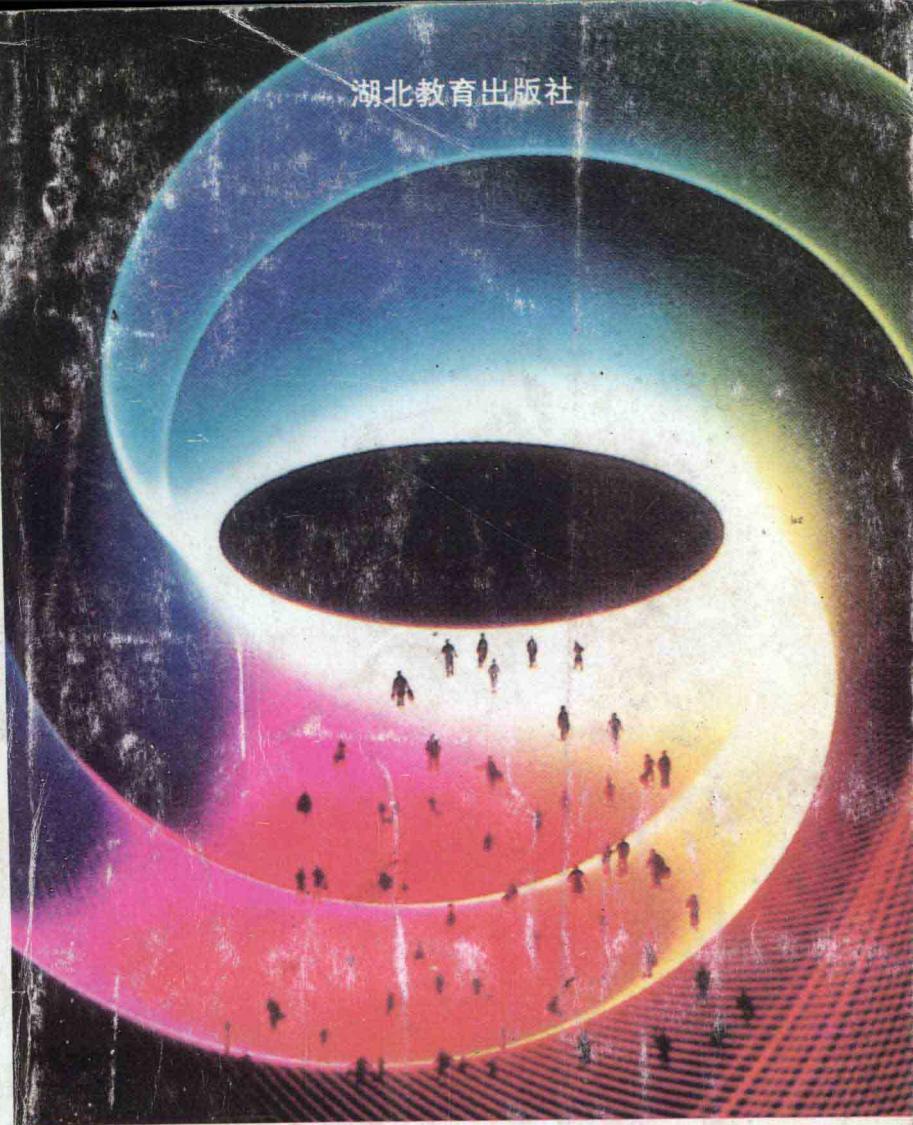


湖北教育出版社

NKUNQOKH



祝家清

# 自由电子激光引论

# 自由电子激光引论

祝家清

HU BEI JIAO YU  
CHU BAN SHE



(鄂) 新登字 02 号

自由电子激光引论

◎ 祝家清

\*

湖北教育出版社出版、发行

(430022·武汉市解放大道新育村 63 号)

