

基础数学講稿

(重化系預科班試用)

(一)

广东化工学院重化系数学教材编写组编

一九七二年五月

目 录

毛主席语录

恩格斯对“数学问题”的有关论述

编写说明

第一讲 代数的基本运算

第一节	正数与负数	2
第二节	代数式及其运算	10

第二讲 代数方程

第一节	比与比例	22
第二节	一次方程	27
第三节	一元二次方程	42
第四节	单因素的优选法	48
第五节	不等式及其性质	62

第三讲 常用的几何图形

第一节	平面图形的基本概念	67
第二节	三角形与平行四边形	72
第三节	相似三角形与直角三角形	81

圆及其计算方法

第五节 立体图形的体积与表面积 114

第四讲 最简单的函数与曲线

第一节 函数及其表示法 126

第二节 函数图形的作法 134

第三节 一次函数与直线 141

第四节 二次函数及其图形 146

预篇 数及其运算

毛主席教导我们：“对情况和问题一定要注意到它们的数量方面，要有基本的数量分析。”我们在这一预篇里要讲的小数和分数，是劳动人民掌握了对整数的认识的基础上发展起来的，它们建立在整数的基础上，和整数既有关系又有区别。因此，我们必须注意它们和整数的共同点，但是更重要的是必须注意它们各自的特殊点。这样，才能认识它们之间的互相联结而又掌握它们之间的各自区别。

第一节 小数的四则运算

一、什么叫小数

在生产实践和日常生活中，我们不但遇到整数，还经常遇到一些不足整数的零头。

例 1. 东方红公社早稻平均亩产 1036.7 斤。某合成氨厂日产液氨 24.25 吨。某纸厂纸的日产量为 25.651 吨。

这里的 1036.7；24.25；25.651 都是小数。中间的圆点叫做小数点，小数点左边叫做整数部分，小数点右边叫做小数部分，小数部分所含数字的个数叫做小数的位数。

1 0 3 6 . 7	-----	一位小数
2 4 . 2 5	-----	二位小数
<u>2 5 . 6 5 1</u>	-----	三位小数
整数部分	小数部分	

读小数时整数部分照整数的读法来读，小数点读作“点”，小数部分要顺次读出每一个数位的数。

例如 24.25 读作二十四点二五，

6.082 读作六点零八二。

整数和小数是对立的统一，它们虽相对立又互相联系，在一定条件下可以互相转化。

例如某钢管的长为6.25(米)，这里6.25是小数，在取厘米为单位的条件下，小数6.25(米)就可以转化为整数625(厘米)。又例如一元六角四分，可以写为1.64元，也可以写为16.4角，也可以写为164分。

1吨=1000公斤；1公斤=1000克

1米=10分米=100厘米=1000毫米

练 习 一

请在下列括号内填上适当的数字：

1. 2.5吨=()公斤；

7068公斤=()吨。

2. 6.42公斤=()克；

862克=()公斤。

3. 4.5米=()厘米=()毫米；

276毫米=()厘米。

4. 3元2角=()元=()角。

5. 2.8尺=()寸=()尺()寸。

在算术中，加法、减法、乘法、除法这四种运算方法叫做四则运算。小数是建立在整数的基础上的，它的四则运算方法也建立在整数四则运算的方法的基础上，但在运算中，必须十分注意小数点的位置，这是正确地进行小数四则运算的关键。

加法：(被加数) + (加数) = (和)，

减法：(被减数) - (减数) = (差)，

乘法：(被乘数) × (乘数) = (积)，

除法：(被除数) ÷ (除数) = (商)。

二、小数的加减法

例1. 某纸厂某二天的产量分别为19.94吨和19.95吨, 向这两天共产纸多少吨? 又如果这两天的总产量中有3.62吨是出口纸, 向内销纸是多少吨?

