普通高等院校机电工程类规划教材

工程优化设计与MATLAB实现

李万祥 主编
蔡慧林 褚衍东 审

清华大学出版社

普通高等院校机电工程类规划教材

工程优化设计与MATLAB实现

李万祥 主编
蔡慧林 褚衍东 审

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以简洁、完整的基本理论为基础，以实用、多角度的工程实例为对象，以 MATLAB 语言为工具，介绍了优化设计的理论及应用。主要内容包括：优化设计基本模型；优化设计的数学基础知识；线性规划；一维搜索方法；无约束优化问题、有约束优化问题的经典算法；启发式优化算法，包括蚁群算法、粒子群优化算法、遗传算法、模拟退火算法和人工神经网络算法；MATLAB 优化工具箱函数及应用；优化算法工程应用实例。

本书可作为高等工科院校有关专业优化设计方面的教材和教学参考书，也可供有关专业师生和工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

工程优化设计与 MATLAB 实现 / 李万祥主编. —北京：清华大学出版社，2010.2
（普通高等院校机电工程类规划教材）
ISBN 978-7-302-20617-0

Ⅰ. 工…　Ⅱ. 李…　Ⅲ. 工程设计：最优设计－计算机辅助计算－软件包，MATLAB－高等学校－教材　Ⅳ. TB21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 119120 号

责任编辑：庄红权
责任校对：刘玉霞
责任印制：李红英

出版发行：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦 A 座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社　总　机：010-62770175　　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质　量　反　馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京四季青印刷厂
装 订 者：三河市金元印装有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185×260　　**印　张**：19.5　　**字　数**：471 千字
版　次：2010 年 2 月第 1 版　　**印　次**：2010 年 2 月第 1 次印刷
印　数：1～4000
定　价：32.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。
联系电话：010-62770177 转 3103　　产品编号：033484-01

前　言

从工程角度来说，最优化就是寻求工程设计的最优方案。通常是在满足一定约束条件下，使设计达到预定的目标，如产品成本最低、利润最大，或重量最轻、用料最省等。在生产组织和管理、产品设计、资源分配、交通运输生产调度等领域广泛存在着最优化问题。而最优化理论本身也已发展成为数学的一个分支。随着计算机技术的迅速发展以及实际问题的复杂性和多样性，自 20 世纪 60 年代以来，最优化理论的研究和应用一直是一个非常活跃的领域，典型代表就是近 10 余年来不断涌现的各种启发式(heuristic)算法或智能算法，如遗传算法、蚁群算法、粒子群算法、神经网络算法等。这些方法不论是从算法上，还是从适用问题的类型上，都比经典算法或传统算法有了革命性的变化。

优化设计既是一种设计方法，也是一种设计理念。在知识经济时代，行业的竞争更多地依赖于技术进步和科技创新，优化设计在其中扮演着重要角色。优化设计渗透在机械、化工、建筑、动力、航空、经济等众多领域，从事相关领域技术工作的专业人员急需通过轻松、快捷的方式掌握优化设计方面的理论知识，以提高产品设计水平。无论是从学习的角度还是从应用、研究的角度来说，科技工作者都希望通过轻松、友好、快捷的方式学习，迅速掌握和运用优化设计理论。

学习的目的不是为了简单地拥有知识，而是要灵活地运用知识，并有所创新。现有的关于优化设计或数学规划方面的书籍，在编程语言上或选择 FORTRAN 这样的高级语言，或直接运用 MATLAB 优化设计工具箱的函数，对读者来说这两种方式都存在一定的缺陷。前者因变量结构以单个元素为基础，编写出的程序冗长、复杂，程序调试困难、周期长，令读者望而生畏；而后者虽然可以使读者能快速运用函数求解问题，但总不免有“只知其然，不知其所以然”之嫌，或读者并不满足于“傻瓜化”、“黑箱式”的便捷，更想发挥自己的创造能力，编出更灵活、更实用的程序。