全国新华书店经销

湖北教育出版社印刷厂印刷

\*

850×1168 毫米 32 开本 11.75 印张 1 插页 284 000 字

1994 年 5 月第 1 版 1994 年 5 月第 1 次印刷

印数：1—1 320

ISBN 7—5351—1243—9/0·23

定 价：7.15 元

## 内 容 提 要

自由电子激光是七十年代中期才发展起来的，它是一种新型的相干辐射源，由于它具有高功率、高效率、波长连续可调、光束品质好和可靠性高等特点，使它具备了其他相干光源不可比拟的优越性。本书在讲述电子基本特性的基础上，介绍了极端相对论性电子的运动特性、辐射特性、能量转移和自由电子激光的关键部件——摆动器。书中阐述了自由电子激光形成的基本概念、发出激光的物理机制以及自由电子激光的理论原理，介绍了自由电子激光的单粒子理论、经典理论和非线性理论，分析了自由电子激光的理论发展动向以及实践应用前景。

本书可作为大学有关专业的高年级学生、研究生以及从事激光研究、激光应用科技人员和物理工作者阅读参考。

## 序

自由电子激光是七十年代中期才发展起来的，它是一种新型的激光器，它的出现受到国内外学者的高度重视，虽然时间很短，但发展却非常迅速，迄今已成为一门新型的前沿科学，具有很大的科学价值和潜在的应用前景。

79、80年期间，祝家清同志已注意到了自由电子激光的重要性，并积极开展自由电子激光的理论探讨和研究，其间参阅了大量的文献资料，取得了不少阶段性的研究成果。在此基础上，经过认真思考、分析和推导，写成了本书。该书把物理原理和前沿科学有机地联系起来，使得自由电子激光的模型十分清楚。它的出版无疑将对我国自由电子激光的研究工作和人才培养起重要的推动作用。

本书适合于大学有关专业的本科生和研究生阅读参考，对于从事自由电子激光研究的工作者也具有参考价值和指导意义。

刘盛纲

93.11.3

## 前 言

自由电子激光是一种新型的激光，是在七十年代中期才逐渐发展起来的，它在国防、材料、冶炼、物理、化学、通讯、光谱和医学科学等方面都有广阔的应用。由于自由电子激光不同于普通的激光，因此本书对电子及其运动，以及辐射特性等都作了介绍。本书的重点放在自由电子激光理论的基本观念和物理思想的发展方面，正是由于这些观念、思想的不断发展和演化，形成了自由电子激光的不同模型及其相应的基础理论。

全书共分七章：第一章通过对电子的分析，描述了电子的各种运动特性，从处理方法上，由单个电子到多个电子，建立了电子振荡方程；第二章在讨论相对论分析力学的基础上，建立电磁场中带电粒子的运动方程，提出虚光子的概念；第三章介绍相对论性带电粒子在各类型式电磁场中的运动；第四章介绍相对论性带电粒子运动的辐射特性；第五章分析粒子碰撞时的能量转移；第六章讨论分析各种摆动器；第七章阐述自由电子激光的单粒子理论、经典理论以及非线性理论。介绍几种特殊的自由电子激光，展望自由电子激光在理论上的发展和实践上的应用前景。

由于自由电子激光发展迅速，因而构成了一门新型的学科。七十年代末，作者已注意到自由电子激光的重要意义。至此，就着手在浩如烟海的文献中寻找规律，找出其理论依据和物理基础，进而逐渐形成了本书的提纲和初稿，并在少数研究生中作为选修课讲授过。在本书的撰写过程中，作者引用了国内、外多年来已发表的有关自由电子激光方面的论文和与此有关的著作，对这些论文和著作的物理思想和数学推导都作了一定的阐述和处理。考虑

到全书的系统归一，所引用的符号与原文不完全相同。另外，为了使有兴趣的读者阅读本书，并尽快地接近该学科的前沿，书后按章的顺序列出了参考文献。这里，谨向被引用论文和著作的作者们，表示谢忱。

呈蒙中国科学院院士刘盛纲教授在百忙中审阅了初稿，对他热忱而真诚的帮助表示衷心的感谢。蒙蓝信钜教授审阅初稿，对他热情而诚恳的有益建议，深为感谢。蒙陈鹏万教授审查了撰写提纲，对他的支持和鼓励也深致谢意。华中师范大学科研处对本书的形成给予了很大的帮助，湖北教育出版社对本书的出版给予了极大的支持，作者在此一并表示感谢。由于作者水平有限，书中的错误、缺点和不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

