



新世纪高职高专
软件专业系列规划教材

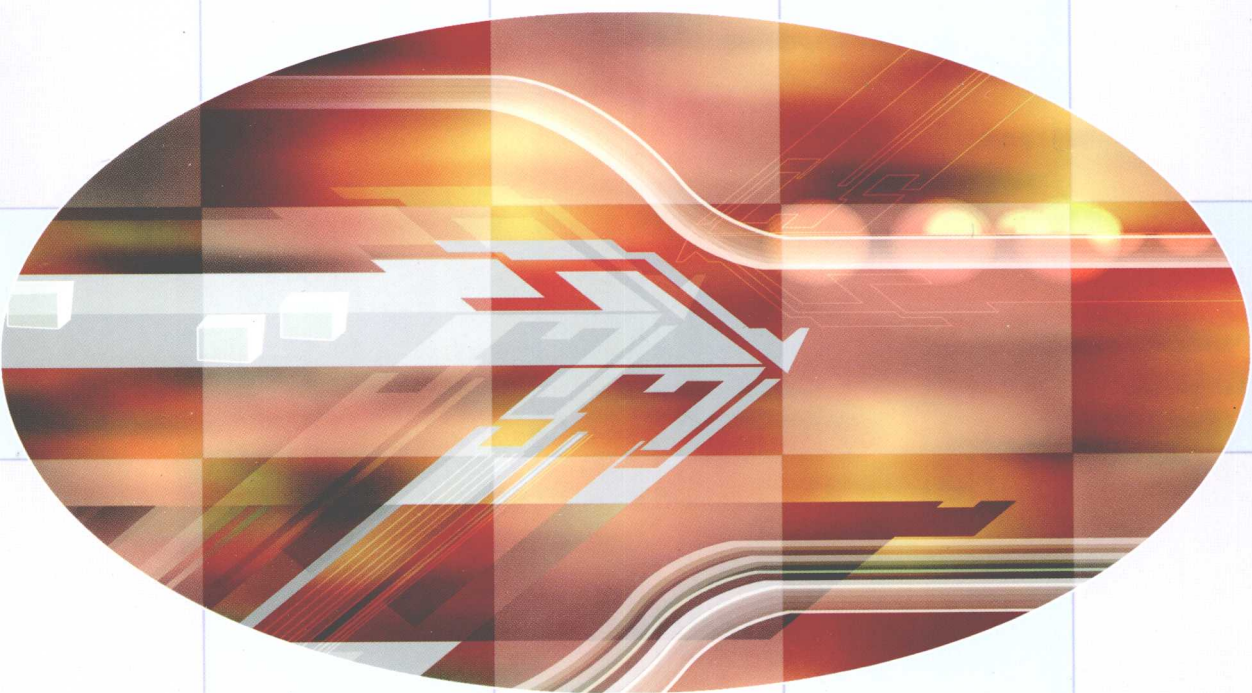
新世纪

软件数学基础

RUANJIAN SHUXUE JICHU

新世纪高职高专教材编审委员会 组编

主编 林 平 曾秀云 刘文莉



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS



新世纪高职高专
软件专业系列规划教材

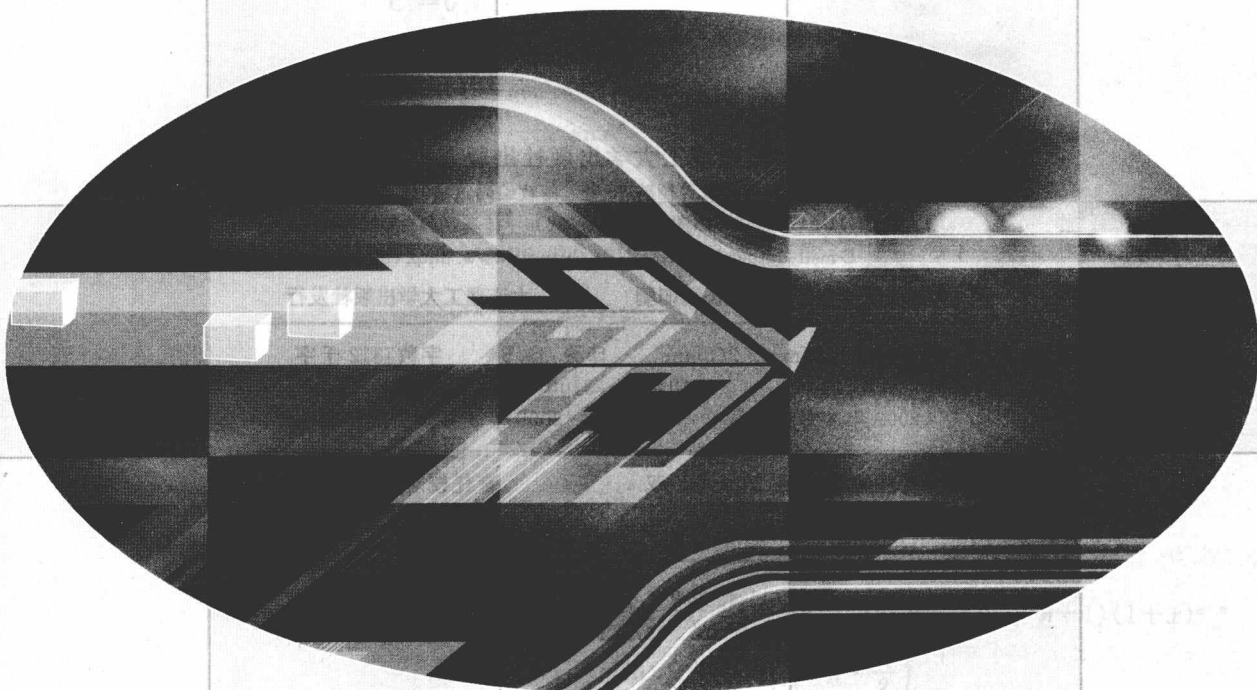
新世纪

软件数学基础

RUANJIAN SHUXUE JICHU

新世纪高职高专教材编审委员会 组编

主编 林 平 曾秀云 刘文莉



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

软件数学基础 / 林平, 曾秀云, 刘文莉主编. —大连:
大连理工大学出版社, 2009. 8
新世纪高职高专软件专业系列规划教材
ISBN 978-7-5611-4992-8

I. 软… II. ①林…②曾…③刘… III. 高等数学—高等
学校:技术学校—教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 148330 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail: dulp@dulp.cn URL: <http://www.dulp.cn>

大连美跃彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:13.5 字数:312 千字

印数:1~3100

2009 年 8 月第 1 版

2009 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:潘弘喆 马 双

责任校对:由 雷

封面设计:张 莹

ISBN 978-7-5611-4992-8

定 价:25.00 元

总序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了 21 世纪的门槛。

20 世纪与 21 世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育的培养目标与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20 世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的培养应用型人才的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，发人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的培养应用型人才的高职教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且唯一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业（行业）领域（岗位群）的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑（在市场经济条件下尤其如此）。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。



