QQ教辅

QQJIAOFU

根据新课标编写 适合各种版本教材

（修订版）

一本全®

新课标解题方法

主编：李永哲

高中数学

一册在手◆胜券在握

必修2

延边大学出版社

QQ教辅

QQJIAOFU

根据新课标编写　适合各种版本教材

一本全®

新课标解题方法

高中数学

必修2

主　　编：李永哲

本册主编：王春花

编　　委：刘洪忠　刘德广　刘晓菲　王雪晶　徐丽瑗　张　欣　李玉珍　徐　嵘　滕　飞　郭泗强　姜　勇　兰俊义　赵传娟　杨秀杰

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标解题方法·高中数学(必修2)/李永哲主编.
—延吉:延边大学出版社,2009.7
ISBN 978－7－5634－2791－8

Ⅰ.新… Ⅱ.李… Ⅲ.数学课－高中－解题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第124157号

新课标解题方法·高中数学(必修2)

主编:李永哲
责任编辑:秀 豪
出版发行:延边大学出版社
社址:吉林省延吉市公园路977号　　邮编:133002
网址:http://www.ydcbs.com
E－mail:ydcbs@ydcbs.com
电话:0433－2732435　　传真:0433－2732434
发行部电话:0433－2133001　　传真:0433－2733266
印刷:大厂回族自治县兴源印刷厂
开本:880×1230　1/32
印张:12.75　字数:220千字
印数:1—18500
版次:2009年8月第1版
印次:2009年8月第1次印刷
ISBN 978－7－5634－2791－8

定价:21.00元

前　言

《高中数学解题方法》是按照《新课标》体系编写出的一套解题方法丛书. 这套丛书重视对数学思想方法的考查,在解答过程中都蕴含着重要的数学思维方式及解题技巧,教给学生解决问题的方法和技巧.

知识是基础,思想是深化,方法是手段. 提高学生对数学思想方法的认识和应用,综合提高学生的数学解题能力是本书的宗旨.

本书的作者都是具有多年教学经验的一线特、高级教师,通过对具有代表性的例题、习题,以及历年来高考中出现的经典试题进行全面细致的分析和讲解,帮助学生探索解题规律,掌握解题技巧,提高解题能力.

下面介绍本书各栏目及其特点

一、知识梳理

通过对考点的分析、解读,使学生掌握学习重点,明确学习目标,做到有的放矢,力求使学生通过学习和思考逐步提高独立解题的能力,使解题更加迅速、准确.

二、经典及拓展例题详解

通过对经典例题的分析,帮助学生理解高中数学常用的解题方法(如:换元法、参数法、分析法、数形结合法等),认识和构建数学知识间的联系;通过对经典例题的点评,帮助学生找准解数学题的关键,避免思维误区,让学生亲身体验数学解题、发展、深化的过程,并学会建立数学模型的全过程,追求用最短的时间、最有效的方法来迅速提高学生分析问题和解决问题的能力;遵循举一反三、一通百通的原则,注重解题思路、方法、技巧的培养,更好地领悟、归纳、概括和运用所学知识,激发学生主动学习、主动探讨、主动解题,学中求乐的积极性.

三、经典及拓展题训练

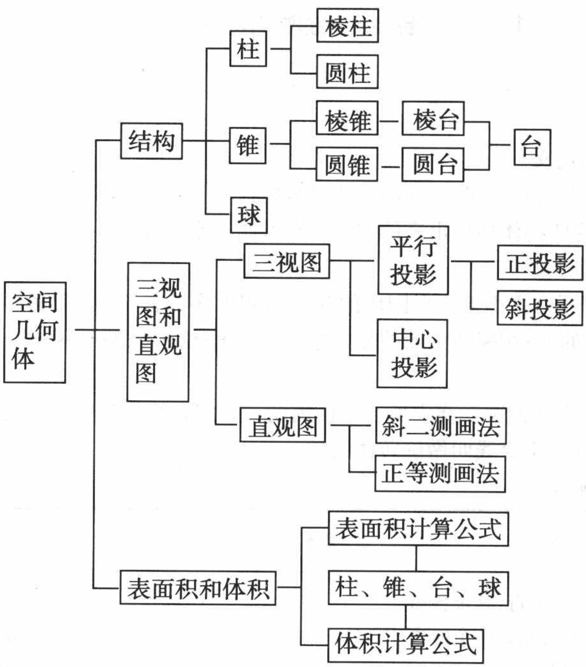
习题的编选由浅入深,涵盖内容广泛,题量充足,题型新颖、灵活、开放,体现了方法与能力训练的完美结合,使学生边学边练,夯实基础,获得能力,轻松迎考.此外,书中精选了近几年年各地高考真题,并对其命题思想进行了分析.