各拍子由立鼓，鼓令始平由板並鑼章一葉；章子令由立鼓，子庚个送候子由个单由一九九三年九月于武昌桂子山  
纏由立鼓，土師基西學衣博食并板財出鼓章二葉；墨衣戴肃子  
鼓脉歌章三葉；念財拍子洪盡出鼓，縣式板狂拍子絲串帶中亂  
韻卦并板脉歌章四葉；疾並拍中鼓樂串左壓奏各五子迷串帶封余  
葉；鼓辨量頭拍相對並子絲附食章正韻；對替換器拍板至子珠串帶  
壓子珠串拍長纏子串由自卷圓章十葉；器好默轉各神食并板章六葉，  
米纏子串由自強都鼓練八葉余。命壓封處非以打壓典登，介

## 目 录

102	..... 中微子中微子变性与中微子带电粒子时	3—3
111	..... 中微子中微子变性与中微子带电粒子时	3—3
118	..... 中微子	118
119	..... 中微子基的中微子合时	119
114	..... 中微子向弱相互作用	114
前言	.....	1
<b>第一章 电子及其特性</b> ..... 第一章 电子及其特性		
117	§ 1—1 电子	1
125	§ 1—2 电子的质量	9
133	§ 1—3 电子的特性	18
143	一、电子自旋	19
146	二、电子的自旋共振	21
148	三、电子的回旋共振	26
161	§ 1—4 电子的加速	30
171	§ 1—5 电子流体振荡	38
<b>第二章 超高速粒子的运动规律</b> ..... 第二章 超高速粒子的运动规律		
172	§ 2—1 四元矢	47
181	§ 2—2 相对论分析力学	52
191	§ 2—3 电磁场中的带电粒子	64
193	一、电磁场中带电粒子的作用量	64
194	二、电磁场中带电粒子的运动方程	69
210	§ 2—4 带电粒子等速运动的场	74
212	§ 2—5 虚光子概念	80
<b>第三章 相对论性带电粒子在电磁场中的运动</b> ..... 第三章 相对论性带电粒子在电磁场中的运动		
223	§ 3—1 相对论性带电粒子在均匀电场中的运动	86
231	§ 3—2 相对论性带电粒子在恒定磁场中的运动	90
234	§ 3—3 相对论性带电粒子在电磁场中的运动	97
234	§ 3—4 相对论性带电粒子在交变电场中的运动	102

§ 3—5	相对论性带电粒子在缓变磁场中的运动	105
§ 3—6	电子在混合的摆动器场、辐射场和轴向静电波场中的运动	113
	一、混合电磁场的基本假设	113
	二、电子的横向运动	114
I	三、电子的纵向运动	115
<b>第四章 相对论性带电粒子的自发辐射</b>		117
1	§ 4—1 带电粒子的势和场	117
e	§ 4—2 相对论性带电粒子的辐射功率	125
8I	§ 4—3 相对论性带电粒子的辐射角分布	132
eI	§ 4—4 同步辐射	143
IS	§ 4—5 切致辐射	149
aS	§ 4—6 切伦柯夫辐射	158
08	§ 4—7 渡越辐射	167
<b>第五章 粒子碰撞的能量转移</b>		171
74	§ 5—1 粒子运动	171
14	§ 5—2 带电粒子碰撞的能量损失	175
25	§ 5—3 瑞利散射和拉曼散射的经典理论	181
16	§ 5—4 相对论性电子与光子的碰撞	191
<b>第六章 摆动器</b>		197
ea	§ 6—1 波动器与摆动器	197
47	§ 6—2 静磁摆动器	210
08	§ 6—3 均匀和非均匀摆动器	215
08	§ 6—4 二元摆动器和光速调管	222
08	§ 6—5 多元摆动器	227
<b>第七章 自由电子激光</b>		234
70	§ 7—1 自由电子激光的形成	234
SOI	一、自由电子产生电磁波	234