随着教育体制变革的进一步深入,高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应,我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走研究型(也是一种特殊应用)人才培养的道路,学生们根据自己的偏好各取所需,始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起,既是高等教育体制变革的结果,也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展,必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育,它从专科层次起步,进而应用本科教育、应用硕士教育、应用博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时,也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说,高等职业教育的崛起,正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高等职业教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程,它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态,直至可以和现存的(同时也正处在变革分化过程中的)研究型人才培养的教育并驾齐驱,还需假以时日;还需要政府教育主管部门的大力推进,需要人才需求市场的进一步完善发育,尤其需要高职高专教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高职高专教材编审委员会就是由全国100余所高职高专院校和出版单位组成的旨在以推动高职高专教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上,这个联盟始终会以推动高职高专教材的特色建设为己任,始终会从高职高专教学单位实际教学需要出发,以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握,以其纵览全国高职高专教材市场需求的广阔视野,以其创新的理念与创新的运作模式,通过不断深化的教材建设过程,总结高职高专教学成果,探索高职高专教材建设规律。

在微观层面上,我们将充分依托众多高职高专院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势,从每一个专业领域、每一种教材入手,突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制,努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征,在不断构建特色教材建设体系的过程中,逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高职高专教材编审委员会在推进高职高专教材建设事业的过程中,始终得到了各级教育主管部门以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与,对此我们谨致深深谢意;也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友,在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中,和我们携手并肩,共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高职高专教材编审委员会

