mf_2''(t) \text{ 與 } Z = mf_3''(t)$$

其中 m 爲該點的質量。在求出力 $\mathbf{F}$ 的三個投影後，即可求得其大小與方向。

例如，設質量爲 m 的質點 M 在 Oxy 平面內沿橢圓軌跡而運動，運動由下列運動學方程式

$$x = a\cos(kt); \quad y = b\sin(kt) \text{ *)}$$

定出，求作用於這點的力 $\mathbf{F}$（圖268）。

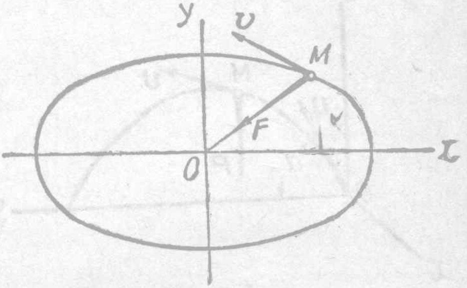

圖 268

從已知方程式求得：

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2a\cos(kt) = -k^2x$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2b\sin(kt) = -k^2y$$

將這些方程式各乘以質量 m，求得力 $\mathbf{F}$ 的投影爲：

$$X = m\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2mx, \quad Y = m\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2my$$

現求力 $\mathbf{F}$ 的大小，根據公式得：

$$F = \sqrt{X^2+Y^2} = k^2m\sqrt{x^2+y^2} = k^2mr$$

其中 $r = \sqrt{x^2+y^2}$ 爲動點的向徑。爲了決定向量 $\mathbf{F}$ 的方向，求得其方向餘弦如下：

---

*) 如從這兩方程式中消去時間 t，則得軌跡方程式 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$，即橢圓的方程式。

$$\cos(\mathbf{F},\mathbf{i})=\frac{X}{F}=-\frac{x}{r}\ ; \qquad \cos(\mathbf{F},\mathbf{j})=\frac{Y}{F}=-\frac{y}{r}$$

由另一方面看，向徑$\mathbf{r}$的方向餘弦可表示爲：$\cos(\mathbf{r},\mathbf{i})=\frac{x}{r}$與$\cos(\mathbf{r},\mathbf{j})=$ $=\frac{y}{r}$。由此可知，向量 $\mathbf{F}$ 與 $\mathbf{r}$ 的方向餘弦只是在符號上不同，因這兩向量在同一直線上而朝相反的方向。故得：

$$\mathbf{F}=-k^2m\mathbf{r}$$

這個向量等式表示在此橢圓運動中，該點受中心引力的作用，此力與該點的質量、該點到引力中心（在座標原點，卽橢圓中心上）的距離成正比[1]）。

第二問題（第一問題之逆）　如在質量爲已知的質點上作用已知力 $\mathbf{F}$，需求該質點的運動，卽：以時間的函數來表示此點的座標。

這問題的解答變爲質點運動之微分方程式的積分問題。在這些運動方程式中，因爲 $\mathbf{F}$ 爲已知，所以 X、Y 與 Z 亦爲已知。

今以下面的問題爲例：質點在眞空中與水平成 α 角而拋射，其初速爲 v_0（圖269），求此點在重力作用下的運動。

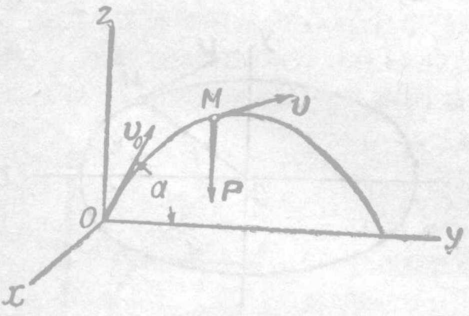

圖　269

以該點原來所在的位置爲座標原點，z 軸定爲鉛垂向上，而 y軸則定爲水平，使點的初速 $\mathbf{v}_0$ 在 Oyz 平面內。

因爲該點只受重力作用，所以在所選擇的座標系中；

$$X=Y=0;\ Z=-P=-mg$$

此外，在初瞬 $t=0$ 時，

$$x_0=y_0=z_0=0$$

$$v_{0x}=0\ ;\ v_{0y}=v_0\cos\alpha;\ v_{0z}=v_0\sin\alpha$$

寫出點運動的微分方程式，得；

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=0\ ;\ m\frac{d^2y}{dt^2}=0\ ;\ m\frac{d^2z}{dt^2}=-mg$$