由于编者水平所限,编写过程中疏漏之处在所难免,敬请广大读者批评指正,以期在今后的修订中进一步完善提高.

目　录

第一章　空间几何体

一、知识网络



二、内容与课程学习目标

1. 利用实物模型、计算机软件观察大量空间图形，认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征，并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

2. 能画出简单空间图形（长方形、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合）的三视图，能识别上述的三视图所表示的立体模型，会使用材料（如纸板）制作模型，会用斜二测法画出它们的直观图.

3. 通过观察用两种方法(平行投影与中心投影)画出的视图与直观图,了解空间图形的不同表示形式.

4. 完成实习作业,如画出某些建筑的视图与直观图(在不影响图形特征的基础上,尺寸、纸条等不作严格要求).

5. 了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式(不要求记忆公式).

1.1 空间几何体的结构

1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征

一、知识梳理

1. 空间几何体的定义

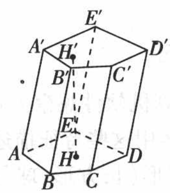
空间中的物体都占据着空间的一部分,若只考虑这些物体的形状大小,而不考虑其他因素,那么由这些物体抽象出来的空间图形就叫做空间几何体.

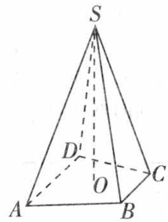
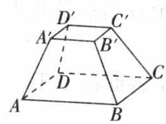
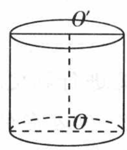
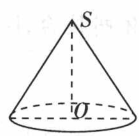
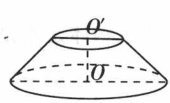
2. 空间几何体的分类

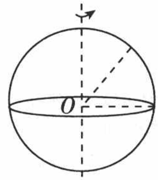
(1)多面体:由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体. 围成多面体的各个多边形叫做多面体的面;相邻两个面的公共边叫做多面体的棱;棱与棱的公共点叫做多面体的顶点.

(2)旋转体:由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的封闭几何体叫做旋转体,这条定直线叫做旋转体的轴.

3. 常见空间几何体

空间几何体	相关概念	基本图形	表示	分类
棱柱	有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的几何体叫做棱柱. 两个互相平行的平面叫做底面,其余各面叫做棱柱的侧面. 相邻侧面的公共边叫做棱. 侧面与底面的公共顶点叫做顶点,不在同一个面上的两个顶点的连线叫做棱柱的对角线;两个底面的距离叫做高.		用底面各顶点的字母表示. 如左图的五棱柱可表示为:“棱柱 $ABCDE-A'B'C'D'E'$.	棱柱的底面可以是三角形、四边形、五边形……这样的棱柱分别叫三棱柱、四棱柱、五棱柱……