解: 第一个问题为:
$$\begin{array}{r} 19.94 \\ + 19.95 \\ \hline 39.89 \end{array} \text{ (吨)}$$

即两天共产纸39.89(吨)。

第二个问题为:
$$\begin{array}{r} 39.89 \\ - 3.62 \\ \hline 36.27 \end{array} \text{ (吨)}$$

即内销纸是36.27吨。

例2. 某大队1969年粮食产量为6.7万斤, 1971年粮食产量增长到8.46万斤, 向1971年粮食产量比1969年增加了多少万斤?

解:
$$\begin{array}{r} 8.46 \\ - 6.7 \\ \hline 1.76 \end{array} \text{ (万斤)}$$

即1971年比1969年增产1.76万斤。

关于小数加减法运算, 只要掌握“小数点对齐”的要领, 其余步骤完全按照整数加减法进行。

练习二

1. $6.13 + 7.802 - 4.5 = ?$

2. $4.125 - 3.867 + 102.6 = ?$

3. $20 - 0.95 - 19.04 = ?$

4. $105 + 6.28 - 7.39 = ?$

三. 小数的乘法

例1. 从南京长江大桥的引桥步行过江, 平均速度是4.5公里/小时, 则1.5小时走完全桥, 向全桥长多少公里?

解:
$$\begin{array}{r} 4.5 \quad \cdots \cdots \cdots \text{一位小数} \\ \times 1.5 \quad \cdots \cdots \cdots \text{一位小数} \\ \hline 22.5 \\ + 45 \quad \cdots \cdots \cdots \text{二位小数} \\ \hline 6.75 \end{array}$$

答: 全桥长6.75公里。

例2. 某种钢管每公尺重8.6公斤, 一根长4.5公尺的钢管, 重多少公斤?

解: 用全长乘以每公尺的重量
$$\begin{array}{r} 8.6 \quad \cdots \cdots \cdots \text{一位小数} \\ \times 4.5 \quad \cdots \cdots \cdots \text{一位小数} \\ \hline 430 \\ + 344 \quad \cdots \cdots \cdots \text{二位小数} \\ \hline 38.70 \end{array}$$

答: 这条钢管重38.7公尺。

预习

例3. 计算 $0.125 \times 0.8 = ?$

解:
$$\begin{array}{r} 0.125 \quad \text{.....三位小数} \\ \times 0.8 \quad \text{.....一位小数} \\ \hline 0.1000 \quad \text{.....四位小数} \end{array}$$

答: $0.125 \times 0.8 = 0.1$

例4. $0.025 \times 0.4 = ?$

解:
$$\begin{array}{r} 0.025 \quad \text{.....三位小数} \\ \times 0.4 \quad \text{.....一位小数} \\ \hline 0.0100 \quad \text{.....四位小数} \end{array}$$

在1的左边用“0”补足位数。

答: $0.025 \times 0.4 = 0.01$ 。

在例2至例4中,在小数的末尾添上“0”或去掉“0”,小数的大小不变。

由以上几个例子中总结出小数乘法运算规律如下:

先按整数的乘法运算进行,只要注意在乘积里点上小数点,使乘积小数点后的位数等于被乘数与乘数小数点后的位数的和。

练习三

1. $0.25 \times 4.1 = ?$ 2. $0.34 \times 0.62 = ?$

3. $(0.25 + 2.15) \times 0.6 = ?$ 4. $0.035 \times 0.4 = ?$

5. 先计算:

$0.125 \times 10 = ?$

$0.125 \times 100 = ?$

$0.125 \times 1000 = ?$

$0.125 \times 10000 = ?$

然后想一想,一个小数扩大10倍,100倍、1000倍、10000倍,小数点往那边移动,各移动几位?

四. 小数的除法

1. 小数除以整数

例1. 6个零件共重1.38公斤,平均每个零件重多少公斤?

