



西京学院系列教材

高等数学

GAODENGSHUXUE

总主编 任万钧

西京学院数学教研室 编



北京出版社出版集团
北京出版社



西京学院系列教材

China·XiJing

数学 (913) 目次页设计图

图书在版编目 (CIP) 数据

8. 1015. 14

2-008800-3 858.7/21

1. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

2. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

3. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

4. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

5. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

6. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

7. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

8. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

9. 数学—高等学校—教材—西京学院—2008

高等数学

GAODENGSHUXUE

总主编 任万钧

西京学院数学教研室 编

北京出版社出版集团
北京出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学/西京学院数学教研室编. —北京: 北京出版社, 2007. 8

ISBN 978-7-200-06899-3

I. 高… II. 西… III. 高等数学-高等学校-; 技术学校-教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 112906 号

内容提要: 本书是为了适应新形势下民办院校学生的特点, 根据部分有多年教学经验的编者的教学实践而编写的一本教材. 本书分上下两册出版. 上册内容为函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程等七章. 每章习题分为 A、B 两组, B 组题供学习较好的学生选用. 每章还附有复习题. 考虑到学生情况, 第一章编有典型例题, 以便引导学生入门. 下册内容为空间解析几何与向量代数、多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数等五章. 每章习题分为 A、B 两组, B 组题供学习较好的学生选用. 每章还附有复习题. 考虑到民办院校学生实际状况及培养应用型人才的需要, 在内容的选择和处理上, 以应用为目的, 以必须、够用为度, 着力于让学生掌握数学的基本思想, 方法和技能, 适当降低起点要求, 但逻辑严谨, 概念明确, 难点内容的讲述尽量通俗易懂, 供民办院校工科类专业本科生使用.

高等数学

GAODENG SHUXUE

西京学院数学教研室 编

*

北京出版社出版集团
北 京 出 版 社

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

网 址: www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

北京市通县华龙印刷厂印刷

*

787×1092 16 开本 23.5 印张 466 千字

2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-200-06899-3

G·3462 定价: 28.00 元

自序

为全面提高教学质量助力

——为自编教材而作

当今世界，教育在综合国力的激烈竞争中处于非常重要的地位。国力强弱愈来愈取决于国家各类人才的质量和素质，这对于培养和造就适应我国经济社会发展需要的数以千万计的专门人才和一大批拔尖创新人才提出了更高的要求。

高等学校是高层次人才培养的重要阵地，是知识创新、技术创新的摇篮，是“科教兴国”的强大生力军。高校的根本任务是培养具有自主创新精神、创新能力、实践能力、德智体美全面发展的社会主义事业的合格建设者和可靠接班人。高等学校要完成好这一历史重任，就必须全面贯彻党的教育方针和落实科学发展观，努力提高教学质量，加强学科、专业建设和课程建设。其中一个重要任务之一是做好教材建设工作，编写出一大批规划教材和各种创新教材，确保教学质量，使高水平、高质量教材进课堂。这是因为教材是体现教学内容和教学方法的知识载体，是教学活动的基本工具，也是深化教育教学改革、全力推进素质教育、培养创新人才的重要保证。

为了实现这一任务，我们决心投入大量的人力、物力和财力。利用自己的专任教师，实行专兼结合，写出一批符合时代需要的新教材。我们所编教材要以科学发展观为指导，按照各类专业人才培养目标以及课程教学的基本要求和教学大纲的要求，结合实际，注重素质教育，有利于各种能力的培养。新教材要吸收国内外科学研究和教学研究的先进成果，将各学科的新知识、新理论和新技术充实到新教材中，关注新兴学科，交叉学科和新兴职业。一方面正确阐述各学科的基本理论、基本知识和基本技能，坚持理论联系实际，努力做到科学性、先进性、系统性、适用性和连续性的统一；另一方面符合教学规律和认知规律，富有启发性，有利于激发学生的学习兴趣，有利于学生知识、能力和素质的培养，有利于提高学生的学习能力、创新能力、实践能力、交流能力和社会适应能力。培养出既有远大理想和高尚职业道德，又有丰富科学技术、文化知识和敢于创新的高素质大学生奉献于时代，服务于社会，为“科教兴国”尽绵薄之力！