2001年8月18日

前言

在 21 世纪,信息产业成为我国优先发展的战略性新兴产业,软件产业作为信息产业的核心,成为新一轮国际竞争的焦点和战略制高点,它将成为本世纪推动世界经济增长和社会发展的力量。软件产业对人才的需求,尤其是对具有熟练编程能力的“软件蓝领”人才的需求呈逐年上升趋势。这对我国高职教育中软件人才的培养提出了巨大的挑战,对软件专业课程改革提出了新的要求,作为高职软件专业重要基础课程之一的软件数学也面临新的整合和提升。

哲学家培根说:“数学是科学大门的钥匙,忽视数学必将伤害所有的知识,因为忽视数学的人是无法了解任何其他科学乃至世界上任何其他事物的。”

现代任何一门学科的发展都离不开数学,新兴的计算机科学更是如此,它的诞生和发展同数学密不可分。软件技术作为计算机科学与技术的领域之一,数学理论的应用随处可见。所以,软件数学基础是软件专业中一门重要的必修课程。为了适应高职软件专业教学改革的要求,笔者编写了这本《软件数学基础》教材。

本教材旨在引导学生理解软件数学基础知识,针对高职软件专业的教学特点,按照“以应用为目的,以必需、够用为度”的原则来编写。内容力求贴近软件专业必备的数学基础知识,在保证科学性的基础上,注重讲清概念,适度减少数学理论的推证;加强学生基本运算能力和分析问题、解决问题能力的培养,强调数学的应用;力求叙述简明、深入浅出、重点详讲、分散难点、注重应用。对每一知识点对应的重点、难点例题增加解题思路分析,帮助学生理解。每个小节附随堂练习,每章附综合练习,以供学生课堂及课后练习提高。

本教材共 11 章,以函数为主线,介绍函数的概念、极限、连续、导数、微分、不定积分、定积分、常微分方程等基本知识及其应用,最后补充介绍概率、行列式、矩阵等基本概念和简单应用。

第 1 章讲解基本初等函数的图像和性质、函数的运算、复合函数和初等函数的概念;第 2 章讲解函数极限的定义及求解,两个重要极限公式的使用,无穷大和无穷小

的定义和等价无穷小替换;第3章讲解函数连续的定义和性质,间断点的分类,闭区间函数的性质,指明一切初等函数在其定义域内都是连续的规律;第4章讲解导数和微分的定义,可导、可微和连续的关系,导数的求导法则,微分的近似应用;第5章讲解微分中值定理,使用罗彼塔法则求未定式的极限,使用一阶、二阶导数描绘函数的图像;第6章讲解不定积分的定义,第一、第二换元积分法以及分部积分法;第7章讲解定积分的概念、性质、几何意义,定积分换元法与分部积分法,广义积分;第8章讲解定积分在实际问题中的应用,主要讲解一些简单的几何应用即平面图形面积、已知截面的立体图形体积计算;第9章主要介绍微分方程的一些基本概念,以及一些特定类型的一阶、二阶微分方程的解法;第10章讲解随机事件及其概率的计算方法;第11章讲解行列式的定义和计算,使用克拉默法则求解线性方程组,矩阵的定义和计算,矩阵的初等变换,秩、逆矩阵的定义和计算及矩阵方程的求解。其中第9章带*号,可作为专升本学生的选学内容。

本教材由福州大学离散数学研究中心研究生林平(高级工程师)主编,福建农林大学软件工程学院曾秀云、刘文莉分别担任第二、第三主编。在本教材的编写过程中,福州大学数学与计算机科学学院黄可明教授提出了宝贵的修改意见;本教材还得到了福建农林大学软件工程学院院长黄高宪教授的指导和帮助,在此一并表示衷心的感谢!

