# 大学物理实验

主　编　　徐辑彦

副主编　　王丽梅
　　　　　赫　然

大连海事大学出版社

7

# 大学物理实验


主　编　　徐辑彦

副主编　　王丽梅
　　　　　赫　然




大连海事大学出版社

# 内 容 提 要

本书是根据国家教委颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，结合大连民族学院普通物理实验课程的具体情况，在原校内使用的教学讲义基础上修改而成的。书中收入17个实验题目，分布在力学、电磁学、光学和近代物理等方面，其中有些是综合性的，并简捷而比较全面地阐述了与大学物理实验有关的基本知识，在对测量结果的不确定度表达方面，采用了独特的简化方式。

本书可作为高等工业学校各专业的物理实验课教材，也可供业余大学、电视大学等选用，并可作为涉及物理学的广大实验工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/徐辑彦主编. 一大连：大连海事大学出版社，1999.8
ISBN7-5632-1299-X

Ⅰ.大… Ⅱ.徐… Ⅲ.物理学-实验-高等学校教材 Ⅳ.04—33

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第34788号

大连海事大学出版社出版
(大连市凌水桥　邮政编码116026　电话4728394)
大连理工大学印刷厂印刷　　大连海事大学出版社发行
1999年8月第1版　　1999年8月第1次印刷
开本：787×1092 1/16　　印张：9.25
字数：231千字　　印数：1—1500册
责任编辑：史洪源　　封面设计：辑　彦
责任校对：关寿华　　版式设计：贾革连
定价：17.00元

# 前　　言

本书是以《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》为原则，结合大连民族学院目前的专业设置情况、物理实验室仪器设备情况以及学生的情况，并在总结建校近五年来的物理实验教学经验基础上编写而成的。

学生一跨入大学门槛，大学物理实验是他们接触到的第一门较为系统完整的实验课程，因而该课程教学质量的好坏对学生独立实践能力的培养十分重要，对后续课程尤其是后续实验、实践课程的影响也很大。该课程教学质量的高低是由学校各级领导对大学物理实验的重视程度、师资水平、实验室设备条件、教师对学生的循循善诱和严格要求以及课程如何组织实施等诸因素综合决定的。一本好的实验教材是其中的一个重要环节。

五年来，我院物理教研室的同志们为了提高大学物理实验课的教学质量，进行教学改革的尝试，加强实验室建设付出了巨大的劳动。在教材建设上，随着实验室的发展，先后三次修改补充自编的实验讲义，才达到现在的规模和水平。我们深知，与兄弟院校相比还存在很大差距。这次本书的出版发行，旨在有利于广泛地与专家及同行们更好的交流，以此来促进提高我院物理实验室建设及其课程建设水平。真诚地希望各校专家及老师们和广大读者提出宝贵意见和建议。

实验教学是一件集体的事业，无论是实验的编排，实验仪器的安装、维护，还是教材的编写，实验的准备、教学任务的完成，都是从事实验教学的教师和实验技术人员及工人同志的共同劳动成果。在此基础上编写当然可以说是一项集体创作，反映了我院物理教研室全体同志的智慧和成果。

本书由徐辑彦担任主编，王丽梅、赫然为副主编，参加本书编写、出版工作的还有陈美香、关寿华、刘国华。陈美香和关寿华老师根据几年来的实验教学实践，提出许多有益的修改建议。

由于编者水平有限，难免有漏误之处，望读者不吝批评指正。

编者

1999年5月

# 目 录

# 绪　　论

## 一、物理实验的作用和意义

物理学是自然科学里最重要的基础科学之一。它的基本理论渗透在自然科学的一切领域，应用于生产技术的各个部门。从本质上讲，它是一门实验科学。物理实验为物理学的创立和发展起到了极其重要的作用。表现在：

(1) 在物理实验的基础上，人们得以不断认识物质的性质和结构，建立揭示物质运动规律的定律。

(2) 通过物理实验，可以验证由科学思维和数学演绎得出的反映物理规律的原理、定理、预言和假说。

(3) 物理实验自身的发展，包括实验方法、实验仪器、实验理论的发展，决定着物理学的进一步发展。

(4) 物理实验促进了计量学的形成和发展，完善了一系列的测量新技术，尤其是通过物理实验对基本物理量和基本物理常数的精确测量使得计量基本单位的复现，由实物基准逐步转向自然基准，并使其具有很高的准确度和稳定性。

一切物理学的原理、定律的正确性都是有条件的、相对的。随着社会生产力的发展和实验手段的日臻完善，人们对物质世界的认识日趋全面和深刻，在新的实验成果的基础上总结出新的理论以修正、充实、完善旧的理论，而这些新的理论又将被今后更新的理论所替代。纵观物理学的发展史，物理实验既为物理学理论提供了丰富的依据，同时也是检验物理学理论是否正确的惟一判据，所以，物理实验对物理学的发展具有决定意义。可以说，离开物理实验就没有物理学。