西京学院

任大为教授

前言

我们在教学过程中强烈的感觉到编写一本适合于民办学院本科使用的教材非常必要。针对民办学院学生的特点,我们在总结教学实践经验的基础上,完成了本书的编写。编写中本书充分考虑民办学院学生的学习特点:

一、选择教材内容的原则是“以应用为目的,以必须、够用为度”和“因材施教”。

考虑到民办院校学生招收的实际状况及培养应用型人才的需要,在内容的选择和处理上,以应用为目的,以必须、够用为度,着力于让学生掌握数学的基本思想方法和技能,适当降低起点要求。例题适当增加,尤其注意对某些例题解题思路的分析、引导,多加以点拨。

二、针对学生的特点,难点内容的讲述尽量通俗易懂,习题难易尽量适合绝大多数学生,增强学生学习的信心。

每章之后的习题分为A和B两组,A组适合全体学生,B组适合学习较好的学生选用。另外,每章还附有复习题,供学生复习选用。内容的编写上,尽量通过实例引入概念,选择例题尽量贴近生活,引入模型来源于实际,并特别注意数学在物理学、经济学和管理学中的应用,以此来提高学生的学习兴趣和应用能力,达到知识和能力的转化。

在编写过程中,我们得到西京学院科研处的大力支持和资助,也得到本科部的大力支持与帮助,在此,表示衷心的感谢。李星军、刘金锋负责组织,数学教研室编写,编写人员及章节如下:

闫志忠编写第一章;闫志忠、黎慧波编写第二章;刘文强编写第三章;邹永杰编写第四章;王蓉编写第五章;李星军编写第六章;王文波、惠小健编写第七章;殷春武、王文波编写第八章;周祖亮编写第九、第十、十一章;兰天一编写第十二章。闫志忠、黎慧波、惠小健负责一到六章的修改;周祖亮负责七到十二章的修改;最后由周祖亮、闫志忠负责全书的统编。

由于编者水平,加之时间仓促,书中定有不少缺点与纰漏,恳请教师同仁及广大读者批评指正,旨在再版时更臻完善。

编者

2007年7月

目 录

第一章 函数	1
第一节 函数	1
一、常量与变量	1
二、函数的定义	1
三、单值与多值函数	2
四、函数的表示	3
五、反函数	3
习题 1-1 (A)	4
习题 1-1 (B)	4
第二节 函数的性质	5
一、有界性	5
二、周期性	5
三、单调性	6
四、奇偶性	7
习题 1-2 (A)	7
习题 1-2 (B)	8
第三节 初等函数	8
一、基本初等函数	8
二、复合函数	11
三、初等函数	12
四、双曲函数与反双曲函数	12
习题 1-3 (A)	14
习题 1-3 (B)	14
复习题一	15
典型例题解析	16
第二章 极限与连续	20
第一节 数列的极限	20
一、数列的概念	20
二、数列极限	21
三、数列极限的几何意义	22

习题 2-1 (A)	23
习题 2-1 (B)	24
第二节 函数的极限	24
一、自变量 x 趋于无穷大时, 函数的极限	24
二、自变量趋于有限值的函数极限	25
三、单侧极限	26
四、函数极限的性质	27
五、函数极限的运算法则	27
习题 2-2 (A)	28
习题 2-2 (B)	29
第三节 两个重要极限	30
重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$	31
习题 2-3 (A)	33
习题 2-3 (B)	34
第四节 无穷大量与无穷小量	34
一、无穷小量	34
二、无穷小量的比较	35
三、无穷大量	36
习题 2-4 (A)	37
习题 2-4 (B)	38
第五节 函数的连续性和间断点	38
一、函数的连续性	38
二、函数的间断点	40
习题 2-5 (A)	42
习题 2-5 (B)	42
第六节 连续函数的运算与初等函数的连续性	43
一、连续函数的和、差、积、商的连续性	43
二、反函数与复合函数运算的连续性	43
三、初等函数的连续性	45
习题 2-6 (A)	46
习题 2-6 (B)	46
第七节 闭区间上连续函数的性质	46
一、最大值与最小值	46
二、介值定理	47
习题 2-7 (A)	48
习题 2-7 (B)	48
复习题二	49