解:
$$\begin{array}{r} 0.23 \quad \text{.....商,小数点上下对齐.} \\ 6 \overline{) 1.38} \quad \text{.....被除数} \\ \underline{12} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

答: 平均每个零件重0.23公斤。

例2. $6.2 \div 16 = ?$

解:

$$\begin{array}{r}
 0.3875 \dots\dots \text{商, 小数点上下对齐} \\
 16 \overline{) 6.2} \dots\dots \text{按除数} \\
 \underline{+ 8} \\
 140 \dots\dots \text{(在余数14右边补0, 再继续除)} \\
 \underline{128} \\
 120 \\
 \underline{112} \\
 80 \\
 \underline{80} \\
 0
 \end{array}$$

$$\text{答: } 6.2 \div 16 = 0.3875$$

由上面二例可以看出:

小数除以整数, 按照整数除法进行运算, 商的小数点必须和被除数的小数点对齐; 如有余数, 在余数的右边补“0”, 再继续除。

练习四

1. 计算:

(1) $6.372 \div 3 = ?$

(2) $72.15 \div 30 = ?$

(3) $721.5 \div 300 = ?$

(4) $7215 \div 3000 = ?$

再想一想, 这里有什么规律性的东西。

2. 小数除以小数

例3. 2.176 米是0.16 米的多少倍?

解: 依题意要求出:

$$2.176 (\text{米}) \div 0.16 (\text{米}) = ?$$

这是小数除以小数的问题。在前一段中我们已经解决了小数除以整数的问题, 我们能否把小数除以小数的问题转化成小数除以整数的问题呢? 毛主席教导我们: “矛盾着的双方, 依据一定的条件, 各向着相反的方面转化。”我们将依据什么条件能把除数0.16 米转化为整数呢? 我们知道, 1 米 = 100 厘米, 而0.16 米 = 16 厘米。如果我们把单位为米换成单位为厘米, 则可以把问题

$$2.176 (\text{米}) \div 0.16 (\text{米}) = ?$$

转化为

$$217.6 (\text{厘米}) \div 16 (\text{厘米}) = ?$$

例6

也就是把2.176米是0.16米的多少倍转化成217.6厘米是16厘米的多少倍。即

$$\begin{array}{r}
 0.16 \overline{) 2.176} \\
 \uparrow \\
 \text{(除数是二位小数)}
 \end{array}
 \xrightarrow{\substack{\text{(除数、被除数小数点} \\ \text{同时向右移两位)}}}
 \begin{array}{r}
 16 \overline{) 217.6} \\
 \uparrow \\
 \text{(除数是整数)}
 \end{array}$$

(即除数、被除数同时扩大100倍)

答：2.176米是0.16米的13.6倍。

例4. $14.4 \div 2.25 = ?$

解：

$$\begin{array}{r}
 2.25 \overline{) 14.4} \\
 \uparrow \\
 \text{(除数是二位小数)}
 \end{array}
 \xrightarrow{\substack{\text{(除数、被除数小数点同时向} \\ \text{右移两位, 除数位数不够, 用} \\ \text{"0"在右边补足)}}}
 \begin{array}{r}
 225 \overline{) 1440.} \\
 1350 \\
 \hline
 900 \\
 900 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

答： $14.4 \div 2.25 = 6.4$

由上面两个例子，我们总结小数的除法中除数为小数的运算规律如下：

除数为小数时，看除数是几位小数，就把除数的小数点向右移几位，把除数转化成整数，同时把被除数的小数点也向右移同样位数，再按照除数是整数的运算规律进行运算。

练习五

1. $6.05 \div 0.5 = ?$ $13.5 \div 0.9 = ?$
2. $11.4 \div 0.06 = ?$ $0.9 \div 0.045 = ?$
3. $12 \div 0.05 = ?$ $96 \div 0.008 = ?$

4. 南京长江大桥建成以前，火车用轮渡过江，要用2.25小时；大桥建成以后，火车从大桥过江，只要0.25小时。问过去火车过江所用的时间是现在的几倍？

五. 近似数和四舍五入法

在化工中所有由实验得出的实验数据，一般都是近似数。在进行小数运算时，遇到小数位太多的小数，为了节省时间和

免除徒劳的工作，在计算时，我们经常要截去数的过长的尾数，而保留适当的部分。在实际工作中，我们经常用“四舍五入”法取近似值。例如，我们知道圆周率 $\pi = 3.1415926535 \dots$ ，但是运用 π 时，我们只须按实际的需要，取近似数 3.14, 3.142, 3.1416, ……就可以了。这就是