MATLAB 语言继承了目前众多高级语言的优点，同时充分考虑了各行业数值计算和仿真的需要，提供了从数学到工程，从经济到生物的各种专用函数和工具箱，以编程环境的集成性、灵活性、开放性，仿真模块和工具箱的多样性和专业性受到高校师生、科研人员和工程技术人员的钟爱。MATLAB 语言基于向量和矩阵的数据结构，集成化开发环境，给运用者提供了编写篇幅小巧、结构清晰、结果表达方式丰富的程序的条件。

面对潮水般涌来的新知识、新理论、新技术，如何能在较短的时间内掌握所需的知识，并用于实际工作中，发挥“生产力”的威力，既是科技工作者要考虑的问题，也是作者要考虑的问题。本书的宗旨是以简洁、完整的基本理论为基础；以实用、多角度的工程实例为对象；以方便、快速、功能强大的 MATLAB 语言为工具，以轻松、友好的方式，介绍优化设计的理论及应用。本书主要介绍连续变量优化设计的算法与应用，但启发式算法方面的内容也可用于求解离散变量最优化问题。

本书包括 12 章，其中第 1 章和第 2 章介绍优化设计的基本模型和数学基础知识；第 3～8 章介绍经典或传统优化设计方法，包括一维搜索、无约束优化和有约束优化方法；第 9

章介绍多目标函数优化设计；第 10 章介绍启发式优化算法，包括蚁群算法（ACO）、粒子群优化算法（PSO）、遗传算法（GA）、模拟退火算法（SA）和人工神经网络算法（ANN）；第 11 章介绍 MATLAB 优化工具箱函数及应用；第 12 章介绍优化算法的工程应用实例。

本书由李万祥主编并统稿，蔡慧林、褚衍东审，兰州交通大学金花、陈玉英，西北师范大学严军参加编写。第 1.2～1.5 节、第 9 章、第 10 章、第 11.7 节、第 11.8 节、第 12.1～12.3 节、第 12.10 节由李万祥编写；第 4 章、第 7 章、第 8 章、第 12.5 节由金花编写；第 1.1 节、第 2 章、第 5 章、第 6 章、第 12.4 节及习题由陈玉英编写；第 3 章、第 11.1～11.6 节、第 12.6 节～第 12.9 节由严军编写。在编写过程中，张鹏、刘金平、程明、周至勇完成了部分程序的调试工作，在此表示感谢。同时感谢曹茹、蔡慧林给予的帮助。在编写过程中参考了网络中一些作者的资料，在此一并表示感谢。

由于作者水平有限，书中一定有不少错误和缺点，敬请广大读者提出宝贵意见。

编　者

2009 年 10 月

目　　录

第1章 绪 论

1.1 最优化问题的提出

“优化”既是一个专业术语，也是一个通俗的词语，这一方面说明优化问题的广泛性；另一方面也说明解决优化问题具有一定的难度，需要有专门的理论和技巧。优化问题来源于求某一设计(广义的设计)的最优结果，用数学观点来说就是求用某一个指标或某几个指标描述的设计的最大值或最小值。设计的决策包含优化的过程，其中有通过以往经验判断得出的决策，有通过枚举或多方案比较得出的决策，而经济的做法则是通过对设计建立数学模型，通过解析或数值计算寻找到决策的依据，用以指导设计的实施。例如，某设计的模型可用一元函数 $f(x)$来表示，对其进行最优设计就是求该一元函数的最大值或最小值。如果一元函数是单调函数，则函数的最大值或最小值会在变量 x 的边界上取得；如果一元函数是二次多项式，则函数的极值在函数曲线的顶点上取得；如果一元函数是高次多项式，函数曲线有多个极值点，则求函数的最大值或最小值问题就变得复杂起来。对多元函数的极值问题更是如此，需要用到后续章节介绍的局部或全局优化算法来求解。

线性规划问题是目标函数和限制条件都是线性函数的问题，在生产和生活中很多问题都可抽象为线性规划问题。下面以两个线性规划的例子说明优化设计问题的提出、建模及求解的全过程。