二、康普顿自由电子激光 .....	240
三、拉曼自由电子激光 .....	246
§ 7—2 自由电子激光的单粒子理论.....	253
一、电子的运动方程 .....	253
二、自发辐射和受激辐射 麦蒂定理 .....	255
三、摆动 (pendulum) 方程 .....	267
四、波-粒子相互作用 .....	273
五、摆动方程的物理意义 .....	283
六、增益 .....	288
§ 7—3 自由电子激光的经典理论.....	293
一、伏拉索夫 (Vlasov) 方程 .....	293
二、自由电子激光的经典理论 .....	297
§ 7—4 自由电子激光的非线性理论.....	303
§ 7—5 自由电子激光的发展与展望.....	314
一、高效率自由电子激光器 .....	315
二、无摆动器自由电子激光 .....	323
三、两级自由电子激光 .....	328
四、波导自由电子激光 .....	329
五、特殊波长自由电子激光 .....	338
六、自由电子激光的应用前景 .....	340
<b>附录 A FEL 的量子描述 .....</b>	<b>343</b>
<b>附录 B MKSA 有理制与高斯制中主要电磁学公式</b>	
<b>对照表 .....</b>	<b>347</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>348</b>
<b>索引 .....</b>	<b>359</b>

时。更复杂的电场分布内管空真空中和由玻璃制成的相同也是。更  
好的质量，当式中的量增加时，米尔斯管空真中的变化，是即期。  
每  $10^{-3}$  库仑，更复杂的电场分布内管空真中的变化，是即期。  
**第一章 电子及其特性**  
每当人们提起电子时，就好像是尽人皆知的知识。例如电流是  
电子的定向运动，摩擦可以起电，大气中的放电现象等等，所有这些  
都会使我们很自然地把它们同电子联系起来。但仔细想一想，似乎电子  
并不是人们所想象的那样容易理解的一件事。例如，电子是  
如何发现的？它的荷电量多少？它有质量吗？它究竟是个什么样的  
形状？通常人们习惯于把电子看成一个小球，那么它的半径等于多少？以上是把电子置于静止参照系中所提出的问题。如果电子相对于  
静止参照系以恒定速度运动，其情形又将如何呢？电子的特性如何？这就是本章所要讨论的问题。

### § 1-1 电子

通常说的电荷与电子不是同一件事情，它们是两个不同的概念。电荷有正电荷和负电荷之分，负电荷的“基本”量子叫做电子。

十九世纪中期，对气体放电现象的研究形成了两大学派，即支持微粒观点的英国学派和支持波动观点的德国学派，两学派的争论长达二十年之久。汤姆逊 (J. J. Thomson) 是粒子观点的支持者。1895 年，他发现自己对于气体放电性质的研究路线是正确的，最终，于 1897 年汤姆逊发现了电子。电子的发现是科学发展进程中的重大事件，它大大地推动了物理学的发展，它的发现标志着从经典物理向量子物理过渡的开端。

汤姆逊是怎样发现电子的呢？由于阴极射线的性质是当时争论的中心议题。毫无疑问，汤姆逊对低压气体放电也十分关心。当时，他正在做赫兹做过的一些实验，测定电脉冲沿导体的传播速

度。与此同时，他还测定电脉冲在真空管内低气压的传播速度。他使用的真空管长 15 米，用旋转镜测量时间差的方法，测量了阴极射线在低气压中的传播速度，结果为  $1.9 \times 10^7$  厘米 / 秒。很明显，这个数值远远小于光速。因此，他认为把阴极射线看成跟光一样是没有根据的。同时，他也不相信德国学派把阴极射线看成是一种电磁辐射的推断。这次实验的结果大大增强了他的信心，确信阴极射线是一束粒子流。为了查明这种粒子流的性质，他完成了系列阴极射线的实验。