1° 取两位小数时，

$$3.14 \overline{15926} \dots$$

截去部分

截去部分的第一位数是 1，1 比 4 小，舍去得

$$\pi \approx 3.14$$

2° 取 3 位小数时， $3.141 \overline{5926} \dots$

截去部分

截去部分的第一位数是 5，在它前面加 1 得

$$\pi \approx 3.142$$

3° 取四位小数时， $3.1415 \overline{926} \dots$

截去部分

截去部分的第一位数是 9，在它的前面加 1 得

$$\pi \approx 3.1416。$$

“四舍五入”法就是如果截去部分的第一位数等于 4 或小于 4 则舍去（例如 $\pi \approx 3.14$ ），如果截去部分的第一位数等于 5 或大于 5，则在它前面加 1（例如 $\pi \approx 3.142$ 和 $\pi \approx 3.1416$ ）。

例 我国发射的第一颗人造地球卫星重 173 公斤，美国发射的第一颗只有 8.22 公斤，问我国的第一颗人造地球卫星的重量是美国的多少倍（保留两位小数）？

解 $173 \div 8.22 \approx 21.05。$

因为要保留两位小数，计算时要算到三位小数

$$8.22 \overline{)173} \xrightarrow{\text{转化为}} 822 \overline{)17300}$$

$$\begin{array}{r}
 21.046 \\
 822 \overline{) 17300} \\
 \underline{1644} \\
 860 \\
 \underline{822} \\
 3800 \\
 \underline{3288} \\
 5120 \\
 \underline{4932} \\
 188
 \end{array}$$

根据“四舍五入”法，从21.046取两位小数得21.05。

答：我国的第一颗人造地球卫星的重量是美国第一颗重量的20.05倍。

练 习 六

用“四舍五入”法求下列各数的近似值（保留两位小数）。

1. 42.32457；

2. 3.20618；

3. 3.098643；

4. $27.6 \div 13$ 。

六. 数的四则混合运算

在数（包括整数和小数等）的四则运算中，为了表明运算顺序的时候少用括号，我们规定：在一个式子里，既有加减运算也有乘除运算，就应该先做乘除运算，后作加减运算；如果一个式子里有括号，则先作括号里的式子。

例1 $30.5 + 1.6 \times 8 \div 4 = ?$

$$\begin{aligned}
 30.5 + 1.6 \times 8 \div 4 &= 30.5 + 12.8 \div 4 \\
 &= 30.5 + 3.2 \\
 &= 33.7
 \end{aligned}$$

例2 $1.56 - 0.84 \div 4 \times 0.3 = ?$

$$\begin{array}{c}
 \text{第一步先除} \\
 \text{第二步再乘} \\
 \text{第三步再减}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 1.56 - 0.84 \div 4 \times 0.3 &= 1.56 - 0.21 \times 0.3 \\
 &= 1.56 - 0.063 \\
 &= 1.497
 \end{aligned}$$

例3 $1.56 \div [6.2 - (1.4 + 0.9)] \times 1.5$

$$\begin{aligned}
 &= 1.56 \div [6.2 - 2.3] \times 1.5 = 1.56 \div 3.9 \times 1.5 \\
 &= 0.4 \times 1.5 \\
 &= 0.6
 \end{aligned}$$

练习七

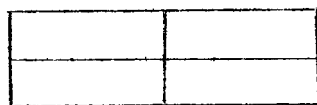
- $2.4 + 0.6 \div 0.3 \times 1.2 = ?$
- $3.5 - 9.6 \times 3 \div 1.6 = ?$
- $2.8 \div 0.2 \times 0.4 - 3.2 \times 1.2 \div 1.6 = ?$
- $(12.6 - 5.1) \div 2.5 \times (1.8 - 0.7) = ?$

