

# 经济数学基础之一

## 微 积 分

WEIJIFEN

上海高校《经济数学基础》编写组

立信会计出版社  
LIXIN KUAJI CHUBANSHE

0.172  
39

经济数学基础之一

# 微 积 分

W E I J I F E N

上海高校《经济数学基础》编写组



A0377526

立信会计出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

微积分/上海高校《经济数学基础》编写组编. 一上海:  
立信会计出版社, 2000. 8  
ISBN 7-5429-0792-1

I. 微… II. 上… III. 微积分-高等学校-教材  
IV. 0172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 44660 号

---

|        |                                                         |
|--------|---------------------------------------------------------|
| 出版发行   | 立信会计出版社                                                 |
| 经 销    | 各地新华书店                                                  |
| 电 话    | (021)64695050×215<br>(021)64391885(传真)<br>(021)64388409 |
| 地 址    | 上海市中山西路 2230 号                                          |
| 邮 编    | 200235                                                  |
| E-mail | lxaph@sh163c.sta.net.cn                                 |

---

|     |                           |
|-----|---------------------------|
| 印 刷 | 立信会计常熟市印刷联营厂              |
| 开 本 | 850×1168 毫米 1/32          |
| 印 张 | 12.375                    |
| 插 页 | 2                         |
| 字 数 | 295 千字                    |
| 版 次 | 2000 年 8 月第 1 版           |
| 印 次 | 2002 年 9 月第 9 次           |
| 印 数 | 44 001—50 000             |
| 书 号 | ISBN 7-5429-0792-1/F·0730 |
| 定 价 | 21.60 元                   |

---

如有印订差错 请与本社联系

# 《经济数学基础》编写组

顾问 胡启迪(上海市教育考试院院长、教授)

总主编 朱弘毅(上海应用技术学院)

副总主编

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 赵斯泓(立信会计高等专科学校) | 张福康(东海职业技术学院)   |
| 李树冬(上海商业职业技术学院) | 桂胜华(上海第二工业大学)   |
| 居环龙(上海应用技术学院)   | 车荣强(上海金融高等专科学校) |
| 龚秀芳(上海师范大学)     | 施国锋(上海旅游高等专科学校) |
| 钱 锦(上海海关高等专科学校) |                 |

编委(按姓氏笔画排列)

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 车荣强 | 朱弘毅 | 刘志石 | 吴 珞 | 李树冬 |
| 余 敏 | 沈 昕 | 居环龙 | 周伟良 | 张福康 |
| 赵斯泓 | 施国锋 | 费伟劲 | 桂胜华 | 钱 锦 |
| 黄玉洁 | 龚秀芳 | 戴宏图 |     |     |

主审 李重华(上海交通大学教授、东海学院副院长)

审稿组(按姓氏笔画排列)

|               |                   |
|---------------|-------------------|
| 李重华(上海交通大学)   | 罗爱芳(上海城市管理职业技术学院) |
| 邱慈江(上海应用技术学院) | 姚力民(上海商业职业技术学院)   |
| 俞国胜(上海大学)     | 冯珍珍(上海第二工业大学)     |

第一册《微积分》

主 编 赵斯泓 李树冬 车荣强

副主编 龚秀芳 刘志石

# 序

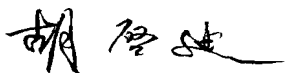
相当时间以来,经济数学基础被列为我国高等院校经济类和管理类专业的基础课,受到各院校的普遍重视。多年的实践,在全国各地已形成一些相应的教材。需指出的是,在近两年及可以预料的第十个五年计划之内,高等教育规模呈扩招的形势,其中特别要积极发展高等职业技术教育,以适应新世纪经济发展对人才的需求。面对高等教育中高职与高专这样一个特殊的学习群体,编写一套有针对性的教材,成为许多人的愿望。有幸在上海市教育委员会领导和组织下,由上海市高职与高专院校联合组成了《上海高校〈经济数学基础〉编写组》,编写了这套《经济数学基础》教材。该套教材由《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》三册组成,可为大专层次的经济类和管理类专业或相近专业的教学选用。