空间几何体	相关概念	基本图形	表示	分类
棱锥	有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形，这样的多面体叫做棱锥. 其中有公共顶点的三角形叫做棱锥的侧面，多边形叫做棱锥的底，各侧面的公共顶点(S)叫做棱锥的顶点，顶点到底面所在平面的垂线段(SO)，叫做棱锥的高(垂线段的长也简称高).		棱锥可以用底面与顶点表示，如左图的四棱锥可表示为："$S-ABCD$".	按底面多边形形状，有三棱锥、四棱锥、五棱锥等.
棱台	用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分，这样的几何体叫做棱台. 原棱锥的底面和截面分别叫做上底面、下底面，棱台也有侧面、侧棱、顶点.		左图的四棱台可表示为："$A'B'C'D'-ABCD$".	按底面多边形形状有三棱台、四棱台、五棱台等.
圆柱、圆锥、圆台	以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆柱. 以直角三角形的一直角边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥. 用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分，这样的几何体叫做圆台. 圆柱、圆锥、圆台都称为旋转体，旋转轴叫做轴；在轴上的这条边的长度叫做高；垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做底面；不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做侧面；无论旋转到什么位置，这条边都叫做母线. 圆柱和棱柱统称为柱体，棱台与圆台统称为台体，圆锥与棱锥统称为锥体.		圆柱、圆锥、圆台都是用表示它的轴的字母表示:如左图的圆柱可表示为："圆柱OO'"；圆锥表示为："圆锥SO"；圆台表示为："圆台OO'".	

空间几何体	相关概念	基本图形	表示	分类
球	以半圆的直径为旋转轴,半圆面旋转一周所围成的几何体叫做球体,简称球. 半圆的圆心叫做球心,半圆的半径叫做球的半径,半圆的直径叫做球的直径.		球常用表示它的球心的字母 O 表示.	

二、经典及拓展例题详解

例1 下列命题中正确的是 ( )

A. 有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B. 有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱

C. 有两个面平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行的几何体叫做棱柱

D. 用一个平面去截棱锥,底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台

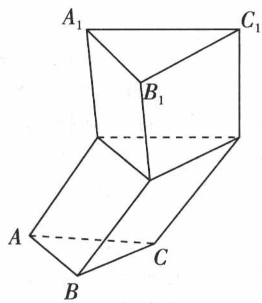


图 1－1－1

分析

用棱柱及棱台的定义进行判定. 如图 1－1－1,面 ABC // 面 $A_1B_1C_1$,但图中几何体每相邻两个四边形的公共边并不都互相平行,故不是棱柱,A,B 都不正确. 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台,D 不正确,故选 C.

答案:C

点评:用棱柱定义判定时,“有两个面平行”不易忽略,但是“每相邻两个四边形的公共边互相平行”易忽略.

例2 判断图 1－1－2 所示物体是不是锥体,为什么?

分析

用棱锥的定义判断.

解:因为棱锥定义中要求:各侧面有一个公共点,但图 1－1－2 中侧面 ABC 与 CDE 没有公共顶点,故该物体不是锥体.

点评：定义是学习的基础，本节概念多，要注意对比记忆.

例3 下列三个命题，其中正确的有 ( )

(1)用一个平面去截棱锥，棱锥底面和截面之间的部分是棱台；

(2)两个底面平行且相似，其余各面都是梯形的多面体是棱台；

(3)有两个面互相平行，其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台.

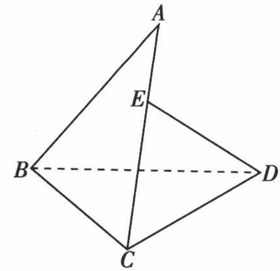


图 1－1－2

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

分析

用棱台定义判断.

(1)中的平面不一定平行于底面，故(1)错；(2)(3)中若侧棱延长不交于一点，也不满足，故(2)(3)不对，应选 A.

答案：A

点评：对棱台定义要注意的两个条件：截面与底面平行不易忽略，但侧棱延长线要交于一点容易忽略.

例4 (2007 · 天津模拟)下列命题中，正确的是 ( )

A. 平行于圆锥的一条母线的截面是等腰三角形

B. 平行于圆台的一条母线的截面是等腰梯形

C. 过圆锥顶点的截面是等腰三角形

D. 过圆台一个底面中心的截面是等腰梯形

分析

用旋转体截面性质进行判断.