第二节 分数及其四则运算

一. 分数的概念

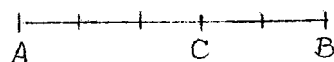
(1) 毛主席教导我们：“全世界百分之九十以上的人民大众在我们一边。”。“面上的工作要先抓好三分之一。”这里的百分之九十和三分之一，可分别写成 $\frac{90}{100}$ 和 $\frac{1}{3}$ 。

又例如，把一块矩形钢板分成四等分（如图一），就说每份都是这块钢板的四分之一，写成 $\frac{1}{4}$ 。



图一

把一根水管 AB 平均分成五段，AB 这份占三段长（图二），就说它占整根水管的五分之三，写成 $\frac{3}{5}$ 。



图二

象 $\frac{90}{100}$ ， $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{3}{5}$ 等这样的数就是分数。其中横线“—”上面的数叫分子，横线下方的数叫分母。

把一个圆进行等分如（图三），则阴影部分分别是整个圆的 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$ 。

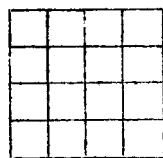


图三

由此可见，分数反映的是“部分”与“整体”的关系，即表示部分在整体中所占的份量。

练习八

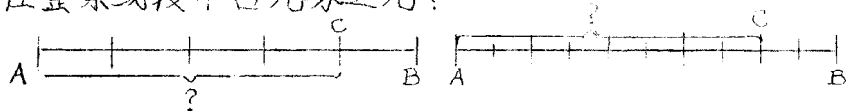
- （图四）的正方形平均成十六份，请指出它的十六分之一，十六分之二，十六份之四，十六分之五，十六分之八，十六分之十五，并用分数把这些数写出来。



图四

- （图五）中，C 是 AB 直线段的一个点，问 AC 段的

长度在整条线段中占几分之几？



图五

3. 写出下面的分数：

五分之四，十七分之六，五分之五，七分之十，二分之五。

(2) 分数与除法的关系

整数、小数与分数之间既有差别，又有联系。

例如把一米的钢丝等分成五段，每段长是0.2米。用除法表示是“1(米)÷5”，用分数表示是“ $\frac{1}{5}$ 米”，因此

$$1 \div 5 = \frac{1}{5}$$

又如把一升酒精平均分成五份，取两份就是0.4升，用分数表示是 $\frac{2}{5}$ 升。把两升酒精分成五等分，每份是0.4升，用除法表示是“2(升)÷5。”因此 $2 \div 5 = \frac{2}{5}$

由这两个例子可见

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \frac{\text{被除数}}{\text{除数}} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{分子} \\ \leftarrow \text{分母} \end{array}$$

$$\text{分子} \div \text{分母} = \frac{\text{分子}}{\text{分母}},$$

分数线“—”相当于除号“÷”

(3) 有时候我们会碰到分子比分母大或相等的分数。

例如把5吨煤平分给四个单位，则每个单位分得 $\frac{5}{4}$ 吨，这 $\frac{5}{4}$ 吨相当于1吨又 $\frac{1}{4}$ 吨。我们常把1吨又 $\frac{1}{4}$ 吨记作 $1\frac{1}{4}$ 吨，读作“1又 $\frac{1}{4}$ ”吨。

分子大于分母或分子等于分母的分数叫做假分数。 $\frac{5}{4}$ 就是假分数，形如 $\frac{5}{4}$ ， $\frac{3}{3}$ ， $\frac{134}{100}$ 都是假分数。

而形如 $1\frac{1}{4}$ 的分数叫做带分数，它表示 $1 + \frac{1}{4}$ ，前面的1称为带分数的整数部分。象 $2\frac{1}{3}$ ， $8\frac{2}{5}$ 都是带分数。

在应用上，一般都把假分数化成带分数的形式。当然带分数也可化成假分数。我们通过下面两个例子说明它的方法。

例1. 将 $\frac{13}{5}$ 化成带分数。

解：

仍是带分 数的分母	→	$\begin{array}{r} 3 \\ 6 \overline{) 19} \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$	←	商, 是整数, 是带 分数的整数部分
		$\begin{array}{r} 18 \\ 1 \end{array}$	←	余数, 是带分数的分子