本教材既可作为本科院校、高职高专院校、成人高校及继续教育学院软件专业及相关专业的教材,又可作为专升本及学历文凭考试的教材或参考书。

虽然本教材已经过几轮教学使用和调整,但由于编者水平有限,书中难免有疏漏之处,恳请广大读者批评指正。

所有意见和建议请发往:gzjckfb@163.com

欢迎访问我们的网站:<http://www.dutpgz.cn>

联系电话:0411-84707492 84706104

编 者

2009年8月

目 录

第1章 函 数	1
1.1 预备知识	1
1.1.1 常量和变量	1
1.1.2 实 数	1
1.1.3 区 间	2
1.1.4 邻 域	2
1.2 函 数	2
1.2.1 函数的定义	2
1.2.2 函数的表示方法	3
1.2.3 函数的性质	4
习题 1-2	5
1.3 函数的运算	5
1.3.1 函数的四则运算	5
1.3.2 函数的复合运算	6
1.3.3 反函数运算	6
习题 1-3	7
1.4 初等函数	7
1.4.1 基本初等函数	7
1.4.2 初等函数	8
习题 1-4	8
知识小结 1	8
综合练习 1	9
第2章 函数极限	10
2.1 数列的极限	10
2.1.1 数列极限的定义	10
2.1.2 数列极限的性质	11
2.1.3 数列极限的四则运算	12
2.1.4 数列极限存在的准则	12
2.2 函数的极限	12
2.2.1 函数的极限	12
2.2.2 分段函数的极限	14
2.2.3 函数极限的性质	15
习题 2-2	16
2.3 极限的四则运算	16
2.3.1 和、差、积、商的极限运算法则	16
2.3.2 一般有理函数的极限公式	17
2.3.3 两个重要的极限公式	18

习题 2-3	20
2.4 无穷大量和无穷小量	21
2.4.1 无穷大量与无穷小量的定义及关系	21
2.4.2 无穷小量的性质	22
2.4.3 等价无穷小量	23
习题 2-4	24
知识小结 2	25
综合练习 2	25
第 3 章 函数的连续性	27
3.1 连续的定义	27
习题 3-1	29
3.2 函数的间断点	29
3.2.1 间断点的概念	29
3.2.2 间断点的分类	30
习题 3-2	31
3.3 连续函数的性质与初等函数的连续性	32
3.3.1 连续函数的性质	32
3.3.2 闭区间上连续函数的性质	33
习题 3-3	34
知识小结 3	34
综合练习 3	35
第 4 章 导数和微分	36
4.1 导数的概念	36
4.1.1 导数及导函数的定义	36
4.1.2 求导步骤	38
4.1.3 导数的几何意义	39
4.1.4 可导和连续的关系	39
习题 4-1	40
4.2 基本导数公式和求导法则	41
4.2.1 导数的基本公式	41
4.2.2 导数的四则运算法则	41
4.2.3 反函数求导法则	42
4.2.4 复合函数求导法则	43
习题 4-2	44
4.3 特殊函数求导法则及高阶导数	44
4.3.1 隐函数求导法则	44
4.3.2 参数方程确定的函数的导数	46
4.3.3 高阶导数求导法则	47
习题 4-3	48
4.4 微分	49
4.4.1 微分的概念	49

4.4.2 微分的几何意义	50
4.4.3 微分的基本公式	51
4.4.4 微分的运算法则	51
4.4.5 微分的应用	52
习题 4-4	53
知识小结 4	54
综合练习 4	54
第 5 章 导数的应用	56
5.1 微分中值定理	56
5.1.1 罗尔定理	56
5.1.2 拉格朗日中值定理	57
5.1.3 两个重要的推论	58
5.1.4 柯西中值定理	59
习题 5-1	59
5.2 罗彼塔法则	59
5.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式	59
5.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	60
5.2.3 其他类型的未定式	62
习题 5-2	63
5.3 函数的单调性、极值和最值	63
5.3.1 函数的单调性的判定法	63
5.3.2 函数的极值	65
5.3.3 函数的最大值与最小值	67
习题 5-3	68
5.4 函数曲线的凹凸向、拐点和渐近线	69
5.4.1 函数曲线的凹凸向定义	69
5.4.2 函数曲线的凹凸向的判定定理	69
5.4.3 拐点	70
5.4.4 函数的渐近线	71
习题 5-4	72
5.5 函数的图像描绘	72
习题 5-5	74
知识小结 5	74
综合练习 5	75
第 6 章 不定积分	77
6.1 不定积分的概念与性质	77
6.1.1 原函数与不定积分	77
6.1.2 基本积分公式	79
6.1.3 不定积分的运算法则	80