第三章 导数和微分	51
第一节 导数的概念	51
一、概念的引入	51
二、导数的定义	52
三、导数的几何意义	55
四、可导与连续的关系	56
习题 3-1 (A)	56
习题 3-1 (B)	57
第二节 函数的和、差、积、商的求导法则	58
习题 3-2 (A)	60
习题 3-2 (B)	61
第三节 复合函数与反函数的求导法则	61
一、复合函数的求导法则	61
二、反函数求导法则	63
习题 3-3 (A)	64
习题 3-3 (B)	64
第四节 隐函数与参数方程所确定的函数的求导法则及对数求导法	65
一、隐函数的求导法	65
二、取对数求导法	66
三、参数方程求导法	67
习题 3-4 (A)	68
习题 3-4 (B)	68
第五节 初等函数、双曲函数与反双曲函数的求导法则	69
一、基本求导法则	69
二、基本初等函数的导数公式	69
三、双曲函数与反双曲函数的导数	70
习题 3-5 (A)	70
习题 3-5 (B)	70
第六节 高阶导数	71
习题 3-6 (A)	73
习题 3-6 (B)	74
第七节 微分	75
一、微分的概念	75
二、微分的几何意义	76
三、微分的运算法则与公式	77
习题 3-7 (A)	78
习题 3-7 (B)	78

第八节 微分在近似计算中的应用	78
一、函数增量的近似值	78
二、函数的近似值	79
三、误差分析	80
习题 3-8 (A)	81
习题 3-8 (B)	82
复习题三	82
第四章 中值定理与导数的应用	84
第一节 微分中值定理洛必达法则	84
一、微分中值定理	84
二、洛必达法则	85
习题 4-1 (A)	89
习题 4-1 (B)	89
第二节 函数的单调性及其极值	90
一、函数单调性的充分条件	90
二、函数的极值及其求法	92
习题 4-2 (A)	94
第三节 函数的最大值和最小值	94
一、闭区间上连续函数的最大值与最小值	95
二、应用问题中的最大值与最小值	95
习题 4-3 (A)	97
第四节 曲线的凹凸性与拐点	97
凹凸及拐点的定义	97
习题 4-4 (A)	99
第五节 函数图形的描绘	100
一、渐近线的概念	100
二、几个常用的记号, 列表如下	100
三、函数作图的主要步骤	100
习题 4-5 (A)	104
第六节 曲率	104
一、概念	104
二、曲率的计算公式	105
三、曲率半径、曲率中心、曲率圆的概念	107
习题 4-6 (A)	107
第五章 不定积分	108
第一节 不定积分的概念及性质	108

一、原函数与不定积分的概念	108
二、基本积分表	110
三、不定积分的性质	111
习题 5-1 (A)	112
习题 5-1 (B)	113
第二节 换元积分法	113
一、第一类换元法	114
二、第二类换元积分法	118
习题 5-2 (A)	122
习题 5-2 (B)	123
第三节 分部积分法	123
习题 5-3 (A)	126
习题 5-3 (B)	127
第四节 几种特殊类型函数的积分	127
一、有理函数的积分	127
二、三角函数有理式的积分	131
三、简单无理函数的积分举例	132
习题 5-4 (A)	133
习题 5-4 (B)	134
第五节 积分表的使用	134
复习题五	136
第六章 定积分及其应用	138
第一节 定积分的概念与性质	138
一、引例	138
二、定积分的定义	140
三、定积分的几何意义	141
四、定积分的性质	142
习题 6-1 (A)	144
习题 6-1 (B)	144
第二节 微积分学的基本定理	144
一、积分上限的函数	144
二、牛顿—莱布尼兹公式	146
习题 6-2 (A)	147
习题 6-2 (B)	148
第三节 定积分的换元积分法与分部积分法	148
一、定积分的换元积分法	149
二、定积分的分部积分法	150