【例 1-1】 有一名学生，期末有 5 门功课要考试，可用的复习时间有 18 h。假定这 5 门功课分别是数学、英语、计算机基础、画法几何和专业概论。如果不复习直接参加考试，这 5 门功课预期的考试成绩分别为 65 分、60 分、70 分、60 分和 65 分。复习以 1 h 为一单元，每增加 1 h 复习时间，各门功课考试成绩就有可能提高，每复习 1 h 各门功课考试成绩提高的分数分别为 3 分、4 分、5 分、4 分和 6 分。问：如何安排各门功课的复习时间可使平均成绩不低于 80 分，并且数学和英语成绩分别不低于 70 分和 75 分？

解：

设分配在数学、英语、计算机基础、画法几何和专业概论这 5 门功课的复习时间分别为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5，则可列出如下的目标函数和限制条件：

$$\begin{aligned}
&\min\ f(\boldsymbol{x}) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\
&\text{s.t.}\ \ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leqslant 18 \\
&\qquad (3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 + 320)/5 \geqslant 80 \\
&\qquad 3x_1 + 65 \geqslant 70 \\
&\qquad 4x_2 + 60 \geqslant 75
\end{aligned}$$

这是由所给问题列出的主要方程。但根据实际情况，各门功课的成绩不能大于 100 分，各门功课的复习时间不能是负数，因此还需补充这几个限制条件。由此看出，这是一个在满足限制条件(约束条件)的情况下，求最少复习时间的问题。下面用 MATLAB 优化工具箱

求线性规划的函数 linprog()来求解此问题。MATLAB 优化工具箱中各函数的用法在第 11 章中介绍。本例具体程序如下：

```
%li_1_1
f=[1 1 1 1 1];
A=[1 1 1 1 1; -3 -4 -5 -4 -6; -3 0 0 0 0;
  0 -4 0 0 0; 3 0 0 0 0; 0 4 0 0 0;
  0 0 5 0 0; 0 0 0 4 0; 0 0 0 0 6];
b=[18;-80;-5;-15;35;40;30;40;35];
lb=zeros(6,1)
[x,fval]=linprog(f,A,b,[],[],lb)
```

计算结果为

```
x=
    1.6667
    3.7500
    5.0000
    0.0000
    5.8333
fval=
    16.2500
```

MATLAB 中求线性规划问题的函数 linprog()将约束条件统一为小于或等于类型的约束条件，因此需将例 1-1 中的约束条件转化为 linprog()函数要求的形式。由于例 1-1 所得结果应为整数，故需对结果进行调整，调整后的结果为

$$\boldsymbol{x}=[2\quad 4\quad 5\quad 0\quad 6]^{\mathrm{T}}$$

各门功课复习时间之和小于 18 h，同时满足各约束条件，因此结果有效。

【例 1-2】 资源分配问题是线性规划中的一类问题。这里所说的资源其含义广泛，可以是一般的物质资源，也可以是人力资源。资源分配问题可描述为生产若干种产品(广义的产品)需要几种不同的资源，如原料消耗量、设备使用量、人力需求量等。各种资源供应量有一定限制，所生产的产品有不同的利润或花费不同的费用。所求问题是在所消耗资源和资源供给量限制的条件下，求生产不同的产品的数量，使收益最大或费用最低。如下面的问题。

某工厂要生产两种规格的电冰箱，分别用Ⅰ和Ⅱ表示。生产电冰箱需要两种原材料 A 和 B，另外需设备 C。生产两种电冰箱所需原材料、设备台时、资源供给量及两种产品可获得的利润如表 1.1 所示。问：工厂应分别生产Ⅰ,Ⅱ型电冰箱多少台，才能使工厂获利最多?