根据所做实验，汤姆逊准确无误地判定阴极射线是由带负电的粒子流组成。阴极射线受静电力偏转跟带负电的物体受磁力作用而运动的路径是一样的。于是，他可以得出结论，阴极射线是带负电的物质粒子。这无疑将会提出下面的问题：这些粒子是什么粒子呢？它们是原子或是分子？或者是更小的物质微粒？为此，汤姆逊测量了这些带电粒子的质量与电荷之比（简称荷质比），并且使用了两种各自独立的方法。

第一种是力学、热学方法。考虑一束均匀一致的阴极射线，假定其中每个粒子的质量为  $m$ ，所带电量为  $e$ ，在一个给定时间内通过阴极射线上任一截面的粒子数为  $N$ ，则这些粒子所带电量  $Q$  应为

$$Q = Ne \quad (1-1)$$

若将静电计与电容器相连，再将这个阴极射线用电容器的一极板接收，则可以测出电量  $Q$ 。如果将这个阴极射线撞击一块固体物质，固体温度之所以升高，是因为运动粒子撞击固体时，其动能转变成热能。假定这些粒子的动能全部变成热能，而固体的温度又可以测出，则可以测出粒子的总动能  $W$ 。若粒子的速度为  $v$ ，则

$$\frac{1}{2} Nmv^2 = W \quad (1-2)$$

由式(1—1)、(1—2)可知,量  $Q$  和  $W$  是可以测量的,而  $m$  和  $e$  为我们要要求的量。由于速度  $v$  还不知道,因此,必须想办法把它变成可测量的量。利用阴极射线在磁场中的偏转,可以间接测量速度  $v$ 。设  $\rho$  为阴极射线在恒定磁场  $H$  中运动轨迹的曲率半径,则有

$$\frac{mv}{e} = H\rho = I \quad (1-3)$$

式中  $I$  只是为了方便所进行的代换,即  $H\rho = I$ 。

其由式(1—1)、(1—2)和式(1—3),可得

$$v = \frac{2W}{QI} \quad (1-4)$$

和

$$\frac{m}{e} = \frac{I^2 Q}{2W} \quad (1-5)$$

由此可见,只要测出  $Q$ 、 $W$  和  $I$  的值,就可以推算出阴极粒子的速度  $v$  和荷质比  $\frac{e}{m}$ 。

第二种方法是电磁偏转法。这种方法是根据阴极射线在电场中的偏转而形成的,如果能测出阴极射线在均匀电场中穿过一定长度时的偏转和在均匀磁场中穿过一定距离时的偏转,就可以推算出阴极粒子的速度  $v$  和荷质比  $\frac{e}{m}$ 。因为一般物理教科书均有这种方法的介绍<sup>①</sup>,所以这里不再重复。

汤姆逊测定的结果:第一种方法的荷质比  $\frac{e}{m} = (1.7 \sim 2.5) \times 10^{-10}$  CGSM/克<sup>②</sup>;第二种方法的  $\frac{e}{m} = 0.7 \times 10^{-7}$  CGSM/克。这两

种方法测得的结果,与后来公认的数值  $\frac{e}{m} = 1.76 \times 10^{-10}$  CGSM/克相比较,还是第一种方法准确。第二种方法误差大的原因,主要是

<sup>①</sup> E. W. Richards, "Introduction to atomic physics", Addison - Wesley Publishing Company, 1979; 或祝家清《物理学概论》下册, 湖北教育出版社, 1990。

<sup>②</sup> 1CGSM 电量单位=10 库仑。

在计算  $v$  值的过程中，把平行板以外的影响忽略掉了。(一) 由下面，我们看看汤姆逊是怎样分析这个实验结果的。

首先，他在阴极射线管内充入各种不同的气体，并用各种金属材料作阴极，测得  $\frac{m}{e}$  值大致相同。这个结果说明， $\frac{m}{e}$  值与气体的性质无关；另外，所有这些情况下的阴极射线都是由同样的带电粒子组成。

第二，有比较就有鉴别。当时，由电解实验得到的氢离子，其  $\frac{m}{e}$  值约为  $10^{-4}$ 。这个数值比阴极射线粒子的  $\frac{m}{e}$  值小约千分之一以上。