习题 6-3 (A)	151
习题 6-3 (B)	152
第四节 广义积分	152
一、无穷区间上的广义积分	152
二、无界函数的广义积分 (瑕积分)	153
习题 6-4 (A)	154
习题 6-4 (B)	155
第五节 定积分的应用	155
一、定积分的元素法	155
二、平面图形的面积	156
三、体积	158
四、平面曲线的弧长	159
五、定积分在物理上的应用	161
习题 6-5 (A)	161
习题 6-5 (B)	163
复习题六	163
第七章 微分方程	165
第一节 微分方程的基本概念	165
习题 7-1 (A)	166
习题 7-1 (B)	166
第二节 可分离变量的微分方程	166
习题 7-2 (A)	168
习题 7-2 (B)	168
第三节 齐次方程	168
习题 7-3 (A)	170
习题 7-3 (B)	171
第四节 一阶线性微分方程	171
习题 7-4 (A)	174
习题 7-4 (B)	175
第五节 可降阶的高阶微分方程	175
一、 $y^{(n)}=f(x)$ (n 阶微分方程)	175
二、 $y''=f(x, y')$ (二阶微分方程) 特点: 方程中不显含 “ y ”	176
三、 $y''=f(y, y')$ (二阶微分方程) 特点: 方程中不显含 “ x ”	176
四、其他微分方程	177
习题 7-5 (A)	178
习题 7-5 (B)	178
第六节 高阶线性微分方程	178

一、二阶线性齐次微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=0$ (*) 的解的结构	178
二、二阶线性非齐次微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ (***) 解的结构	179
习题 7-6 (A)	180
习题 7-6 (B)	180
第七节 二阶常系数线性微分方程	181
一、二阶常系数线性齐次微分方程的求解	181
二、二阶常系数线性非齐次微分方程的求解	183
三、自由项 $f(x)=p_m(x)e^{ax}$, $p_m(x)$ 是一个 m 次的多项式	183
四、自由项 $f(x)=p_m(x)e^{ax}\cos\omega x$, 或 $f(x)=p_m(x)e^{ax}\sin\omega x$	185
习题 7-7 (A)	186
习题 7-7 (B)	187
第八节 常微分方程的应用	187
习题 7-8 (A)	189
习题 7-8 (B)	189
复习题七	190
第八章 空间解析几何与向量代数	193
第一节 空间直角坐标系	193
一、空间直角坐标系	193
二、空间点的距离	194
习题 8-1 (A)	194
习题 8-1 (B)	195
第二节 向量(矢量)	195
一、向量的概念	195
二、向量的线性运算	195
三、向量的投影与投影向量	196
四、向量的坐标表示与分向量	197
五、向量的模、方向余弦的计算	198
习题 8-2 (A)	200
习题 8-2 (B)	200
第三节 向量的乘法	200
一、向量的数量积(点积、内积)	200
二、向量的向量积(叉乘积, 外积)	202
习题 8-3 (A)	205
习题 8-3 (B)	206
第四节 空间的曲面以及方程	206
一、球面	206
二、旋转面	206

三、柱面(母线平行于坐标轴的柱面)	208
习题 8-4 (A)	209
习题 8-4 (B)	209
第五节 空间曲线的方程	209
一、空间曲线的一般方程	209
二、空间曲线的参数方程	211
三、空间曲线在坐标平面上的投影曲线	211
四、空间区域 Ω 或空间曲面 Σ 在坐标平面上的投影区域 D	212
习题 8-5 (A)	213
习题 8-5 (B)	214
第六节 平面及其方程	214
一、平面方程	214
习题 8-6 (A)	218
习题 8-6 (B)	218
第七节 空间直线的方程	219
一、直线的点向式方程(对称式)	219
二、直线的参数式方程	220
三、直线的一般方程(两平面的交线交面式)	220
四、两条直线的夹角 $\theta (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$	221
五、直线与平面的位置关系	222
六、平面束方程	222
习题 8-7 (A)	223
习题 8-7 (B)	224
第八节 二次曲面	225
一、椭球面: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	225
二、抛物面	225
三、双曲面	226
习题 8-8 (A)	226
复习题八	227
第九章 多元函数微分法及其应用	228
第一节 多元函数的基本概念	228
一、区域	228
二、多元函数概念	229
三、多元函数的极限	230
四、多元函数的连续性	232
习题 9-1 (A)	234