据我了解,本套教材的编写者都是一些有丰富专科教学实践经验的数学教师,他们长期工作在上海市高等专科学校,熟悉学生,掌握教学规律。在这套教材的编写过程中,又进行了广泛的调查研究和深入的切磋讨论,紧扣高职与高专的培养目标,把握“以应用为目的,以必需够用为度”的编写原则,认真细致地做好教材编写工作。

本套教材力图体现高职高专特色和经济管理专业特点,因此在内容的选取和手段的处理上,能调节好数学推理训练与运算技能培养的尺度,无论从概念的引入还是例题与习题的选择上,都可看出编写者是花了力气的。另外教材的语言力求通俗精炼,有利于启发式教学,有利于学生自学。

当大家研读手中的教材时,世界已处于新世纪坐标的起点上。面对新世纪,我们必须在全面提高教育质量上下功夫,特别是在全面推进“以德育为核心,以创新精神和实践能力为重点”的素质教育工程中作贡献。以此为标准,我们的教材还必须向前发展,且在实践中完善。因此希望使用本套教材的各院校,能结合教学实际,注入更新的功能,譬如随着教学内容和课程体系改革的深入,不断地融入计算机和应用软件的使用,开拓经济数学基础的新领域,以适应信息化社会中对应用型人才培养的要求。

为了表示一个老数学工作者对新世纪数学教学的期盼,谨献此序。

A handwritten signature in black ink, consisting of the characters '胡' and '景建' in a stylized, cursive script.

(上海市教育考试院院长,教授)

# 前 言

为适应高职高专教育的发展,在上海市教委的组织和领导下,由上海市高职高专院校联合组成上海高校《经济数学基础》编写组,为了达到高职高专的培养目标——培养拥护党的基本路线、德智体美等方面全面发展的高等技术应用性人才,为高职高专经济类和管理类专业编写一套具有高职高专特色的教材。

《经济数学基础》由朱弘毅任总主编,共分三册,第一册《微积分》,内容包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理、导数应用、二元函数微积分、微分方程与级数;第二册《线性代数》,内容包括行列式、矩阵、向量及线性相关性、线性方程组、投入产出模型、线性规划问题;第三册《概率论与数理统计》,内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、二维随机变量、随机变量的数字特征、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析、正交试验设计。书中注有“\*”号的内容供不同教学要求选用。

这套教材,按照“以应用为目的、以必需够用为度”的原则,以“理解基本概念、掌握运算方法及应用”为依据,按照高职高专《经济数学基础课程教学基本要求》,结合数学教学改革的实际经验编写的。

这套教材注意从实际问题中引入概念;注意把握好理论推导证明的深度;注重基本运算能力、分析问题和解决问题能力的培养;贯彻理论联系实际和启发式教学原则;深入浅出,通俗易懂,便于教师讲授和读者自学。书中每节后面配有习题,每章后面配有复习题。

《经济数学基础》由上海交通大学教授、东海职业技术学院副院长李重华主审,参加审稿的还有:邱慈江(上海应用技术学院)、冯珍珍(上海第二工业大学)、姚力民(上海商业职业技术学院)、俞国胜(上海大学)、罗爱芳(上海城市管理职业技术学院)。他们认真审阅原稿,提出了许多宝贵的意见。本教材在编写和出版过程中得到了上海市教育考试院院长胡启迪教授、上海市教委高等教育办公室徐国良副主任、立信会计出版社孙时平总编辑、蔡莉萍编辑、王征编辑的支持和帮助,在此一并表示衷心感谢。