表 1.1　资源需求与限制

资　　源	Ⅰ	Ⅱ	资源限制
设备 C	1	1	1200 台时
原材料 A	2	1	1800 kg
原材料 B	0	1	1000 kg
单位产品获利	220 元	250 元	求最大收益
电冰箱Ⅰ用原材料限制	≤800 kg		

解：

设生产Ⅰ，Ⅱ两种电冰箱的数量分别为 x_1, x_2，则可获得的最大收益为

$$\max f(\boldsymbol{x}) = 220x_1 + 250x_2, \quad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.}\ & x_1 + x_2 \leqslant 1200 \\ & 2x_1 + x_2 \leqslant 1800 \\ & x_1 \leqslant 800 \\ & x_2 \leqslant 1000 \\ & x_1, x_2 \geqslant 0 \end{aligned}$$

MATLAB 求解程序如下：

```
%li_1_2
clc;
close all;
f=-[220 250];
A=[1 1;2 1;1 0;0 1];
b=[1200;1800;800;1000];
xl=[0 0];
[x,fval]=linprog(f,A,b,[],[],xl)
x1=[0:1800];
x2=[0:2000];
[xm1,xm2]=meshgrid(x1,x2);
x21=1200-x1;
x22=1800-2*x1;
x23=(-fval-220*x1)/250;
plot(x1,x21,x1,x22,[0:1:1000],1000,800,[0:1:1500],x1,x23,'r')
axis([0,1400,0,2000])
xlabel('x1');
ylabel('x2');
hold on
z=200*xm1+250*xm2;
[C,h]=contour(xm1,xm2,z);
text_handle=clabel(C,h);
set(text_handle,'BackgroundColor',[1 1 .6],'Edgecolor',[.7 .7 .7]);
hold off
```

计算结果为

```
x=200.0000
  1000.0000
fval=
  -2.9400e+005
```

目标函数等值线和约束函数曲线如图 1.1 所示。

通过这两个例子我们初步了解了优化设计求解的过程，以及优化设计的“威力”。

在例 1-2 的求解中使用了标准化的优化数学模型，而优化问题数学模型的一般描述为

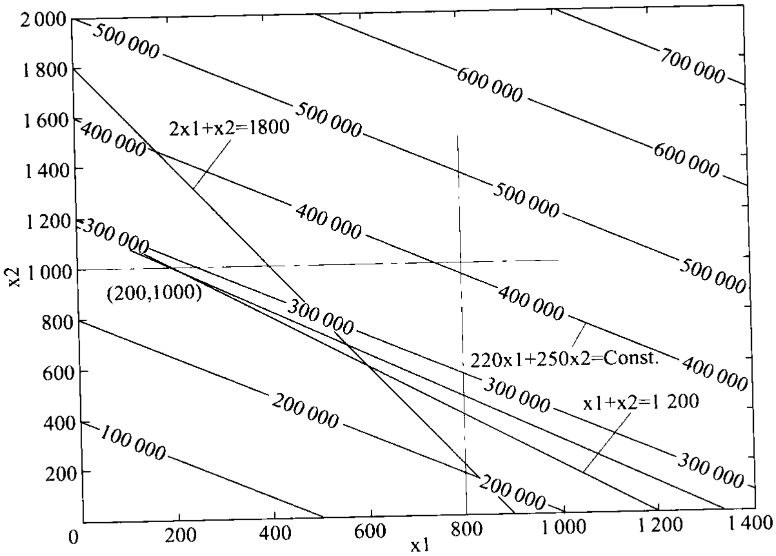

图 1.1　例 1-2 约束函数曲线及目标函数等值线

$$
\begin{aligned}
&\min\ (\max)\ f(\boldsymbol{x}) = f(x_1, x_2, \cdots, x_n), \quad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n \\
&\text{s.t.}\ \ g_u(x) \leqslant (\geqslant) 0, \quad u = 1, 2, \cdots, L \\
&\qquad h_v(x) = 0, \quad v = 1, 2, \cdots, M
\end{aligned} \tag{1-1}
$$

其中，$\mathbb{R}^n$ 表示 n 维实欧氏空间；s. t. 是 subject to 或 so that 的缩写，意为“受限于”或“满足于”。目标函数和约束条件可以是线性的，也可以是非线性的。