## 二、大学物理实验课的目的和任务

大学物理实验课是高等工科院校的一门必修主要基础课程，是对学生进行科学实验基本训练，提高学生分析问题和解决问题能力的重要课程。物理实验课和物理理论课具有同等重要的地位。它既和物理理论课有着内在的联系，又有独自的教学目的和任务：

(1) 培养和提高学生进行科学实验的能力，使其掌握基本的物理实验的理论知识、实验方法和实验技能。

(2) 培养和提高学生在实验中提出和发展问题、分析问题、解决问题的能力以及独立实验的能力，并通过实验加深对物理学理论的理解。

(3) 培养学生理论联系实际、实事求是的作风，严肃认真的态度，主动研究探索的精神和遵守纪律、爱护公物、团结协作的优良品德。

社会主义现代化建设不仅要求高校培养的人才具有较为深广的理论知识，而且要求他们具备较强的从事科学实验的能力。大学物理实验课是高等工科院校学生在校受到系统实验方法和实验技能训练的开端，也是工科类专业对学生进行科学实验训练的重要基础。

## 三、大学物理实验课的要求

通过大学物理实验课的学习，学生应在习惯、知识、能力三方面达到如下要求：

（一）养成良好的科学实验习惯

1.深刻理解科学实验的重要性，明确大学物理实验课的地位、作用和任务。

2.养成一丝不苟、严肃求实的科学实验习惯。爱护仪器设备，遵守实验室各项规章制度和实验操作规程，维护实验室整洁卫生。

（二）掌握物理实验理论基础知识

1.误差理论基础知识。包括测量误差的基本概念；直接测量结果的误差评估；间接测量结果的误差评估；系统误差的分析与修正；实验结果的不确定度表示方法等。

2.有效数字运算与数据处理基础知识。包括实验数据的记录与处理的常用方法。

（三）具备相应的实验能力

1.能独立完成实验预习、操作、数据记录、数据处理、撰写规范的实验报告等主要实验程序。

2.能调整常用实验仪器设备并掌握基本的操作技术和规程。

3.掌握物理实验中的基本实验方法。如比较法、放大法、补偿法、干涉法等。

4.能对基本物理量和常用物理量进行一般准确度的测量。

5.了解常用实验仪器的基本构造原理及性能。

6.具备一定的对物理现象、实验结果的观察、分析、评估能力，并能用实验理论解决实验中出现的一般问题。

7.具备初步设计实验的能力，在实验方法的确定、仪器的选择与配合、测量条件的确定等方面得到初步的训练。

## 四、大学物理实验课的程序

（一）预习

在实验之前，应仔细阅读教材和相应的参考资料，写出预习报告。预习报告要求写明实验名称、实验目的、实验仪器、实验原理、思考题、实验内容和步骤以及实验数据记录表格等。

实验原理要简单明了，既要讲清楚原理内容、主要公式、原理图、电路图、光路图等，又要避免照抄教材。

思考题要认真预习，经思考仍不清楚的问题在实验中加以解决。

数据记录表格要规范整洁，便于记录。

（二）实验

实验是中心环节。实际操作前要认真听老师讲解重点和难点，熟悉各种仪器的使用方法和操作规程，记录实验条件(如日期，气压，湿度，温度等)，然后按实验内容和步骤进行实验。实验中，应仔细观察实验现象，如实记录实验数据，不允许随意涂改数据，更不允许抄袭他人数据。遇到疑难问题或出现故障自己解决不了时，应及时请教指导教师。实验结束应将实验数据交教师审阅并签字，然后再整理好仪器设备，经教师同意后，方可离开实验室。实验全过程，学生应自觉遵守实验室的各项规章制度。

（三）报告

实验报告是对实验结果全面评价的书面总结，是积累知识和进行学术交流的依据，是实验不可缺少的重要环节。

实验报告应对原始数据进行处理，得出实验结果，并根据各实验题目的具体要求，对结果进行评价、分析和讨论。分析和讨论的对象包括实验现象，误差来源及对实验结果的影响，实验方法的改进，个人心得体会和见解等等。

实验报告要求用统一的实验报告用纸，格式规范，字迹工整，条理清楚，书面洁净。

## 五、学生实验守则

（一）实验前必须做好充分准备。包括详细阅读实验讲义，清楚地了解实验原理、操作方法、实验步骤、注意事项等，并按要求写好实验予习报告。

（二）在实验课上，教师对学生的准备工作进行检查和提问。没有做好准备工作的不得进行实验。

（三）学生必须严格执行实验规则，不得迟到和早退。进入实验室后未经教师和实验人员允许，不得动用仪器。实验过程中，不得无故走动、大声喧哗或串用他组仪器。要认真进行操作，实验结束后，整理好仪器，清理好实验台，经教师或实验人员检查后，才能离开实验室。