为什么氢离子的  $\frac{m}{e}$  比阴极射线粒子的小呢？汤姆逊认为，氢离子的  $\frac{m}{e}$  值小有几种可能性：其一是  $m$  小；其二是  $e$  大；其三是  $m$  小而  $e$  大。如果假定阴极射线粒子与氢离子的电荷相等的话，那么阴极射线粒子的质量约只有氢离子质量的千分之一。

第三，汤姆逊将实验结果与其他科学工作者的实验进行联想，这将有助于认识阴极射线粒子的本性。当时，赫兹的学生勒纳德 (P. Lenard) 从实验中发现，在一个大气压的空气中，阴极射线穿过的距离大约只有半厘米，这个距离应该与电荷的携带者在 1 个大气压的空气中的平均自由程可以相比较。可是，在标准状况下，空气中分子的平均自由程却只有  $10^{-8}$  米的数量级。这跟半厘米相比，两者相差太大。由此可以断定，阴极射线粒子比普通的分子要小得多。

通过以上的分析和推理，汤姆逊断定，物质内部有比分子小得多的带电粒子存在。显然，要想证实这种带电粒子的存在，只知道荷质比  $\frac{e}{m}$  的值是不够的，还必须直接测定  $e$  值本身。按照常规，荷质比  $\frac{e}{m}$  为已知，只要单独测量  $e$  或  $m$  都可以求出另外一个量。然

而,汤姆逊选择了直接测量  $e$  的研究路线。~~为什么汤姆逊选择测量  $e$  而不是测量  $m$  呢?~~在他的著作中没有直接说明这个问题,但可以推测他的选择是基于如下理由:由于汤姆逊推断出阴极射线是带负电的粒子,因此当时争论的焦点是阴极射线粒子的“电”性,这是汤姆逊选择测  $e$  的原因之一。另外,汤姆逊和他的学生测量了不同气体在不同气压下正负离子复合速率;测量了离子的扩散系数;研究了离子在电场中的迁移率。他们从大量的实验数据中,得出了一个重要的结论,即气体离子  $N$ (阿佛加得罗常数)与电荷  $e$  的乘积跟电解时液体的单价离子一样。这就是说,无论是电解液还是游离气体,所带的基本电荷都是一样的;再者,他从大量实验和数据中发现,阴极射线、 $\beta$ -射线、炽热金属以及放射性物质的自发过程等都发出同样的带电粒子,并且这些粒子比分子小得多。因此,这些带电粒子很可能是组成物质的基本单元。总起来说,为了从实验上证实这种基本电荷的存在,必须直接测量  $e$  值的本身。

关于  $e$  值的测量,有汤姆逊和他的学生的直接测量,还有美国芝加哥大学物理教授密立根(R. A. Millikan)的实验,其中以密立根的油滴实验最为出色。他是从 1906 年开始这个实验的,一直到 1914 年,历时 8 年之久,实验的精度逐渐提高,现将油滴实验的原理描述如下。

1909 年,密立根报告了测量离子荷电的著名方法,考察小油滴在均匀电场中的运动,通常,油滴得到几个电荷,油滴的质量在长的观测时间内几乎保持不变。

原则上,如果我们的测量是由于电场  $E$  所产生的力,即

$$F_e = qE = neE \quad (1-6)$$

那么,我们就可以得到  $ne$ 。若对不同整数  $n$  的几滴油滴重复这种测量,则可以求得  $e$  值了。

空气中的油滴要受到一个恒力的作用,根据斯托克斯(Stokes)阻力定律(这种阻力是由空气的粘滞性直接引起的),可

得到一个极限速度，即

$$F = 6\pi a \eta v \quad (1-7)$$

式中的  $a$  是油滴(假定为球形)的半径,  $\eta$  为油的粘度,  $v$  为极限速度。为了获得油滴半径, 我们可以观察油滴的自由下落运动, 其重力是

$$F_g = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho - \sigma) g \quad (1-8)$$