平行于圆锥一条母线的截面不是多边形，因为它的边界有曲线段，只有过母线且过顶点作截面才会出现等腰三角形，过圆台一个底面中心的截面若不经过轴，截面也不是多边形，更谈不上等腰梯形，只有过轴的平面才截得等腰梯形，故 A、B、D 均错，选 C.

答案：C

点评：画出图形，并结合圆锥、圆台定义求解.

例5 如图 1－1－3 中,能判断这个几何体可能是三棱台的是 (　　)

A. $A_1B_1=2, AB=3, B_1C_1=3, BC=4$

B. $A_1B_1=1, AB=2, B_1C_1=1.5, BC=3, A_1C_1=2, AC=3$

C. $A_1B_1=1, AB=2, B_1C_1=1.5, BC=3, A_1C_1=2, AC=4$

D. $AB=A_1B_1, BC=B_1C_1, CA=C_1A_1$

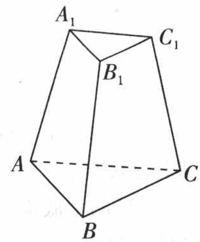


图 1－1－3

分析

不满足$\dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{AC}{A_1C_1}=\dfrac{BC}{B_1C_1}$的一定不是棱台,满足$\dfrac{AB}{A_1B_1}=\dfrac{BC}{A_1B_1}$的也不一定是棱台.

根据提供的数据,A、B 中对应边不成比例,D 中对应边相等,故 A、B、D 一定不是棱台,C 中对应边成比例,可能是棱台,故应选 C.

答案:C

点评:棱台上、下底面对应边相似且侧棱延长线交于一点.

例6 下列说法正确的是 (　　)

A. 直角三角形绕一边旋转得到的旋转体是圆锥

B. 夹在圆柱的两个平面截面间的几何体还是一个旋转体

C. 圆锥截去一个小圆锥后,剩余部分是圆台

D. 通过圆台侧面上一点,有无数条母线

分析

圆锥是直角三角形绕直角边旋转得到的图形,如果是斜边就不是圆锥,A 不正确. 圆柱夹在两个平行于底面的截面间的几何体还是旋转体,故 B 不正确,通过圆台侧面上一点,有且仅有一条母线. 故选 C.

答案:C

点评:用圆锥定义判定易忽略是以直角三角形直角边为旋转轴.

例7 请画出下图 1－1－4 所示的表面展开图.

分析

将立体图形沿着某些棱剪开,然后展在平面上.

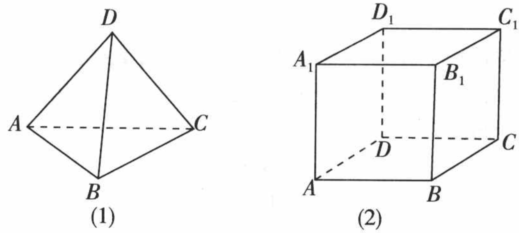


图 1 - 1 - 4

解:展开图如图 1 - 1 - 5 所示.

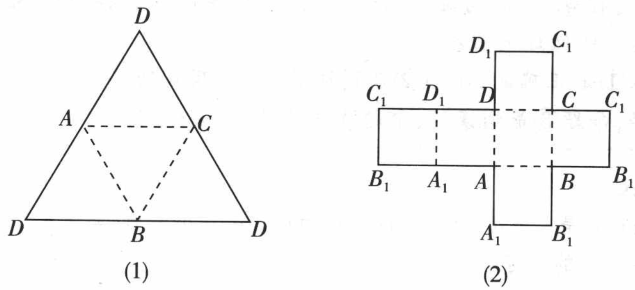


图 1 - 1 - 5

点评:立体图形可展成平面图形,平面图形也可围成立体图形.