（四）使用仪器时要严格按教师要求和讲义上的使用方法进行操作，对违反操作方法而损坏仪器者，必须按学院规定的“仪器损坏赔偿制度”进行处理。

（五）实验完毕后，应整理好数据，教师检查签字后，再完成实验报告。严禁抄袭报告，一经发现按不及格论处。

（六）必须完成规定的所有实验题目，缺任一实验者按不及格论处。

（七）保持实验室卫生，按要求做好值日清扫工作。

# 物理实验基本知识

本篇内容是介绍测量与误差的基本概念及估算方法、测量结果的表示方法、有效数字运算等问题。这些知识在物理实验中经常用到，必须了解和掌握。这部分内容牵涉面较广，也有较深的理论，深入讨论是计量学以及数理统计学的任务。在基础物理实验课中，只直接引用它的某些结论和计算公式，其详细的探讨和证明，将在其它课程中学习。

## 一、测量与误差的基本概念

进行物理实验时，不仅要定性地观察物理变化的过程，而且还要定量地测定物理量的大小。为了进行测量，必须规定一些标准单位，如选定质量的单位为千克，长度的单位为米，时间的单位为秒，电流强度的单位为安培等。测量就是将待测量与这些选作为标准单位的物理量进行比较，其倍数即为物理量的测量值。一般仪表都按一定的倍数刻度，以便直接读出待测量的数值。像这样可以用仪表直接读出测量值的测量，称为直接测量，相应的物理量称为直接测得量。如，用米尺量得物体长度为0.5100 m，用停表测得单摆运动的周期为 1.05 s 等。但对于大多数物理量来说，没有直接读数用的仪表，只能用间接的办法进行测量。例如，测量铜柱的密度时，我们可以用米尺量出它的高 $h$ 和直径 $d$，算出体积 $V=\pi d^2h/4$，然后用天平称出它的质量 $M$，则铜柱密度 $\rho=M/V=4M/\pi d^2h$。像这样一类测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测得量。

通常的实验过程几乎都是直接测量出一些物理量后，再通过物理量间的联系公式，求得另一些物理量，以验证某一运动规律；或者反过来，当运动规律尚未知道时，通过实验数据的分析去建立它们之间的联系规律。

任何物质都有自身的各种各样的特性，反映这些特性的物理量所具有的客观的真实数值，称为真值。测量的目的就是力图要得到真值。通过有限的实验手段能否得到真值呢？为此，让我们举一个最简单的用米尺测量钢棒长度的例子。如图 1 所示，把钢棒的一端和米尺的零刻线对齐后，另一端的米尺读数即为棒长。从图中可以看到棒长在 4.2 cm 与 4.3 cm 之间。但究竟是多少呢？不同的人可以读出不同的数来，如 4.26 cm，4.27 cm，4.28 cm 等。这三个读数中的最后一位数是估计出来的，称为存疑数字。实际上我们很难判断哪个读数更准，因而也就不能确定钢棒长度的真值。从这个例子可以看出，对一个物理量的多次测量值都不过是些接近真值的数值罢了。任何仪器，与用来作长度测量的米尺一样，不管它多么精密，都总有一个最小分度线。不同的测量者由于主观观察能力的差异，往往会把最小分度线之间的量值读成不同的读数。另外，一个仪器的分度线本身也不是绝对准确的，外界环境的变化也会对它产生一定的影响。

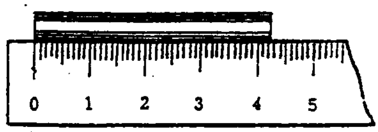

图 1　长度的测量

由此可知，测量值总是真值的近似值，也就是说，测量总存在着一定的误差。

误差的产生有多方面的原因。根据误差的性质及产生的原因，可将误差分为系统误差、偶

然误差和过失误差三种。

系统误差的特征是其确定性(恒定的或在条件改变时按照一定的规律变化)。仪器的固有缺陷(如刻度不准、零点没有调好、砝码未经校正)、环境的改变(如温度、压强等的影响)、个人的习惯与偏向(如有人读数总是偏高，而有人读数总是偏低)以及理论和方法的近似性等都会引起这种误差。此外，在实验过程中，有关的因素考虑不周全也会导致系统误差(如精确测定某物体的体积时，未考虑物体因受热而膨胀的影响；精密测定其物体的重量时，忽略了空气浮力产生的影响等)。系统误差应设法减小或消除。为此，在设计实验时应加以考虑；做完实验后应作出估计。

偶然误差的特征是其随机性。它的可能来源是，人们的感官(如听觉、视觉、触觉)的分辨能力不尽相同，表现为每个人的估读能力不一致；外界环境的干扰(如温度不均匀、振动、气流、燥声等)既不能消除，又无法估量；所有影响测量的次要因素不尽全知等。这种误差是无法控制的，它服从统计定律。对于某一次测量来说，测量误差的大小和正负是无法预计的，只能用出现的几率来表示。

