经济数学

刘兴权　张志敏　主编

黑龙江教育出版社

经 济 数 学

第一册

主　编　　刘兴权　张志敏
副主编　　彭秋艳　申　维
　　　　　孙占军

黑龙江教育出版社

（黑）新登字第5号

经济数学
第一册

主　编　　刘兴权　张志敏

责任编辑：孙少平

黑龙江教育出版社出版　东北农业大学印刷厂印刷
新华书店北京发行所总发行
开本787×1092毫米1/32·印张10.5·字数230千字
1993年版·1993年5月第1次印刷
印数：1—2300

ISBN 7—5316—0682—3/0·4　　定价：7.80元

前　言

《经济数学》一书是按着国家教委高教司组织编写和审定的《高等学校财经专业核心课程教学大纲·经济数学基础》的教学要求，由黑龙江大学、黑龙江经济管理干部学院、黑龙江省教育学院、武汉工业大学、吉林林学院、浙江林学院、济南联合大学、华北航天工业学院、鸡西大学、宁波高等专科学校等校多年从事经济数学教学的专家、教授协作编写的经管理、财会、金融、计算机应用与管理等专业的数学教材。

全书分为两册，是按 140—200 学时编写的，具有一定的弹性。其中，第一册包括微积分，约 80—100 学时；第二册包括线性代数、线性规划、概率与数理统计，约 60—100 学时。全书力求深入浅出，通俗易懂。

全书由刘兴权副教授提出编写纲目，参加编写人员有：杨纫青、曾凡金、张凤华、张志敏、孙占军、曹殿国、申维、彭秋艳、黄纯一、李克等。第一册由刘兴权、彭秋艳、张志敏通审全书并定稿。

由于编者水平有限，时间仓促，错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

一九九三年五月

《经济数学》目录

第一章　函　数

§1.1　集　合

一、集合的概念

在日常生活中，我们常常把具有某种属性的事物的全体联合在一起，作为一个整体加以研究。例如：

(1) 人均年利税在 1 万元以上的工厂的全体；

(2) 某学院的全体学员；

(3) 不超过 10 的自然数；

(4) 掷一颗骰子可能出现的点数；

(5) 曲线 $y = x^2$ 上的所有的点。

我们把这种具有某种属性的事物的全体称为集合。构成集合的事物或对象，称为集合的元素。常用大写的英文字母 A、B、C…… 表示集合，用小写英文字母 a、b、c…… 表示集合中的元素。如果 a 是集合 A 中的元素，就记为 $a \in A$，读作"a 属于 A"，如果 b 不是集合 A 中的元素，记作 $b \overline{\in} A$，读作"b 不属于 A"。

为了方便起见，我们用 N 表示自然数集合，用 Z 表示整数集合，用 Q 表示有理数集合，用 R 表示实数集合。例如$\frac{3}{5}$

$\in Q$，但$\frac{3}{5} \overline{\in} Z$，$\sqrt{3} \in R$ 但$\sqrt{3} \overline{\in} Q$ 等等。

如果一个集合只含有有限个元素，称此集合为有限集；例如(1)、(2)、(3)、(4)都是有限集合；如果集合含有无限个元素，称此集合为无限集，例如(5) 就是无限集。

二、集合的表示法

1. 列举法　把集合的元素一一列举出来，写在花括号{　}内，这种表示集合的方法，称为列举法。

例如：用 A 表示不超过 5 的自然数所组成的集合，则 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，又如由 $x^2 - x - 6 = 0$ 的根构成的集合为 B，则 $B = \{-2, 3\}$。

2. 描述法　在花括号{　}内写明集合的元素所具有的公共属性，这种表示集合的方法称为描述法。记为 $A = \{a \mid P(a)\}$。

例如：由 $x^2 - x - 6 = 0$ 的根构成的集合，可表示为 $A = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}$，设 B 为全体奇数的集合，表示为 $B = \{x \mid x = 2n - 1, n \in N\}$。

3. 图示法　用一个平面区域表示集合的方法，称为图示法，也称文氏图。

三、集合间的关系和运算

1. 子集　对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何元素都是集合 B 的元素，则称集合 A 为集合 B 的子集，记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$。读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”，参见图 1—1。

例如：自然数集合是实数集的子集。记作 $N \subseteq R$。又如：$A=\{a, b\}$，$B=\{a, b, c\}$，则 $A \subseteq B$。

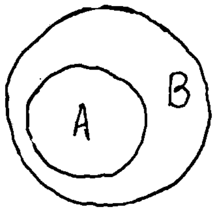

图 1—1

不含任何元素的集合称为空集，记为 $\varnothing$，我们规定，空集是任何集合的子集，即对于任何集合 A，有 $\varnothing \subseteq A$。

如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，则称集合 A 为 B 的真子集。记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$。事实上有 $N \subset Q$，$Q \subset R$。

对于两个集合 A 与 B，如果 $A \subseteq B$，且 $B \subseteq A$，则称两个集合相等，记作 $A=B$，读作"A 等于 B"。

例如：$A=\{x \mid x^2-x-6=0\}$，$B=\{-2, 3\}$，则 $A=B$。

例 1 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集与真子集。

解 集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集是：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{b, c\}$，$\{c, a\}$，$\{a, b, c\}$。