习题 6-1	81
6.2 换元积分法	82
6.2.1 第一换元积分法(凑微分法)	82
6.2.2 第二换元积分法(去根号法)	85
习题 6-2	88
6.3 分部积分法	89
习题 6-3	91
知识小结 6	92
综合练习 6	93
第 7 章 定积分	96
7.1 定积分的概念与性质	96
7.1.1 定积分定义	96
7.1.2 曲边梯形面积计算	97
7.1.3 关于定积分的几点说明	97
7.1.4 定积分的性质	98
习题 7-1	100
7.2 微积分基本定理	100
7.2.1 微积分第一基本定理	101
7.2.2 微积分第二基本定理	102
习题 7-2	103
7.3 定积分的换元积分法与分部积分法	104
7.3.1 定积分的换元积分法	104
7.3.2 分部积分法	105
习题 7-3	106
7.4 广义积分	106
7.4.1 积分区间无限的广义积分	106
7.4.2 无界函数的广义积分	107
习题 7-4	108
知识小结 7	108
综合练习 7	109
第 8 章 定积分的应用	112
8.1 定积分的微元法	112
8.2 平面图形的面积	113
8.2.1 直角坐标系情形	113
8.2.2 极坐标情形	116
习题 8-2	117
8.3 立体图形体积	117
8.3.1 平行截面面积已知的立体体积	117
8.3.2 旋转体体积	118
习题 8-3	120
知识小结 8	120

综合练习 8	121
* 第 9 章 常微分方程	124
9.1 微分方程的基本概念	124
9.1.1 微分方程的概念	124
9.1.2 微分方程的解	125
习题 9-1	125
9.2 可分离变量的微分方程	126
9.2.1 分离变量法	126
9.2.2 齐次方程	127
习题 9-2	129
9.3 一阶线性微分方程	129
9.3.1 一阶线性齐次方程的解法	129
9.3.2 一阶线性非齐次方程的解法	130
习题 9-3	131
9.4 可降阶的高阶微分方程	131
9.4.1 形如 $y^{(n)}=f(x)$ 的微分方程	131
9.4.2 形如 $y''=f(x, y')$ 的微分方程(缺 y 型)	132
9.4.3 形如 $y''=f(y, y')$ 的微分方程(缺 x 型)	132
习题 9-4	133
9.5 二阶常系数齐次线性微分方程	133
习题 9-5	134
9.6 二阶常系数非齐次线性微分方程	134
9.6.1 自由项 $f(x)=P_n(x)$	135
9.6.2 自由项 $f(x)=P_n(x)e^{\lambda x}$	136
9.6.3 自由项 $f(x)=e^{\lambda x}(A\cos wx+B\sin wx)$	138
习题 9-6	139
知识小结 9	139
综合练习 9	141
第 10 章 随机事件与概率	143
10.1 随机事件及其运算	143
10.1.1 随机事件	143
10.1.2 事件的关系与运算	144
习题 10-1	146
10.2 随机事件的概率	146
10.2.1 统计概率	146
10.2.2 古典概率	147
习题 10-2	148
10.3 加法公式、条件概率、乘法公式	148
10.3.1 概率的加法公式	148
10.3.2 条件概率	148
10.3.3 乘法公式	149

习题 10-3	149
10.4 全概率与逆概率公式	150
10.4.1 全概率公式	150
10.4.2 逆概率公式	150
习题 10-4	151
10.5 事件独立性、独立试验概型	151
10.5.1 两个事件的独立性	151
10.5.2 多个事件的独立性	152
10.5.3 独立试验概型	152
习题 10-5	153
知识小结 10	153
综合练习 10	154
第 11 章 行列式与矩阵	156
11.1 行列式	156
11.1.1 克拉默(Cramer)法则	156
11.1.2 行列式的性质	160
习题 11-1	163
11.2 矩阵及其运算	164
11.2.1 矩阵的定义	164
11.2.2 几个特殊的矩阵	165
11.2.3 矩阵的运算	165
习题 11-2	169
11.3 矩阵的初等变换与秩	170
11.3.1 矩阵的初等变换	170
11.3.2 阶梯形矩阵	170
11.3.3 矩阵的秩	171
习题 11-3	172
11.4 逆矩阵	173
11.4.1 逆矩阵的定义	173
11.4.2 逆矩阵的性质	173
11.4.3 矩阵方程的求解	176
习题 11-4	177
知识小结 11	178
综合练习 11	178
附录 I 课后习题参考答案	180
附录 II 初等数学中的一些重要公式	198
附录 III 微积分中的一些常用公式	201
参考答案	203