过失误差是由于实验者使用仪器的方法不正确，实验方法不合理，粗心大意，过度疲劳，记错数据等引起的。这种误差是人为的。只要实验者采取严肃认真的态度，具有一丝不苟的作风，过失误差是可以避免的。

在下面的讨论中，我们约定系统误差和过失误差已经消除或修正，只剩下偶然误差。

## 二、算术平均值与标准误差计算公式

1. 单次直接测量的误差估算

在物理实验中，常常由于条件不许可，或测量准确度要求不高等原因，对一个物理量的直接测量只进行了一次。这时，可根据实际情况，对测定值的误差进行合理的具体的估算，不能一概而论。在一般情况下，对于偶然误差很小的测定值，可按仪器出厂检定书或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，也可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的极限误差。例如，用毫米尺测长度时，极限误差取为 0.5 mm；用精度为 0.02 mm 的游标卡尺测长，极限误差就取 0.01 mm。如果测定值的偶然误差较大，则应进行多次测量，然后求其平均值及误差。

2. 多次测量的平均值及其标准误差公式

为了减小偶然误差，在可能情况下，总是采用多次测量，将各次测量的算术平均值作为测量的结果。如果在相同条件下对某物理量 $x$ 进行了 $n$ 次重复测量，其测量值分别为 $x_1, x_2, x_3 \cdots x_n$，称此为测量列，用 $\bar{x}$ 表示其平均值，则

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

根据误差的统计理论，在一组 $n$ 次测量的数据中，算术平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值，称为测量的最佳值或近真值。当测量次数无限增加时，算术平均值就将无限接近于真值。

在这种情形下，测定值的误差可用标准误差(偏差)表示出来。

设各测量值 $x_i$ 与平均值 $\bar{x}$ 的偏差为 $d_i$，$i=1,2,3\cdots n$，即

$$d_1 = x_1 - \bar{x},\ d_2 = x_2 - \bar{x}, \cdots,\ d_n = x_n - \bar{x}$$

取其平方的平均值然后开方，称为标准误差(偏差)，也叫均方根误差(偏差)，误差理论中给

出严格的定义式为：

测量列的标准误差(贝塞尔公式)：

$$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}d_i^2}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

它的物理意义是：在测量列的 $n$ 个测量数据中，有 68.3%的测量值的误差处于$(-S,+S)$区间之内。对这个测量列中的任一测量值来说，就是它的误差有 68.3%的可能位于$(-S,+S)$区间之内，所以 $S$ 不仅是对一个测量列的测量精度的定量描述，也是对该测量列中任一测量值的测量精度的定量描述。

既然测量列中每个测量值都有误差，那么根据这些测量值算出的平均值 $\bar{x}$ 也一定有误差，理论证明平均值的标准误差：

$$S_{\bar{x}}=\frac{S}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

它的物理意义是：平均值与真值之差，有 68.3%的可能性在$(\pm S_{\bar{x}})$范围之内，有 95%的可能性在$(\pm 2S_{\bar{x}})$范围之内，有 99.7%的可能性在$(\pm 3S_{\bar{x}})$范围之内。这里 68.3%是误差小于 $S_{\bar{x}}$的置信概率，95%是误差小于 $2S_{\bar{x}}$的置信概率，99.7%是误差小于 $3S_{\bar{x}}$的置信概率。如不特别说明，一般总是取 68.3%的置信概率，但在工科物理实验教学中大都取置信概率为 95%。

在科学实验和文献资料中，对偶然误差的处理常表示为 $N_x=kS_{\bar{x}}$，其中 $k$ 称为置信因子，对于不同的置信概率 $p$，$k$ 值不同。如 $p=99.7\%$，$k=3$；$p=95\%$，$k=2$；$p=68.3\%$，$k=1$。

以上是对于测量次数 $n$ 趋于无限多次，偶然误差服从正态分布的情况下推出的。但是，我们在实验中只能测量有限次，测量结果不是严格遵从正态分布，而是遵从 $t$ 分布。$t$ 分布是与正态分布有区别的，$t$ 分布的峰值低于正态分布，$t$ 分布在 $n\to\infty$时趋于正态分布。这样，在有限次测量的情况下，就要将偶然误差的估计值(标准误差)适当取大些，置信因子 $k$ 应换为 $t$，$t$ 值与测量次数 $n$ 有关，也与置信概率 $p$ 有关。下表给出了 $p=95\%$时的 $n-t$ 对应值，供实验时查用。

**$n-t$ 对应值($p=95\%$)**

| $n$(次) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 20 | 60 | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_{p=0.95}$ | 12.71 | 4.30 | 3.18 | 2.78 | 2.57 | 2.45 | 2.36 | 2.31 | 2.26 | 2.09 | 2.00 | 1.96 |