集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集为：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{b, c\}$，$\{c, a\}$。

2. 并集 由集合 A 和集合 B 的所有元素组成的集合，称为集合 A 与 B 的并集。记作 $A \cup B$。(如图 1—2 的阴影部分)

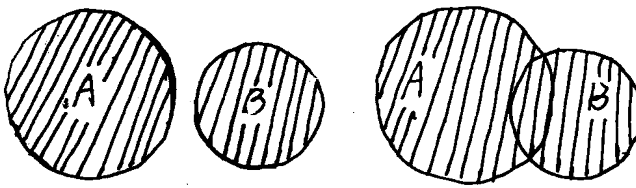

图 1—2

即 $A \cup B = \{x \mid x \in A$ 或 $x \in B\}$

集合的并集有以下性质：

1° $A \subseteq A \cup B$, $B \subseteq A \cup B$;

2° 若 $A \subseteq B$，则 $A \cup B = B$，特别地，$A \cup \varnothing = A$，$A \cup A = A$。

3. 交集　由集合 A 和集合 B 的所有公共元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的交集。记作 $A \cap B$。（如图 1—3 的阴影部分）

即

$A \cap B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$。

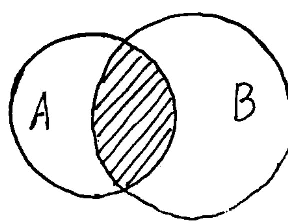

图 1—3

集合的交集有以下性质：

1° $A \cap B \subseteq A$, $A \cap B \subseteq B$

2° 若 $A \subseteq B$，则 $A \cap B = A$，特别地 $A \cap A = A$，$A \cap \varnothing = \varnothing$。

例 2　设 $A = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 1\}$，$B = \{x \mid x > 0\}$ 求 $A \cup B$ 和 $A \cap B$。

解　$A \cup B = A = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 1\} \cup \{x \mid x > 0\}$

$= \{x \mid x \geqslant -1\}$

$A \cap B = \{x \mid 0 < x \leqslant 1\}$

4. 差集　由属于集合 A 但不属于集合 B 的元素构成的集合，称为集合 A 与 B 的差集，记作 $A-B$

即　$A - B = \{x \mid A \in A \text{ 且 } x \overline{\in} B\}$（如图 1—4 的阴影部分）

例 3　设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$

则 $A - B = \{1, 2, 3\}$

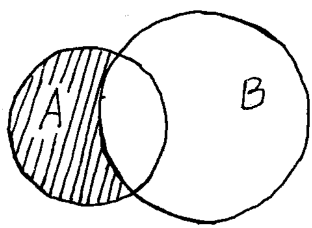

图　1—4

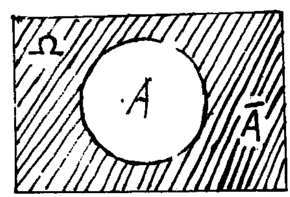

图　1—5

5. 全集与补集　在对某一问题的研究中，由所研究的所有事物或对象组成的集合，称为**全集**，用 Ω 表示。

全集 Ω 中，由所有不属于 A 的元素构成的集合，称为集合 A 的补集。记作 $\overline{A}$（见图 1—5 的阴影部分）

即

$\overline{A} = \{x \mid x \in \Omega \text{ 且 } x \overline{\in} A\}$

补集 $\overline{A}$ 有下列性质

1°　$A \cup \overline{A} = \Omega$, $A \cap \overline{A} = \varnothing$;

2° $\overline{\Omega}=\varnothing$, $\overline{\Phi}=\Omega$。

3° $\overline{\overline{A}}=A$。

例 4 如果 $\Omega=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A=\{1, 3, 5\}$ 则 $\overline{A}=\{2, 4, 6\}$。

例 5 设 $\Omega=\{$实数$\}$, $A=\{x \mid x<3\}$, $B=\{x \mid -1<x<2\}$, 则 $\overline{A}=\{x \mid x\geqslant 3\}$, 而 $\overline{B}=\{x \mid x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 2\}$。

集合间的运算满足以下运算律

(1) 交换律: $A\cup B=B\cup A$, $A\cap B=B\cap A$

(2) 结合律: $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

(3) 分配律: $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

(4) 摩根律: $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。

例 6 设 $\Omega=\{a, b, c, d, e, f, g\}$, $A=\{b, d, f\}$, $B=\{d, e, f, g\}$ 验证一下摩根律成立。

证明 $\because \overline{A}=\{a, c, e, g\}$, $\overline{B}=\{a, b, c\}$

$\therefore \overline{A}\cap\overline{B}=\{a, c, e, g\}\cap\{a, b, c\}=\{a, c\}$

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{a, c, e, g\}\cup\{a, b, c\}=\{a, b, c, e, g\}$

又 $\because$ $A\cup B=\{b, d, f\}\cup\{d, e, f, g\}$

$=\{b, d, e, f, g\}$

$\therefore$ $\overline{A\cup B}=\{a, c\}$

又 $\because$ $A\cap B=\{b, d, f\}\cap\{d, e, f, g\}=\{d, f\}$

$\therefore \overline{A\cap B}=\{a, b, c, e, g\}$

综上得 $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。