1.2　最优化问题的分类

工程实际问题多种多样，依据不同的分类方法，它们属于不同的类型，相应地有不同的解法。例如根据问题的性质，可将问题分为静态问题、动态问题、确定性问题、随机性问题、模糊问题、连续问题、离散问题、逻辑状态问题等。求解问题时首先要根据问题遵循的基本定律建立相应的数学模型，模型的类型与问题的类型往往是一致的。不论是哪一种类型的问题或模型，其求解可通过实验法、解析法或数值方法来实现。随着计算机技术及各种数值方法的发展，利用计算机求解实际问题越来越普遍和快捷。常遇到的工程问题其数学模型一种是代数模型，如例 1-1 所示的模型；另一种是用常微分或偏微分方程表示的模型，如弹性体静力平衡微分方程。有限元法是求解偏微分方程非常有效的方法，其理论基础就是求能量函数或泛函的极值。这里主要讨论代数模型求极值的方法，但作为了解有限元法的基本思路，在 1.4 节通过一个例子对有限元法进行说明。

对于优化设计问题来说，若目标函数和约束函数都是线性函数，则这样的问题就是线性规划问题，如例 1-1 和例 1-2 中的数学模型；若目标函数或约束函数中含有非线性函数，则这样的问题就是非线性优化问题。

有些优化问题有约束条件，而有些优化问题没有约束条件，据此可以将最优化问题分为无约束问题和有约束问题。无约束优化问题在经典优化设计中占有重要地位，其求解方法

是某些约束优化问题求解的基础。

此外，目标函数中的变量（称为设计变量）可能只含有一个，也可能含有多个，相应的优化问题就分别称为单变量问题和多变量问题。单变量优化问题的解法称为一维搜索方法。经典多变量优化算法中确定搜索方向最优步长的问题就是一维搜索问题。因此，一维搜索算法是多变量优化算法的基础。

根据目标函数的多少，最优化问题又可分为单目标函数问题和多目标函数问题；根据设计变量取值的性质，最优化问题可分为整数优化问题和非整数优化问题；根据优化变量取值是否连续，最优化问题又可分为连续优化问题和离散优化问题。

根据求解算法是否含有导数运算，可以将优化算法分为含导数的优化算法和不含导数的优化算法，不含导数的优化算法又称为直接算法。

离散优化问题通常称为规划问题，如资源配置、生产管理、最短邮路等问题。一些启发式优化算法如遗传算法、粒子群算法不仅适合于求解连续最优化问题，也适于求解离散最优化问题。式(1-1)是最优化问题数学模型的一般形式。如果进一步将约束函数按线性和非线性、等式和非等式进行分类，最优化数学模型可进一步表示为

$$
\begin{aligned}
&\min f(\boldsymbol{x}) = f(x_1, x_2, \cdots, x_n), \quad \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n \\
&\text{s. t. } \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \leqslant \boldsymbol{b} \\
&\qquad \boldsymbol{A}_{\mathrm{eq}}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{\mathrm{eq}} \\
&\qquad g_u(\boldsymbol{x}) \leqslant 0, \quad u = 1, 2, \cdots, L \\
&\qquad h_v(\boldsymbol{x}) = 0, \quad v = 1, 2, \cdots, M
\end{aligned}
\tag{1-2}
$$

这也是 MATLAB 优化工具箱函数中优化数学模型采用的形式。

经典的优化算法大多属于线搜索方法，即从某一初始点 $\boldsymbol{x}^{(0)}$ 出发，沿搜索方向 $\boldsymbol{d}^{(0)}$，按一定的步长 $\alpha^{(k)}$ 在约束条件限定的范围内进行搜索，一般的迭代格式为

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{x}^{(k)} + \alpha^{(k)}\boldsymbol{d}^{(k)}$$