对于单次测量，一般可取极限误差的 1/3 作为标准误差，即 $S=\frac{\Delta_{仪}}{3}$. $\Delta_{仪}$ 是仪器的极限误差，此时 $p=68.3\%$，若想取 $p=95\%$，则 $S=\frac{2}{3}\Delta_{仪}$。

严格来讲，误差是测量值与真值之差，而测量值与平均值之差称为偏差，这两者是有差别的。当测量次数很多时，多次测量的平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值，因此各次测量值与 $\bar{x}$ 的偏差也就很接近于它们与真值的误差。这样，我们就不去区分偏差与误差的细微区别，把标准偏差称为标准误差。最后，我们把多次测量值的结果表示为

$$x=\bar{x}\pm S_{\bar{x}}$$

式中 $x$ 为测定值；$\bar{x}$ 是多次测量数据的算术平均值，代表最佳测定值；$S_{\bar{x}}$表示平均值的标准误差，代表平均值的分散程度；$\pm$号表示每次测量值可能比 $\bar{x}$ 大一些，也可能比 $\bar{x}$ 小一些。

3. 绝对误差与相对误差

上述式中 $S$ 或 $S_{\bar{x}}$ 都是以误差的绝对数值来表示测定值的误差，称为绝对误差。但为了评价一个测量结果的优劣，还需要看测量量本身的大小。为此，引入相对误差的概念。

相对误差的定义为

$$E=\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}$$

相对误差也可用百分数来表示，即

$$E=\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}\times 100\%$$

故又称百分误差。为了说明相对误差的意义，下面举一个例子。假如测得两个物体的长度为 $l_1=(23.50\pm0.03)\text{cm}$，$l_2=(2.35\pm0.03)\text{cm}$，则其相对误差分别为

$$E_1=\frac{0.03}{23.50}\times 100\%=0.13\%\approx 0.2\%$$

$$E_2=\frac{0.03}{2.35}\times 100\%=1.3\%\approx 2\%$$

从绝对误差来看，两者相等；但从相对误差来看，后者比前者大 10 倍。我们自然认为第一个测量更准确些。

例题　将某一物体的长度测量 5 次，得到的测量值分别为

$$x_1=3.41\ \text{cm},\ x_2=3.43\ \text{cm},\ x_3=3.45\ \text{cm},$$
$$x_4=3.44\ \text{cm},\ x_5=3.42\ \text{cm}$$

则平均值

$$\bar{x}=\frac{1}{5}(3.41+3.43+3.45+3.44+3.42)\text{cm}=3.43\ \text{cm}$$

各次偏差的绝对值为

$$|d_1|=|3.41-3.43|\text{cm}=0.02\ \text{cm}$$
$$|d_2|=|3.43-3.43|\text{cm}=0.00\ \text{cm}$$
$$|d_3|=|3.45-3.43|\text{cm}=0.02\ \text{cm}$$
$$|d_4|=|3.44-3.43|\text{cm}=0.01\ \text{cm}$$
$$|d_5|=|3.42-3.43|\text{cm}=0.01\ \text{cm}$$

平均值的标准误差为

$$S_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{\Sigma d_i^2}{n(n-1)}}=0.007\ \text{cm}$$

测定值表示为

$$x=\bar{x}\pm S_{\bar{x}}=(3.430\pm0.007)\ \text{cm}$$

相对误差为

$$E=\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}=\frac{0.007}{3.43}=0.002=0.2\%$$

## 三、间接测量的误差计算公式

间接测量是以直接测量为基础的，间接测量量是将一些直接测量量的结果代入一定的算式，通过计算而获得的。由于直接测量有误差，因此，间接测量也会有误差，这就是误差的传

递。可以证明，标准误差的传递是以方和根的方式进行的。

设 $N$ 为独立变量 $x、y、z、\cdots$ 的多元函数，表示为

$$N = N(x、y、z、\cdots)$$

那么，直接测量量 $x、y、z、\cdots$ 的误差对间接测量量 $N$ 的误差影响(即传递)，用下式求得

$N$ 的绝对标准误差

$$S_N = \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)^2 S_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial y}\right)^2 S_{\bar{y}}^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)^2 S_{\bar{z}}^2 + \cdots}$$

$N$ 的相对标准误差

$$\frac{S_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln N}{\partial x}\right)^2 S_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{\partial \ln N}{\partial y}\right)^2 S_{\bar{y}}^2 + \left(\frac{\partial \ln N}{\partial z}\right)^2 S_{\bar{z}}^2 + \cdots}$$

实践证明，当计算间接测量量的误差时，若函数关系只是加和减时，先计算绝对误差，然后再计算相对误差较为方便；相反，若函数关系只是乘和除时，则先算相对误差，而后计算绝对误差较为方便。