消去 m，得：

$$\frac{d^2x}{dt^2}=0\ ;\quad \frac{d^2y}{dt^2}=0\ ;\quad \frac{d^2z}{dt^2}=-g$$

[1]）力 $\mathbf{F}$ 朝向中心，故爲引力。

將第一方程式積分，得:

$$\frac{dx}{dt}=C_1$$

以 v_x 代 $\frac{dx}{dt}$，得:

$$v_x = C_1$$

卽: 速度在 x 軸上的投影爲常數。現只須求積分常數 C_1 ; 因爲速度不變，所以任何時候爲同一數值，亦卽等於它在時間爲零時的數值。由此得:

$$C_1 = v_{0x} = 0$$

故

$$\frac{dx}{dt} = 0$$

由此得:

$$x = C_2$$

但在初瞬時，$x = x_0$; 因此

$$C_2 = x_0 = 0$$

於是求得第一微分方程式的解答爲:

$$x = 0$$

由此可知，點的軌跡在鉛垂平面 Oyz 內。

從第二微分方程式得:

$$\frac{dy}{dt} = C_3$$

或

$$v_y = C_3$$

卽: 速度在 y 軸上的投影爲常數。和上面一樣可求得:

$$C_3 = v_{0y} = v_0 \cos \alpha$$

因此

$$\frac{dy}{dt} = v_0 \cos \alpha$$

將此方程式積分，得:

$$y = v_0 t \cos \alpha + C_4$$

在此式中代入起始值 $y_0 = 0$ 與 $t = 0$ ，求得常數 C_4 之值爲:

$$C_4 = 0$$

於是得第二微分方程式之解爲:

$$y = v_0 t \cos \alpha$$

現轉到第三微分方程式

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g$$

積分之，得:

$$\frac{dz}{dt} = -gt + C_5 \text{ 或 } v_z = -gt + C_5$$

常數 C_5 仍可從問題的起始條件求得，以起始值 $v_{0z} = v_0 \sin \alpha$ 與 $t = 0$ 代入此方程式，得:

$$C_5 = v_0 \sin \alpha$$

故

$$\frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha$$

再積分一次，得:

$$z = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin \alpha + C_6$$

以起始值 $z_0 = 0$ 與 $t = 0$ 代入其中，得:

$$C_6 = 0$$

於是得點在 Oyz 平面內運動之方程式的最後形式爲:

$$y = v_0 t \cos \alpha, \quad z = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

從這兩方程式中消去時間 t，得點之拋物線軌跡之方程式爲:

$$z = y \operatorname{tg} \alpha - \frac{gy^2}{2{v_0}^2 \cos^2 \alpha}$$

從上面例題的研究中可以看到: **運動微分方程式積分時所得的積分常數由運動的起始條件來決定**，即: 根據動點起始位置的座標 x_0、y_0、z_0 與其初速在座標上的投影 v_{0x}、v_{0y}、v_{0z} 來決定。由此可知，要完全求得點的運動，只知道作用在點上的力還是不够的。必須同時知道點的運動的起始條件，卽點的起始位置與其初速 $\mathbf{v}_0$。還應該指出: 在普遍情況下，點運動微分方程式積分時可得六個積分常數。在平面運動中則有兩個二次微分方程式，因此能得到四個積分常數，這些常數則由已知的起始座標 x_0、y_0 與初速 v_{0x}、v_{0y}、等四個數值來決定。

第十九章　質點之直線運動

§ 98　質點直線運動之微分方程式

設質點在力 $\mathbf{F}$ 的作用下走過一直線軌跡。取這直線爲 x 軸；因爲 y 軸、z 軸的座標均始終保持爲零，所以該點運動的微分方程式具有下面的形式：

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=X\ ;\ 0=Y\ ;\ 0=Z$$

從後二個方程式可知，在質點直線運動中，作用力的方向與軌跡的方向相合，因此 $X=\pm F$，其中正號在作用力方向係沿 x 軸時適合，負號則在此力方向與 x 軸方向相反時適合。這樣，在直線運動時只有一個微分方程式：

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=X \tag{13}$$

在本章中求質點直線運動時動力學第二問題的解答，即：當作用於質點的力爲已知時，求此點直線運動的規律。當作用於質點之力爲常數時，即 $X=$ 常數時質點獲得等加速度，其值等於：

$$\frac{X}{m}=\pm\frac{F}{m}$$

因此質點作等變速運動。在此情形下，點的速度和其所經路程之值可根據運動學中所已知的等變速運動方程式（§63）而求得。因此沒有必要在這個簡單的問題上更詳細地敘述。

至於變力的情形，則這力的大小可以 1）按照某一定規律隨時間而變，2）與質點的位置有關（例如萬有引力是和質點到引力中心的距離的平方成反比的），3）與質點運動的速度有關（例如質點周圍介質——空氣、水等——的阻力）。在普遍的情況下，作用於質點的力，或更準確地說，作用在質點上幾個力的合力，可以同時和這三個變數有關，即和時間 t、距離 x 與速度 v 三者有關，亦即：

$$X=f\ (t,\ x,\ v)$$

此時方程式（13）的積分可能成爲數學上很大的困難。當函數 f 爲任意形式時，這個方程式的積分在現在還沒有一個普遍的方法，而通常是只能求這方程式的近似解。

今研究在下列三個基本的特殊情形時，即：1）作用於質點的變力是時間 t 的函數時，2）作用於質點的變力僅是距離 x 的函數時與3）此力僅與運動的速度 v 有