在编写过程中,因作者水平有限,书中疏漏之处在所难免,恳请同仁和读者不吝指正。

朱弘毅

|                                                |    |
|------------------------------------------------|----|
| 第六节 常用的经济函数 .....                              | 34 |
| 一、需求、供给函数 .....                                | 34 |
| 二、成本、收益和利润函数 .....                             | 35 |
| 三、费用函数 .....                                   | 37 |
| 习题 1-6 .....                                   | 39 |
| 复习题一 .....                                     | 40 |
| <br>第二章 极限与连续 .....                            | 43 |
| 第一节 数列的极限 .....                                | 43 |
| 习题 2-1 .....                                   | 46 |
| 第二节 函数的极限 .....                                | 46 |
| 一、 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $f(x)$ 的极限 ..... | 47 |
| 二、 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限 .....    | 49 |
| 习题 2-2 .....                                   | 53 |
| 第三节 无穷小量与无穷大量 .....                            | 53 |
| 一、无穷小量与无穷大量 .....                              | 53 |
| 二、无穷小量的性质 .....                                | 55 |
| 三、无穷小量的阶 .....                                 | 56 |
| 习题 2-3 .....                                   | 57 |
| 第四节 极限的运算法则 .....                              | 58 |
| 一、极限的四则运算法则 .....                              | 58 |
| 二、未定式的极限 .....                                 | 61 |
| 习题 2-4 .....                                   | 64 |
| 第五节 极限存在准则与两个重要极限 .....                        | 65 |
| 一、极限存在准则 .....                                 | 65 |
| 二、两个重要的极限 .....                                | 66 |
| * 三、用等价无穷小量计算极限 .....                          | 71 |
| 习题 2-5 .....                                   | 72 |

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第六节 函数的连续性 .....    | 73  |
| 一、函数连续的概念 .....     | 73  |
| 二、函数的间断点 .....      | 75  |
| 三、连续函数的运算法则 .....   | 76  |
| 四、闭区间上连续函数的性质 ..... | 77  |
| 习题 2-6 .....        | 78  |
| 复习题二 .....          | 79  |
| <br>第三章 导数与微分 ..... | 82  |
| 第一节 导数的概念 .....     | 82  |
| 一、引例 .....          | 82  |
| 二、函数的变化率——导数 .....  | 84  |
| 三、可导与连续的关系 .....    | 89  |
| 习题 3-1 .....        | 90  |
| 第二节 导数基本运算法则 .....  | 91  |
| 习题 3-2 .....        | 94  |
| 第三节 复合函数的导数 .....   | 95  |
| 习题 3-3 .....        | 98  |
| 第四节 其他求导方法 .....    | 99  |
| 一、反函数的导数 .....      | 99  |
| 二、隐函数的导数 .....      | 100 |
| 三、对数求导法 .....       | 102 |
| 四、分段函数的导数 .....     | 103 |
| 习题 3-4 .....        | 105 |
| 第五节 高阶导数 .....      | 105 |
| 习题 3-5 .....        | 107 |
| 第六节 函数的微分 .....     | 108 |
| 一、微分的定义 .....       | 108 |