下面给出一些常用函数的标准误差传递(合成)公式：

| 函 数 $N$ | 标准误差传递(合成)公式 |
|---|---|
| $N=x+y$ | $S_N=\sqrt{S_{\bar{x}}^2+S_{\bar{y}}^2}$ |
| $N=x-y$ | $S_N=\sqrt{S_{\bar{x}}^2+S_{\bar{y}}^2}$ |
| $N=x\cdot y$ | $\frac{S_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}\right)^2+\left(\frac{S_{\bar{y}}}{\bar{y}}\right)^2}$ |
| $N=\frac{x}{y}$ | $\frac{S_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}\right)^2+\left(\frac{S_{\bar{y}}}{\bar{y}}\right)^2}$ |
| $N=\frac{x^k\cdot y^m}{z^n}$ | $\frac{S_N}{N}=\sqrt{k^2\left(\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}\right)^2+m^2\left(\frac{S_{\bar{y}}}{\bar{y}}\right)^2+n^2\left(\frac{S_{\bar{z}}}{\bar{z}}\right)^2}$ |
| $N=kx$ | $S_N=kS_{\bar{x}}$；$\frac{S_N}{N}=\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}$ |
| $N=\sqrt[k]{x}$ | $\frac{S_N}{N}=\frac{1}{k}\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}$ |
| $N=\sin x$ | $S_N=\lvert\cos\bar{x}\rvert S_{\bar{x}}$ |
| $N=\ln x$ | $S_N=\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}$ |

注：以上公式适用于仅存在偶然误差的场合。

例题　测一圆柱体的直径 $d$，长度 $l$ 和质量 $m$，求其密度 $\rho$ 及误差。

记录：$d$〔$mm$〕　5.642　5.648　5.653　5.640　5.639　5.646

　　$l$　6.715±0.005 cm

　　$m$　14.06±0.01 g

其中 $l$ 和 $m$ 为单次测量。

计算： $\bar{d}=5.645\pm0.003$ mm

$$\rho=\frac{4m}{\pi d^2 l}$$

$$=\frac{4\times14.06}{3.1416\times0.5645^2\times6.715}=8.366\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$$

$$\frac{S_\rho}{\rho}=\sqrt{\left(\frac{S_m}{m}\right)^2+\left(2\times\frac{S_d}{d}\right)^2+\left(\frac{S_l}{l}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{0.01}{14.06}\right)^2+\left(2\times\frac{0.003}{5.645}\right)^2+\left(\frac{0.005}{6.715}\right)^2}$$

$$=0.0015$$

$$S_\rho=\frac{S_\rho}{\rho}\cdot\rho=0.0015\times8.366=0.013\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$$

所以 $\rho=8.366\pm0.013\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$

## 四、测量结果的不确定度表达式

数据处理的目的是估算出被测量的最佳值以及最佳值的可靠程度。测量结果表达式应明确的表达出这两个数值特征。以往在计量工作和科学实验中，常常用“精度”、“精密度”、“准确度”、“精确度”等名词对实验结果的好坏进行评价。由于这些词语之间仅仅一字之差，词意含混不清，致使这种评价缺乏统一的标准。从 1983 年 1 月 1 日起，已经实施了国家计量总局批准的《常用计量名词术语及定义(JJG1001－82)》。曾经混乱过的主要误差名词正在逐步统一起来。根据我国的“数据管理技术规范”的规定，测量结果表达式应写成

$$x=\bar{x}\pm U \tag{1}$$

$\bar{x}$ 是最佳值，$U$ 是 $\bar{x}$ 的不确定度。不确定度包含两个分量，一是 $A$ 类分量，用统计学方法估算，以符号 $u_1$ 表示。它主要涉及随机误差，$S_{\bar{x}}=\dfrac{S}{\sqrt{n}}$就属这一分量。二是 $B$ 类分量，用非统计学的方法估算，以符号 $u_2$ 表示，它主要涉及系统误差。这两类分量用方和根合成得到

即
$$U=\sqrt{u_1^2+u_2^2} \tag{2}$$

若 $u_1$ 只考虑随机误差的影响，且取置信概率 $p=95\%$，此时 $u_1=2S_{\bar{x}}$，再考虑到有限次测量的 $t$ 分布问题，可近似取 $u_1=2.5S_{\bar{x}}$。如果 $u_2$ 仅取仪器的极限误差 $\Delta_{仪}$ 的话，那么

$$U=\sqrt{(2.5S_{\bar{x}})^2+\Delta_{仪}^2} \tag{3}$$

其置信概率肯定为 $p\geqslant95\%$(请参阅后面的自学材料)。

若 $u_2$ 已被消除，或与 $S_{\bar{x}}$相比很小可忽略，则有

$$U=2.5S_{\bar{x}}\qquad [p=95\%]$$

$$U=S_{\bar{x}}\qquad [p=68.3\%]$$

代入(1)式便得

$$x=\bar{x}\pm U=\bar{x}\pm2.5S_{\bar{x}} \tag{4}$$

$$x=\bar{x}\pm U=\bar{x}\pm S_{\bar{x}} \tag{5}$$

(4)和(5)式分别表明被测量的真值以 95%和 68.3%的概率落于区间($\bar{x}-2.5S_{\bar{x}}$，$\bar{x}+2.5S_{\bar{x}}$)和($\bar{x}-S_{\bar{x}}$，$\bar{x}+S_{\bar{x}}$)之间。