得 $\frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$

例2. 化 $2\frac{4}{5}$ 为假分数。

解：

$$2\frac{4}{5} = \frac{2 \times 5 + 4}{5}$$

$$= \frac{10 + 4}{5} = \frac{14}{5}$$

方法是：把带分数的整数部分乘上分母，然后与分子相加，作为假分数的分子，而分母不变。

练习九

1. 用分数（真分数或带分数）表示下列各题的商：

$1 \div 7$; $17 \div 10$; $13 \div 60$; $231 \div 40$; $10 \div 3$ 。

2. 用小数表示下列各分数：

$\frac{1}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{25}$, $1\frac{1}{5}$, $\frac{9}{4}$ 。

为了更好地更简练地反映分数及其有关规律，常用 $a, b, c, d, e \dots$ 等字母代表一般的数，并用它表达各种数与数的关系。

下面我们将本段主要内容小结如下：

如果 a, b 各表示一个整数， $\frac{a}{b}$ 就是分数，数 a 是分子，数 b 是分母。

如果 $a \geq b$ （读作 a 大于或等于 b ，“ $\geq$ ”是大于或等于符号），则 $\frac{a}{b}$ 是假分数。

$\frac{a}{b} = a \div b$ 。分数线“—”相当于“ $\div$ ”号，因此 $\frac{a}{b}$ 可读作“ b 分之 a ”，也可以说是“ a 除以 b ”。

二. 分数的基本性质

(1) 我们知道25的4倍就是100，25在100中所占的分量正好是四分之一。由此可知百分之二十五等于四分之一，即

$$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

从练习八第2题中，可以看到 $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ 。

由 $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ 与 $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ ，我们可以发现它们有如下规律：

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\text{分子分母同乘25}} \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{25}{100} \xrightarrow{\text{分子分母同除25}} \frac{25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{5} \xrightarrow{\text{分子分母同乘2}} \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{8}{10} \xrightarrow{\text{分子分母同除2}} \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$$

从这两个例子，我们得到分数的一个基本性质：一个分数的分子、分母同乘以或同除以一数（零除外），这个分数的大小不变。即

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{a \times c}{b \times c} \\ \frac{a}{b} &= \frac{a \div c}{b \div c} \end{aligned} \right\} (b \neq 0, c \neq 0) \text{ [符号“} \neq \text{”读作“不等于”]}$$

或

练习十

1. 分数有什么基本性质？

2. 在下列各题的括号内填上适当的数：

1) $\frac{5}{7} = \frac{5 \times (\quad)}{7 \times 4} = \frac{(\quad)}{28}$, $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times (\quad)} = \frac{21}{(\quad)}$

2) $\frac{11}{20} = \frac{(\quad)}{100}$, $\frac{7}{25} = \frac{(\quad)}{75}$, $\frac{3}{10} = \frac{30}{(\quad)}$

3) $\frac{720}{1000} = \frac{720 \div 5}{1000 \div (\quad)} = \frac{144}{(\quad)}$, $\frac{30}{40} = \frac{30 \div 2}{40 \div (\quad)} = \frac{15}{(\quad)}$ 。

3. 下列各对分数是否相等？

1) $\frac{3}{4}$ 与 $\frac{270}{300}$, 2) $\frac{550}{770}$ 与 $\frac{5}{7}$, 3) $\frac{3}{5}$ 与 $\frac{23}{25}$ 。

(2) 最简分数与约分。

象 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ 这样的分数，除了1以外再没有别的整数能同时整除（商是整数）其分子及分母，这类分数就叫最简分数。

分数 $\frac{6}{8}$ ，由于6与8能被2同时整除（2叫做6和8的公因数），象这样一类分数就不是最简分数。根据分数的基本性质有

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4} \quad \left(\frac{3}{4} \text{ 是最简分数} \right)$$