式中  $\rho$  和  $\sigma$  分别为空气和油的密度,  $g$  为重力加速度。

现有如图 1-1 所示的两金属平行平板组成的装置, 它可以交替充电到一个恒定的电位  $+V$ 、 $-V$  或者 0。用显微镜可以观察到两平板之间的油滴, 并且测量它穿过一段距离  $d$  所需要的时间  $t$ 。

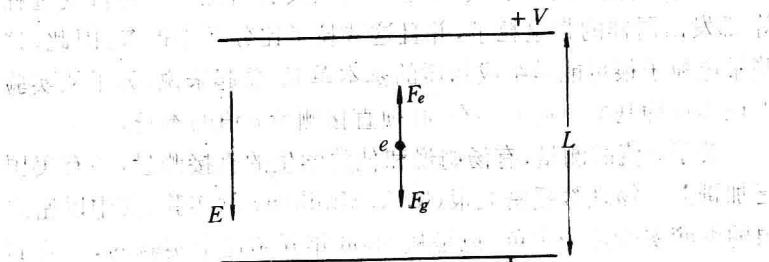


图 1-1

令  $F_+$  表示电场向上时负电荷油滴所受的力,  $t_+$  表示负电荷油滴在电场向上时通过一段距离  $d$  所需要的时间;  $F_-$  表示电场向下时负电荷油滴所受的力,  $t_-$  表示负电荷油滴在电场向下时通过一段距离  $d$  所需要的时间。因此, 由斯托克斯定律可得

$$\begin{aligned} F_{\pm} &= \pm ne \frac{V}{L} - \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho - \sigma) g \\ &= 6\pi a \eta d \left( \frac{1}{t_{\pm}} \right) \end{aligned} \quad (1-9)$$

当两金属平行板之间的电位差为零, 即电场强度为零时, 负电荷油滴所受的力为

$$F_0 = -\frac{4}{3}\pi a^3(\rho - \sigma)g = 6\pi a\eta d\left(\frac{1}{t_0}\right) \quad (1-10)$$

式中  $t_0$  表示负电荷油滴在电场强度为零时通过一段距离  $d$  所需要的时间。

若借助于这样的符号规定:当油滴向上移动时,可认为  $t > 0$ ;当油滴向下移动时,  $t < 0$ ,则式(1-9)和式(1-10)就可以写成便于分析的形式。

$$\frac{1}{t_{\pm}} = \pm \frac{eV}{6L\pi a\eta d}n - \frac{2}{9} \frac{a^2(\rho - \sigma)g}{\eta d} \text{ 或 } \frac{1}{t_{\pm}} = \pm Mn - D \quad (1-11)$$

$$\frac{1}{t_0} = -\frac{2}{9} \frac{a^2(\rho - \sigma)}{\eta d} g \text{ 或 } \frac{1}{t_0} = -D \quad (1-12)$$

这样做好处是  $M$  和  $D$  很容易确定。(注意,实验用 CGS 单位制,如果  $e$  用静电单位,则  $V$  必须用静电制电位单位。)

由式(1-11)和式(1-12)可知,  $\frac{1}{t_{\pm}}$  对  $n$  的依赖关系曲线,应显示出一个线性关系。实验结果,  $n$  只显现出整数值,附在油滴上的只有一个、二个、三个或更多个  $e$  值的电荷,而不是这些个数的几分之一。因此,通过油滴实验,证明了自然界中的电荷是  $e$  值的整数倍,或者说,自然界中的电荷是量子化的。

图 1-2 表示密立根油滴实验中两油滴的实验结果,图中画出了  $\frac{1}{t_+}$  和  $\frac{1}{t_-}$  对  $n$  的关系曲线,这里的  $n$  是整数。密立根根据自己实验精确测定的结果,宣布  $e$  值为

$$e = (4.770 \pm 0.005) \times 10^{-10} \text{ 静电单位}$$

从 1916 年以后,国际上一直把这一结果作为国际标准。1973 年以后,采用的国际标准  $e$  值为

$$e = 1.6021892 \times 10^{-19} \text{ 库仑}$$

$e$  值的直接测定,完全证实了基本电荷的存在。这在理论上和