测量结果的表达式还可写成相对不确定度的表达形式

$$x=\bar{x}(1\pm E\%) \tag{6}$$

其中
$$E=\frac{U}{\bar{x}}$$

称为相对不确定度。$U$ 和 $E$ 一般都只取 1 位有效数字。

有些测量，不要求计算不确定度，表达式可写成

$$x=\bar{x}$$

这里 $\bar{x}$ 的有效数字的位数在一定程度上能粗略地表征测量的误差范围，所以测量结果有效数字的取位一定要准确。

## 五、有效数字及其运算

### 1. 有效数字

如上所述，用实验仪器直接测量的数值都含有一定的误差，因此，测得的数据都只能是近似数。由这些近似数通过计算而求得的间接测量值也是近似数。显然，几个近似数的运算不可能使运算结果更准确些，而只会增大其误差。因此近似数的表示和计算都有一些规则，以便确切地表示记录和运算结果的近似性。

从仪器上读出的数字，通常都要尽可能估计到仪器最小刻度线的下一位。用米尺量长度为例，假设可以读出 4.26 cm、4.27 cm 或 4.28 cm，前两位数“4.2”可以从米尺上直接读出来，是确切数字，而第三位数是测量者估读出来的，估读的结果因人而异。因此，这一位数是有疑问的，称为存疑数字。由于第三位数已存疑，在它以下各位数的估计已无必要。我们把仪器上读出的数字包括最后一位存疑的数字，通通记录下来，称为有效数字。有效数字包括从仪器上直接读出的确切数字和最后一位存疑数字，而且也只有最后一位数字是存疑数字。前述长度的测量值包含三位有效数字，可记成 4.26 cm，或 4.27 cm，或 4.28 cm。

书写有效数字时必须注意“0”的位置。例如某物体重量为 0.802 000 kg，第一个“0”不表示有效数字，它的出现是因为选用的单位大，数值就小了的缘故。如果用克作单位，则物体重量为 802.000 g，前面这个“0”就没有了。同数中后面四个“0”都是有效数字，少记一个就不能反映实验数据的确切程度及存疑数字的位置。为了避免混淆，并使记录和计算方便，通常按照数字的标准形式将上例写成

$$8.020\,00\times10^{-1}\,\text{kg} \quad 或 \quad 8.020\,00\times10^{2}\,\text{g}$$

就是说，在小数点前一律取一位有效数字。采用不同单位而引起数值上的不同，可用乘以 10 的幂来表示。如 125.2 ms 可写成 $1.252\times10^{-1}$s；0.007 050 m 可写成 $7.050\times10^{-1}$cm 等。

有些仪器，例如数字式仪表或游标卡尺，是不可能估计出最小刻度以下一位数字的，那么我们就不去估计，而把直接读出的数字记录下来，仍然认为最后一位数字是存疑的，因为在数字式仪表中，最后一位数总有±1 的误差。游标卡尺的情况也是如此。

### 2. 有效数字的运算规则

间接测得量是由直接测得量计算出来的，所以也有一定的有效数字。下面讨论它的运算规则。

（1）有效数字的加、减

我们通过下面两个例子的运算，了解一下加、减运算中有效数字的取法。

$$\begin{array}{r} 32.\underline{1} \\ +)\ 3.27\underline{6} \\ \hline 35.\underline{3}7\underline{6} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 26.6\underline{5} \\ -)\ 3.92\underline{6} \\ \hline 22.7\underline{24} \end{array}$$

计算时，我们在存疑数字下方加一横线，以便与确切数字相区别。在相加的结果 $35.\underline{3}7\underline{6}$ 中，由于第三位数“3”已为存疑数字，其后的二位数便无意义。按照四舍五入的原则，本例应向前进位，写成 $35.\underline{4}$，有效数字为三位。同理，相减的结果应为 $22.7\underline{2}$，舍弃了尾数“$\underline{4}$”，有效数字为四位。

在上面的例子中，如果我们按位数对齐相加或相减诸数量，并以其中存疑位数量靠前的量为基准，事先进行四舍五入，取齐诸量的尾数，则加、减的结果仍然相同。具体算法如下：

$$\begin{array}{r} 32.\underline{1} \\ +\ 3.\underline{3} \\ \hline 35.\underline{4} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 26.6\underline{5} \\ -\ 3.9\underline{3} \\ \hline 22.7\underline{2} \end{array}$$