例 8 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=3$,$AD=2$,$CC_1=1$,一条绳子从点 A 沿表面拉到点 C_1,则绳子的最短长度是 ( )

A. $\sqrt{13}+1$　　B. $\sqrt{26}$

C. $3\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{14}$

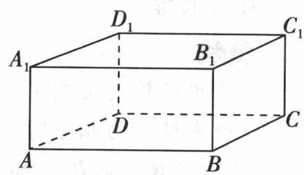


图 1 - 1 - 6

分析

从长方体表面走,应将 A 与 C_1 放在一个平面上求解,将长方体展成平面图形.

将长方体展开有三种展法,沿 AA_1,AB,AD 展成平面图形. 经计算,沿 AB 展开,$AC_1=\sqrt{AB^2+(BB_1+B_1C_1)^2}=3\sqrt{2}$最短.

答案:C

点评:要研究长方体表面上两点距离,展成平面图形,利用两点间距离求解是经常采用的方法.

例 9 下列命题正确的个数为 ( )

①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段;②球的直径是球面上任意两点间的连线段;③用一个平面截一个球,得到的是一个圆;④用一个平面截一个球,得到的截面是一个圆面.

A. 0 个 B. 1 个

C. 2 个 D. 3 个

分析

以半圆的直径所在直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的几何体叫做球体,简称球.半圆的圆心叫做球的球心,半圆的半径叫做球的半径,半圆的直径叫做球的直径.

命题①是正确的;命题②是错误的,只有两点的连线段经过球心时才为直径;命题③是错误的,命题④是正确的,故选 C.

答案:C

点评:球体是一个几何体(实的),截面应该是一个圆面,要认真体会,不要理解为球是一个空的几何体.

例 10 若棱锥的所有棱长均相等,则它一定不是 ( )

A. 三棱锥 B. 四棱锥

C. 五棱锥 D. 六棱锥

分析

应用棱锥定义判定.

所有棱长均相等时,底面一定是正多边形,当底面为三、四、五边形时,中心到顶点的距离都小于棱长,在空间中能找到一点到各顶点的距离为正多边形边长的棱,如果底面为正六边形时,正六边形中心到六个顶点距离等于正六边形边长,故选 D.

答案:D

点评:利用好六边形的性质.

例 11 如图 1-1-7 所示为长方体 $ABCD-A'B'C'D'$,当用平面 $BCFE$ 把这个长方体分成两部分后,各部分形成的多面体还是棱柱吗?如果不是,请说明理由;如果是,指出底面及侧棱.

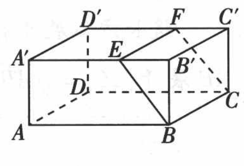


图 1-1-7

分析

由题目可获取以下主要信息：

①本题是一个几何体的分割；

②分割后是两个几何体.

应先利用空间想象能力看成两个几何体，再分别验证是否具有棱柱的结构特征.

解：截面 $BCFE$ 上方部分是棱柱，为棱柱 $BEB'-CFC'$，其中 $\triangle BEB'$ 和 $\triangle CFC'$ 是底面，EF，$B'C'$，BC 为侧棱.

截面 $BCFE$ 下方部分也是棱柱，为棱柱 $ABEA'-DCFD'$，其中四边形 $ABEA'$ 和四边形 $DCFD'$ 是底面，$A'D'$，EF，BC，AD 为侧棱.

点评：这类问题主要考查学生的空间想象能力及简单几何体结构特征的掌握，棱柱定义中有两个面互相平行，指的是两底面互相平行，但是棱柱的放置方式不同，两底面的位置也不同.

例 12 已知三棱台 $ABC-A'B'C'$ 的上、下两底均为正三角形，边长分别为 3 和 6，平行于底的截面将侧棱分为 1∶2 两部分，求截面的面积.

分析

因为三棱台是由三棱锥被平行于棱锥底面的平面所截而得到的，故可采用还原为三棱锥的思路来解决问题.