习题 9-1 (B)	234
第二节 偏导数	235
一、偏导数的定义及其算法	235
二、高阶偏导数	238
习题 9-2 (A)	239
习题 9-2 (B)	240
第三节 全微分	240
全微分的定义	240
习题 9-3 (A)	243
习题 9-3 (B)	243
第四节 多元复合函数的求导法则	244
习题 9-4 (A)	248
习题 9-4 (B)	248
第五节 隐函数的求导公式	249
一、一个方程的情形	249
二、方程组的情形	251
习题 9-5 (A)	253
习题 9-5 (B)	253
第六节 微分法在几何上的应用	254
一、空间曲线的切线与法平面	254
二、曲线的切平面与法线	256
习题 9-6 (A)	259
习题 9-6 (B)	259
第七节 多元函数的极值及其求法	259
一、多元函数的极值及最大值、最小值	259
二、条件极值, 拉格朗日乘数法	262
习题 9-7 (A)	264
习题 9-7 (B)	264
复习题九	265
第十章 重积分	267
第一节 二重积分的概念与性质	267
一、二重积分的概念	267
二、二重积分的性质	269
习题 10-1 (A)	271
习题 10-1 (B)	271
第二节 二重积分的计算法	272
一、利用直角坐标计算二重积分	272

二、利用极坐标计算二重积分	276
习题 10-2 (A)	278
习题 10-2 (B)	280
第三节 二重积分的应用	281
一、曲面的面积	281
二、平面薄片的质心	282
三、平面薄片的转动惯量	284
四、平面薄片对质点的引力	284
习题 10-3 (A)	285
习题 10-3 (B)	285
第四节 三重积分的概念及其算法	286
一、三重积分的定义	286
二、三重积分的存在定理	286
三、三重积分的物理意义	286
四、三重积分在直角坐标系下的算法	287
五、三重积分在柱面坐标系下的算法	289
六、三重积分在球面坐标系下的算法	291
习题 10-4 (A)	293
习题 10-4 (B)	294
复习题十	294
第十一章 曲线积分与曲面积分	296
第一节 对弧长的曲线积分	296
一、对弧长曲线积分的概念与性质	296
二、对弧长曲线积分的计算	297
习题 11-1 (A)	300
习题 11-1 (B)	300
第二节 对坐标的曲线积分	301
一、对坐标的曲线积分定义和性质	301
二、计算	302
三、两类曲线积分的关系	303
习题 11-2 (A)	304
习题 11-2 (B)	304
第三节 格林公式	305
一、格林 (Green) 公式	305
二、平面上曲线积分与路径无关的条件	306
习题 11-3 (A)	310
习题 11-3 (B)	311
第四节 对面积的曲线积分	312

一、概念和性质	312
二、计算	313
习题 11-4 (A)	314
习题 11-4 (B)	315
第五节 对坐标的曲面积分	315
一、定义、性质	315
二、计算	317
三、两类曲面积分间的关系	318
习题 11-5 (A)	320
习题 11-5 (B)	320
第六节 高斯公式通量与散度	321
一、高斯 (Gauss) 公式	321
二、通量与散度	323
习题 11-6 (A)	323
习题 11-6 (B)	324
第七节 斯托克斯公式环流量与旋度	324
一、斯托克斯公式	324
二、环流量、旋度	325
习题 11-7 (A)	326
习题 11-7 (B)	326
复习题十一	326
第十二章 无穷级数	328
第一节 常数项级数的概念与性质	328
一、常数项级数的概念	328
二、常数项级数的性质	329
习题 12-1 (A)	331
习题 12-1 (B)	331
第二节 常数项级数的收敛法	331
一、正项级数的收敛法	331
二、交错级数的收敛法	333
三、绝对收敛与条件收敛	334
习题 12-2 (A)	335
习题 12-2 (B)	335
第三节 幂级数	335
幂级数及其收敛半径	335
习题 12-3 (A)	338
习题 12-3 (B)	339

第四节 函数的幂级数展开	339
一、泰勒公式与泰勒级数	339
二、函数展开成幂级数	340
习题 12-4 (A)	343
习题 12-4 (B)	343
第五节 傅里叶级数	343
一、三角函数系的正交性	344
二、周期为 2π 的周期函数的傅里叶级数	345
三、正弦函数与余弦函数	349
四、以 $2l$ 为周期的函数展成傅里叶级数	351
本章小结	352
习题 12-5 (A)	353
习题 12-5 (B)	354
复习题十二	354
附录 积分表	356