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| 二、微分的几何意义 .....                       | 111 |
| 三、微分的运算法则 .....                       | 111 |
| 四、微分在近似计算中的应用 .....                   | 113 |
| 习题 3-6 .....                          | 114 |
| 第七节 导数概念在经济中的应用 .....                 | 114 |
| 一、边际分析 .....                          | 114 |
| 二、弹性分析 .....                          | 117 |
| 习题 3-7 .....                          | 120 |
| 复习题三 .....                            | 121 |
| <br>第四章 中值定理与导数应用 .....               | 125 |
| 第一节 中值定理 .....                        | 125 |
| 一、罗尔定理 .....                          | 125 |
| 二、拉格朗日中值定理 .....                      | 127 |
| 习题 4-1 .....                          | 130 |
| 第二节 罗必塔法则 .....                       | 131 |
| 一、 $\frac{0}{0}$ 型未定式 .....           | 131 |
| 二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式 ..... | 133 |
| * 三、其他未定式 .....                       | 134 |
| 习题 4-2 .....                          | 137 |
| 第三节 函数的单调性与极值 .....                   | 138 |
| 一、函数的单调性 .....                        | 138 |
| 二、函数的极值 .....                         | 141 |
| 三、函数的最大值与最小值 .....                    | 145 |
| 习题 4-3 .....                          | 147 |
| 第四节 极值在经济中的应用 .....                   | 148 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 一、最小平均成本 .....    | 149 |
| 二、最大利润 .....      | 150 |
| 三、最优批量 .....      | 151 |
| 习题 4-4 .....      | 152 |
| 第五节 函数图形的描绘 ..... | 153 |
| 一、曲线的凹向与拐点 .....  | 153 |
| 二、曲线的渐近线 .....    | 157 |
| 三、函数图形的描绘 .....   | 159 |
| 习题 4-5 .....      | 162 |
| 复习题四 .....        | 162 |
| 第五章 不定积分 .....    | 165 |
| 第一节 不定积分的概念 ..... | 165 |
| 一、原函数的概念 .....    | 165 |
| 二、不定积分的定义 .....   | 166 |
| 三、基本积分公式 .....    | 168 |
| 习题 5-1 .....      | 170 |
| 第二节 不定积分的性质 ..... | 170 |
| 习题 5-2 .....      | 174 |
| 第三节 换元积分法 .....   | 175 |
| 一、第一类换元法 .....    | 175 |
| 二、第二类换元法 .....    | 181 |
| 习题 5-3 .....      | 187 |
| 第四节 分部积分法 .....   | 188 |
| 习题 5-4 .....      | 192 |
| 复习题五 .....        | 192 |
| 第六章 定积分 .....     | 196 |

|                  |     |
|------------------|-----|
| 第一节 定积分的概念       | 196 |
| 一、定积分概念的引进       | 196 |
| 二、定积分的定义         | 200 |
| 习题 6-1           | 202 |
| 第二节 定积分的性质       | 202 |
| 习题 6-2           | 205 |
| 第三节 微积分基本公式      | 205 |
| 一、积分上限的函数及其导数    | 206 |
| 二、牛顿—莱布尼兹公式      | 208 |
| 习题 6-3           | 210 |
| 第四节 定积分的换元法      | 211 |
| 一、定积分的换元法        | 211 |
| 二、奇、偶函数在对称区间上的积分 | 213 |
| 习题 6-4           | 215 |
| 第五节 定积分的分部积分法    | 216 |
| 习题 6-5           | 218 |
| 第六节 广义积分         | 219 |
| 一、无穷区间上的广义积分     | 219 |
| 二、无界函数的广义积分      | 221 |
| 习题 6-6           | 222 |
| 第七节 定积分的应用       | 223 |
| 一、平面图形的面积        | 223 |
| 二、旋转体的体积         | 227 |
| 三、定积分在经济中的应用     | 231 |
| 习题 6-7           | 234 |
| 复习题六             | 235 |
| 第七章 多元函数微积分      | 238 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第一节 空间解析几何简介      | 238 |
| 一、空间直角坐标系         | 238 |
| 二、空间曲面            | 241 |
| 习题 7-1            | 245 |
| 第二节 多元函数的基本概念     | 245 |
| 一、多元函数的概念         | 245 |
| 二、二元函数的极限与连续      | 248 |
| 习题 7-2            | 250 |
| 第三节 偏导数           | 250 |
| 一、偏导数的概念          | 250 |
| 二、二阶偏导数           | 253 |
| 三、偏导数在经济分析中的应用    | 254 |
| 习题 7-3            | 257 |
| 第四节 全微分           | 257 |
| 一、全微分的概念          | 257 |
| 二、全微分在近似计算中的应用    | 260 |
| 习题 7-4            | 261 |
| 第五节 复合函数及隐函数的求导公式 | 262 |
| 一、二元复合函数的求导法则     | 262 |
| 二、隐函数的求导公式        | 264 |
| 习题 7-5            | 266 |
| 第六节 二元函数的极值       | 267 |
| 一、二元函数的极值及最大值、最小值 | 267 |
| * 二、条件极值          | 270 |
| 习题 7-6            | 272 |
| 第七节 二重积分          | 273 |
| 一、二重积分的概念         | 273 |
| 二、二重积分的性质         | 276 |