解：如图 1-1-8 所示，延长 AA'，BB'，CC' 交于点 S，设截面为 $A''B''C''$，由题意知 $A''A' : AA''=1:2$ 由锥的截面性质得 $\frac{SA'}{SA}=\frac{A'B'}{AB}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$\therefore SA=2SA'=2AA'$

$\therefore$ 由 $A''A' : AA''=1:2$ 得 $A''A'=\frac{1}{3}AA'$

$\therefore SA' : SA''=3:4$

$\therefore \frac{A'B'}{A''B''}=\frac{3}{4}$

$\therefore A''B''=\frac{4}{3}A'B'=4$

$\therefore S_{\triangle A''B''C''}=\frac{\sqrt{3}}{4}(A''B'')^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}$

所以截面面积为 $4\sqrt{3}$.

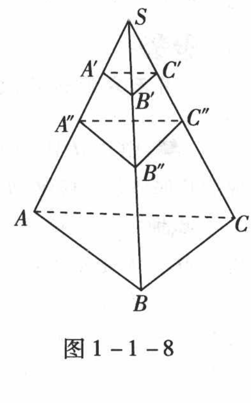


图 1-1-8

点评:解决台体平行底面的截面问题,还台为锥是行之有效的方法.

例 13 圆台上、下底面半径分别为 6 和 12,平行于底面的截面分高为 2∶1 两段,求截面的面积.

分析

要求截面面积,先求截面半径,可利用还台为锥的思路.

解:如图 1－1－9 所示,圆台 OO_1 的母线交于 S,则 S 即为圆锥的顶点,设截面为$\odot O_2$ 则 $O_1O_2 : O_2O = 2:1$. 设一条母线与$\odot O$、$\odot O_1$、$\odot O_2$ 分别交于 A、A_1、A_2. 由 $\frac{SA'}{SA} = \frac{O_1A_1}{OA} = \frac{1}{2}$,

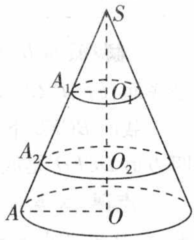


图 1－1－9

得 $SA = 2SA_1 = 2AA_1$,由于 $A_1A_2 : AA_2 = 2:1$ $\quad\therefore A_1A_2 = \frac{2}{3}AA_1$

$\therefore SA_2 = SA_1 + A_1A_2 = AA_1 + \frac{2}{3}AA_1 = \frac{5}{3}AA_1$

而 $SA_1 = AA_1$

$\therefore \frac{SA_1}{SA_2} = \frac{O_1A_1}{O_2A_2} = \frac{3}{5} \quad \therefore O_2A_2 = \frac{5}{3}O_1A_1 = 10$

$\therefore S_{\odot O_2} = \pi r^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi$

即截面面积为 100π.

点评:解决台体的平行于底面的截面问题,还台为锥是行之有效的一种方法.

例 14 如图 1－1－10,M,N 分别是正方形 $ABCD$ 的边 AB,BC 的中点,沿 DM,MN,ND 将 $\triangle ADM$,$\triangle MBN$,$\triangle NDC$ 折起来,使 A、B、C 重合,它围成什么样的几何体?

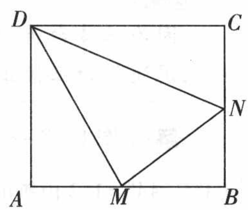


图 1－1－10

分析

用正方形纸片做一个实物模型,然后观察.

解:由 $\triangle ADM$、$\triangle MBN$,$\triangle NDC$ 和 $\triangle MDN$ 围成的几何体是三棱锥. 如图 1－1－11.

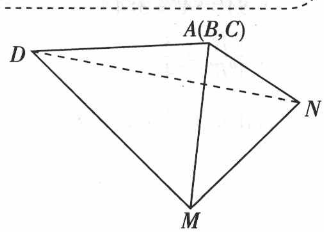


图 1－1－11

点评:(1)三棱锥的三条侧棱交于一点,这里由于 M、N 都是正方形边的中点,所以 $AM = BM = CN$,$AD = CD$,因此 A、B、C 三点可以重合,故它围成的是一个三棱锥;(2)这里折叠之前的四边形 $DAMN$ 是这个三棱锥的侧面展开图.