第 1 章

函 数

函数是客观世界中量与量之间相互关系的一种数学抽象. 初等数学主要研究事物相对静止状态的数量关系, 高等数学主要研究事物运动、变化过程的数量关系, 即函数. 本章作为高等数学最基本的知识内容, 在复习读者已有函数知识的基础上, 介绍函数、初等函数的基本概念及主要性质.

本章教学目标

- 掌握函数的定义和性质
- 掌握复合函数
- 掌握基本初等函数的性质

重点和难点

- 函数的定义域、四大性质
- 函数的复合运算

推荐课时

- 本章推荐理论课时 3 课时
- 本章推荐练习课时 1 课时

1.1 预备知识

1.1.1 常量和变量

在某一过程中数值保持不变的量称为常量, 数值不断发生变化的量称为变量. 一个量是常量还是变量不是绝对的, 要分现象所在的场合. 不管是常量还是变量都可以用实数来表示, 因此常称它们为实常量或实变量.

1.1.2 实 数

实数包括有理数和无理数两种. 所有整数、分数统称为有理数, 即凡能表示为 p/q (这里的 p, q 为整数, $q > 0$, p 和 q 无公因子) 形式的数统称为有理数. 不能表示成该形式

的数统称为无理数. 实数集合通常用字母 $\mathbf{R}$ 表示.

实数直观上定义为与数轴上的点一一对应的数.

【例 1-1】 $2, 0.06, \sqrt{5}, \pi, \frac{2}{3}$ 均为实数. 其中 $\sqrt{5}, \pi$ 为无理数.

有理数在实数中是稠密的, 即在任何两个不同的实数之间必存在有理数. 同样无理数在实数中也是稠密的.

有理数与有理数的和或差仍为有理数. 有理数与无理数的和或差仍为无理数. 无理数与无理数的和或差可能为无理数, 也可能为有理数.

1.1.3 区 间

变量的取值范围, 往往限定在一部分实数范围内考虑, 为了简明地表明部分实数, 引进区间的概念.

定义 1-1 区间是介于某两个实数之间的全体实数, 并称这两个实数为区间端点. 区间可分为有限区间和无限区间.

有限区间的表示形式如下:

1. 开区间 例如: $\{x \mid a < x < b\} = (a, b)$;
2. 闭区间 例如: $\{x \mid a \leq x \leq b\} = [a, b]$;
3. 半开半闭区间 例如: $\{x \mid a < x \leq b\} = (a, b]$.

无限区间的表示形式如下:

1. 两端无限制: $\{x \mid -\infty < x < +\infty\} = (-\infty, +\infty)$;
2. 一端无限制: $(a, +\infty)$ 或 $[a, +\infty)$ 或 $(-\infty, b)$ 或 $(-\infty, b]$.

这里的“ ∞ ”并不表示数量, 仅是一个记号, 前面的“+”、“-”表示方向.

1.1.4 邻 域

定义 1-2 设 δ 是任一正数, 则开区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 就是点 a 的一个邻域, 这个邻域称为点 a 的 δ 邻域, 记作 $U(a, \delta)$, 即 $U(a, \delta) = \{x \mid a - \delta < x < a + \delta\}$. 点 a 称为这个邻域的中心, δ 称为这个邻域的半径.

a 的 δ 邻域去掉中心 a 后, 称为点 a 的去心 δ 邻域, 有时把开区间 $(a - \delta, a)$ 称为 a 的左 δ 邻域, 把开区间 $(a, a + \delta)$ 称为 a 的右 δ 邻域.

1.2 函 数

1.2.1 函数的定义

定义 1-3 如果对某个范围 X 内每一个实数 x , 可以按照确定的规律 f , 得到 Y 内唯一一个实数 y 和这个 x 对应, 我们就称 f 是 X 上的函数, 它在 x 的数值 (称为函数值) 是 y , 记为 $f(x)$, 即 $y = f(x)$.