根据搜索方向 $\boldsymbol{d}$ 构造方法的不同，就形成了不同的优化算法。

1.3　优化模型的图形表示

由图 1.1 可知，设计变量的取值被限定在约束函数规定的区域内，满足约束条件的最优解位于约束函数曲线的交点上。将优化模型用图形表示就是优化问题的图解法。MATLAB 有方便、灵活的绘图函数，对一些二维或三维优化问题应用绘图函数可以帮助了解目标函数性状和约束空间。对一些实际问题，通过图形表示可以了解设计变量的取值范围，也可以通过图解直接得出优化问题的解。下面先介绍 MATLAB 常用的绘图函数，然后通过典型优化问题的分析了解基于 MATLAB 的图解法。

MATLAB 绘图函数包括平面曲线绘图函数 plot()、三维曲线绘图函数 plot3()、三维曲面绘图函数 mesh()和 surf()，以及将三维曲面投影到平面上的取等值线函数 contour()。要绘制较完美的图形，还要对曲线线型（如点画线、虚线等）、线宽、线的颜色、绘图点标记的形状、标记边框颜色、标记填充颜色等进行定义，此外还要对坐标轴刻线、坐标轴名称、坐标轴取值范围、曲线图例等进行说明，对所绘图形修饰性的说明或定义也可在图形绘制完成后

在图形显示窗口通过编辑命令来完成。坐标点及网格点生成函数在介绍有关函数时一并介绍。下面分别对 plot(),plot3(),mesh(),contour()函数进行说明。

1. plot()函数

plot()函数是在直角坐标系中绘制平面曲线的基本函数,要求输入的参数是横坐标 x 和纵坐标 y 的值。x 和 y 用行向量或列向量来表示。

【例 1-3】 绘制下面函数的曲线：

$$y(x) = 2\sin x + \ln x$$

解：

应用 plot()函数绘制该函数曲线的程序如下：

```
%li_1_3
f=inline('2 * sin(x)+ log(x)','x')
x=linspace(0.1,2 * pi,15);
y=feval(f,x);
plot(x,y,'-rs','LineWidth',2,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','g','
MarkerSize',10)
xlabel('0.1\leq \Theta\leq 2\pi')
ylabel('2sin(\Theta)+ln(\Theta)');
title('Plot of 2sin(\Theta)+ln(\Theta)')
text(pi/4,sin(-pi/4),'\leftarrow 2sin(\Theta)+ln(\Theta)','HorizontalAlignment
','left')
legend('-')
grid on
```

所绘制的函数曲线如图 1.2 所示。

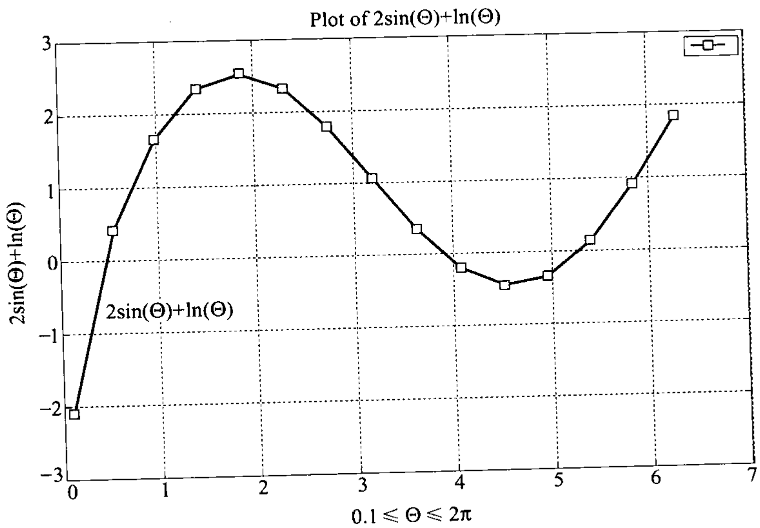

图 1.2　例 1-3 函数曲线

例 1-3 中用到的有关函数有内置函数定义函数 inline()、坐标点生成函数 linspace()、函数取值函数 feval()。坐标点生成函数 linspace()用于生成等距点，该函数有 3 个输入参数，