|                             |            |
|-----------------------------|------------|
| 三、二重积分的计算 .....             | 277        |
| 习题 7-7 .....                | 290        |
| 复习题七 .....                  | 292        |
| <b>* 第八章 微分方程 .....</b>     | <b>295</b> |
| 第一节 微分方程的基本概念 .....         | 295        |
| 习题 8-1 .....                | 297        |
| 第二节 一阶微分方程 .....            | 298        |
| 一、可分离变量的微分方程 .....          | 298        |
| 二、齐次微分方程 .....              | 299        |
| 三、一阶线性微分方程 .....            | 302        |
| 习题 8-2 .....                | 305        |
| 第三节 几种二阶微分方程 .....          | 305        |
| 一、最简单的二阶微分方程 .....          | 305        |
| 二、不显含未知函数 $y$ 的二阶微分方程 ..... | 306        |
| 三、不显含自变量 $x$ 的二阶微分方程 .....  | 307        |
| 习题 8-3 .....                | 308        |
| 第四节 微分方程在经济中的应用 .....       | 309        |
| 习题 8-4 .....                | 313        |
| 复习题八 .....                  | 314        |
| <b>* 第九章 无穷级数 .....</b>     | <b>316</b> |
| 第一节 无穷级数的概念 .....           | 316        |
| 一、引例 .....                  | 316        |
| 二、无穷级数的概念 .....             | 317        |
| 习题 9-1 .....                | 321        |
| 第二节 无穷级数的性质 .....           | 321        |
| 习题 9-2 .....                | 323        |

|                      |     |
|----------------------|-----|
| 第三节 正项级数·····        | 323 |
| 习题 9-3 ·····         | 327 |
| 第四节 交错级数与任意项级数·····  | 327 |
| 一、交错级数的收敛性 ·····     | 327 |
| 二、任意项级数的收敛性 ·····    | 329 |
| 习题 9-4 ·····         | 331 |
| 第五节 幂级数·····         | 331 |
| 一、幂级数及其收敛区间 ·····    | 331 |
| 二、幂级数的性质及应用 ·····    | 334 |
| 习题 9-5 ·····         | 336 |
| 复习题九·····            | 336 |
| 附录一 习题答案·····        | 339 |
| 附录二 有关初等数学的部分公式····· | 373 |

$$\begin{aligned}\text{所以} \quad Q(t) &= \int f(t) dt = \int (50t + 200) dt \\ &= 25t^2 + 200t + C\end{aligned}$$

已知  $Q(0)=0$ , 所以  $C=0$ , 故产品在  $t$  时刻的产量为

$$Q(t) = 25t^2 + 200t$$

从以上各例可知, 求某些函数的不定积分时, 只需经过简单的恒等变形, 直接运用不定积分的性质与基本积分公式来求出结果, 这种积分方法称为直接积分法。但在求一般函数的不定积分时, 还必须采用其他的积分方法。下面两节将介绍两种最常用的积分方法。

## 习 题 5-2

1. 填空题。

(1)  $\frac{d}{dx} \int \sin x^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\int (\sec x)' dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  $\int f(x) dx = x^3 e^x + C$ , 则  $(\int f(x) dx)' = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 若  $f(x)$  的一个原函数是  $\sin x$ , 则  $\int f'(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5)  $\int f(x) dx = 2\sin \frac{x}{2} + C$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 计算下列不定积分。

(1)  $\int \left( \frac{1}{x} + 3e^x + \sec^2 x \right) dx$  (2)  $\int (1-x)(1-2x)(1-3x) dx$

(3)  $\int \left( \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2} + \frac{a^3}{x^3} \right) dx$  (4)  $\int (3-x^2)^2 dx$

(5)  $\int x(\sqrt{x}-1) dx$  (6)  $\int \frac{(x-1)^3}{x^2} dx$