为了简便，通常写成 $\frac{6^3}{8_4} = \frac{3}{4}$

把一个分数化成最简分数叫约分。约分的关键是找出分子和分母的公因数。除1以外，公因数一般总是从2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23……等数去找。

例3. 把 $\frac{12}{18}$ 化成最简分数。

解：分析12, 18能被2, 3, 6同时整除（即2, 3, 6是12和18这两个数的公因数），于是

$$\text{用2, 3约分得 } \frac{\overset{6^2}{12}}{\underset{9_3}{18}} = \frac{2}{3} \quad \text{或用6约分得 } \frac{\overset{2}{12}}{\underset{3}{18}} = \frac{2}{3}$$

除1以外，再没有别的整数能同时整除2和3，因此 $\frac{2}{3}$ 是最简分数，从而约分完毕。

练习十一

对下列各题进行约分：

1. $\frac{2}{6}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{18}{24}$ (注意分子分母都是整数)。
2. $\frac{5}{10}$; $\frac{25}{45}$; $\frac{20}{30}$ (注意分子分母末尾是5或0)。
3. $\frac{12}{27}$; $\frac{15}{36}$; $\frac{18}{45}$ (注意分子分母各个数字之和都是3的倍数)。
4. 通过做以上三题有何体会？

(3) 分数的比较和通分

1) 在实际问题中，我们常会碰到两个分数的比较。

例4. 某车间第一季度完成年计划的百分之二十四，第二季度完成年计划的百分之二十八。我们立刻知道到生产是上升的。即有

$$\frac{28}{100} > \frac{24}{100} \quad \left(\begin{array}{l} \text{">"是} \\ \text{"大于"号} \end{array} \right)$$

例5. 看(图6)可知 $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$

从上面两个例子可知：两个分

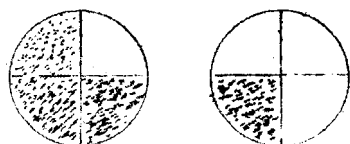


图6

数，当分母相同时，分子大的分数大。

2) 现在提出一个问题：当两个分数的分母不同，如何比较？如果能把这两个分数化成具有相同分母的分数而又不变更它们的大小，这问题就解决了。

例6. 比较 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{2}{5}$ 的大小。

解：利用分数的基本性质，把它们化成具有相同分母的分数。

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$$

$$\therefore \frac{15}{20} > \frac{8}{20} \quad \therefore \frac{3}{4} > \frac{2}{5}$$

从此例可知：当两个分数的分母相同时，先把它们化成相同分母的分数，再进行比较。

3) 最小公分母与通分

把不同分母的分数化成同分母的分数叫通分，这相同的分母叫做它们的公分母。如例6中20就是 $\frac{3}{4}$ 与 $\frac{2}{5}$ 的公分母。

两个分数的公分母不只一个。如：

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 10}{4 \times 10} = \frac{30}{40} \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 8}{5 \times 8} = \frac{16}{40}$$

可见40也是 $\frac{3}{4}$ 与 $\frac{2}{5}$ 的公分母。甚至60, 80都是它们的公分母。不过20是 $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$ 的所有公分母中最小的，叫做最小公分母。

下面介绍一个求最小公分母的简便方法。

例7. 求 $\frac{17}{36}$, $\frac{41}{90}$ 的最小公分母。

解：简单演算方法如下：

用36, 90的公因数2除…… $2 \overline{) 36 \quad 90}$

用18, 45的公因数3除…… $3 \overline{) 18 \quad 45}$

用6, 15的公因数3除…… $3 \overline{) 6 \quad 15}$

2, 5没有公因数不能再除…… 2 5

于是 $\frac{17}{36}$, $\frac{41}{90}$ 的最小公分母是

$$2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 180。$$

[注] 这种演算的根据是：由于 $\frac{17}{36} = \frac{17}{2 \times 3 \times 3 \times 2}$, $\frac{41}{90} = \frac{41}{2 \times 3 \times 3 \times 5}$