这个结论可以推广到多个量相加或相减的计算中去。

（2）有效数字的乘、除

我们通过下面两个例子的计算，了解一下乘、除运算中有效数字的取法。

$$\begin{array}{r} 5.34\underline{8} \\ \times\ 20.\underline{5} \\ \hline 26740 \\ \cdots \\ 0000 \\ 10696 \\ \hline 109.6340 \\ \cdots \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} & 17\underline{3.4}\cdots \\ \hline 21\underline{7} & 3764\underline{3} \\ & 217 \\ \hline & 15\underline{9}^{\textcircled{1}}\underline{4} \\ & 151\underline{9} \\ \hline & 753 \\ & \cdots \\ & 651 \\ & \cdots \\ & 1020 \end{array}$$

在运算中，存疑数字只保留一位，其后面的存疑数字是没有意义的。上面两个例子的结果分别为 $11\underline{0}$ 和 $17\underline{3}$，有效数字都是三位。从两个例子中可以看到，两个量相乘（或除）的积（或商），其有效数字与诸因子中有效数字位数最少的相同。这个结论可以推广到多个量相乘除的运算中去。

（3）乘方、开方的有效数字

不难证明，乘方、开方的有效数字与其底的有效数字位数相等。

（4）有效数字的修约（进舍）规则

① 拟舍数字的最高位小于 5 时，舍去；

② 拟舍数字的最高位大于 5 时，进 1；

③ 拟舍数字的最高位等于 5 时，

① 9 虽为存疑数，但不影响商 7，所以 7 还是准确数。

*a*）其后面尚有非零数，进 1，

*b*）其后面无数字或皆为零时，以所保留数的末位是奇数还是偶数来决定是进还是舍。奇数时，进 1，偶数时，舍去，0 当偶数处理。

例：将 0.050，0.150，0.450 修约只保留 1 位小数时，得 0.0，0.2，0.4。

以上这些结论，在一般情况下是成立的，但也有例外。如果我们了解有效数字的意义和存疑数字取舍的原则，是不难处理的。

还应指出，有效数字讲的是实验数据记录和运算的规则，或一般讲指的是近似数的运算规则，它不能代替绝对误差和相对误差的计算。在实验中，数据的计算总是按有效数字运算的规则进行的，如果因为各项误差的积累，使间接测量值的绝对误差比较大，那么在最后结果中，使结果的最后一位数与绝对误差的位数对齐，而舍去其它多余的存疑数字就可以了。

## 六、实验数据处理方法

如何通过实验中所得到的数据真实地反映出各物理量之间的关系呢？我们希望得到一些数学方程式（函数关系式）或一些曲线来反映各物理量间的关系，为达此目的，物理实验数据处理过程中常采用列表法、图示法和图解法。

1.列表法

对那些间接测定量与直接测定量有一一对应关系的实验，其数据就可以采用列表法将直接测定量与间接测定量依一定的形式和顺序一一对应地列出来。这种表简单易作，能清楚地反映出物理量间的关系，同时较容易进行比较，从中发现规律和出现的问题（如某数据有过失误差），进而根据分析可找出经验公式。列表的形式可以不限，但表内一定要写明：名称、各项物理量（包括单位）、数据等。如果用符号表示物理量应说明其意义，表中数据均用有效数字并注明单位。

2.实验数据的图示法和图解法

把实验测量值按其对应关系在坐标纸上描绘出一条光滑的曲线，以此曲线揭示各物理量间的相互关系：这称为图示法。在某些情况下，当两物理量之间很难用一个简单的或适当的函数关系来表示时，图示法就成为一种主要的表示方法。实验中所测数据往往存在误差，用数学函数式无法包括所有观测点数据，而用图示法则可以直观、简便地得到其变化趋势（有时可能要摒弃一些误差过大的观测点）。因此，图示法是一种广泛用来处理实验数据的有效方法。做好一张正确实用的图线是实验技能训练中的一项基本功，每一位同学应该很好地掌握它。下面介绍一下作图规则。

（1）选用合适的坐标纸，确定坐标轴并选好适当的比例。作图一定要用坐标纸，在普通物理实验中常用直角坐标纸。坐标纸的大小和坐标轴的比例，应根据所测得的数据的有效数字和结果的需要来决定。原则上应使坐标纸上的最小格，对应于有效数字的最后一位可靠数字。确定坐标轴时，通常以横坐标表示自变量，纵坐标表示因变量。画出坐标轴的方向；标明所代表的物理量名称和单位；并在轴上每隔一定间距标明该物理量的数值。取标度时，每一小格可代表 1，2，5，10 等，而不要代表 3，7，9 等难以读出的数，更不可将所测数值来作为标度。坐标的单位大小比例要适当，以便使作出的图线位于坐标纸的中央。坐标轴的起点不一定非要从零开始。

（2）描点：按测量数据，用细硬铅笔以醒目的符号（如＋，×，⊙，△，□等）准确地标在