我们称 x 是自变量, y 是因变量; 又称 X 为函数的定义域, 记为 D_f , 相应的函数值 $f(x)$ 的全体值所组成的集合称为函数 f 的值域, 记为 R_f .

【例 1-2】 函数 $f(x)=2x^2+3x-4$, 求 $f(0), f(x+1)$.

解 $f(0)=2 \cdot 0^2+3 \cdot 0-4=-4$.

$$f(x+1)=2 \cdot (x+1)^2+3 \cdot (x+1)-4=2x^2+7x+1.$$

【例 1-3】 求函数 $f(x)=\ln(x+1)$ 的定义域和值域.

解 函数 $f(x)=\ln(x+1)$ 的定义域为

$$D_f=\{x|-1 < x < +\infty\}.$$

函数 $f(x)=\ln(x+1)$ 的值域为

$$R_f=\{f(x)|0 < f(x) < +\infty\}.$$

【例 1-4】 函数 $f(x)=\lg x^2, g(x)=2\lg x$ 是否是同一函数?

解 $f(x), g(x)$ 不是同一函数.

因为 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 而 $g(x)$ 的定义域是 $(0, +\infty)$, 定义域不同则函数不同.



随堂练习

(1) 函数 $f(x)=x^2+4$, 求 $f(\sqrt{2}), \frac{f(x+h)-f(x)}{h} (h \neq 0)$.

(2) 求函数 $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域和值域.

(3) 函数 $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$ 是否是同一函数?

1.2.2 函数的表示方法

1. 函数解析法: 对两变量间的函数关系用解析式子(数学表达式)表示.

例 $f(x)=\lg x^2$

2. 函数列表法: 用表格表示函数, 也称为表格法.

例 如表 1-1 所示.

表 1-1

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-2	0	2	4	6	8

3. 函数图像法: 用坐标轴描图表示函数.

例 分段函数最好的表示方法就是图像法.

$f(x)=\begin{cases} x+1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x-1, & x > 0 \end{cases}$ 如图 1-1 所示.

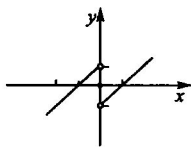


图 1-1



随堂练习

取整函数 $y=[x]=n$, 当 $x \in [n, n+1)$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

记 $[3.2]=3$, $[-4.2]=-5$, $[\sqrt{2}]=1$, 请用函数图像法表示取整函数 y .

1.2.3 函数的性质

1. 函数有界性

若函数在定义域 D 范围内存在正数 M , 满足 $|f(x)| \leq M$, 则称 $f(x)$ 在 D 上有界或称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数.

【例 1-5】 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 区间内是有界的.

【例 1-6】 $y=\frac{1}{x}$ 在 $(1, 2)$ 有界, 在 $(0, 1)$ 无界.

2. 函数单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 对于任意的 $x_1, x_2 \in D$, 当 $x_1 < x_2$ 时总有 $f(x_1) < f(x_2)$, 称 $f(x)$ 是 D 上的单调递增函数; 若当 $x_1 < x_2$ 时总有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是 D 上的单调递减函数. 单调递增和单调递减函数统称为单调函数.

【例 1-7】 函数 $f(x)=x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增.

【例 1-8】 函数 $f(x)=x^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

3. 函数奇偶性

若 $f(-x)=f(x)$, 则函数 $f(x)$ 是偶函数; 若 $f(-x)=-f(x)$, 则函数 $f(x)$ 是奇函数. 偶函数关于 y 轴对称, 奇函数关于原点对称.

【例 1-9】 $f(x)=x^2$, $f(x)=\cos x$ 是偶函数.

【例 1-10】 $f(x)=x^3$, $f(x)=\sin x$ 是奇函数.

4. 函数周期性

若函数 $f(x+T)=f(x)$, 则称 T 为函数 $f(x)$ 的周期. 周期函数的图形在相邻两个长度为 T 的区间上是完全相同的.

【例 1-11】 函数 $f(x)=\sin x$ 的周期为 2π , 函数 $f(x)=\tan x$ 的周期为 π .

【例 1-12】 狄立克莱(Dirichlet)函数

$$y=f(x)=\begin{cases} 1, & \text{当 } x \text{ 为有理数时} \\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数时} \end{cases}$$