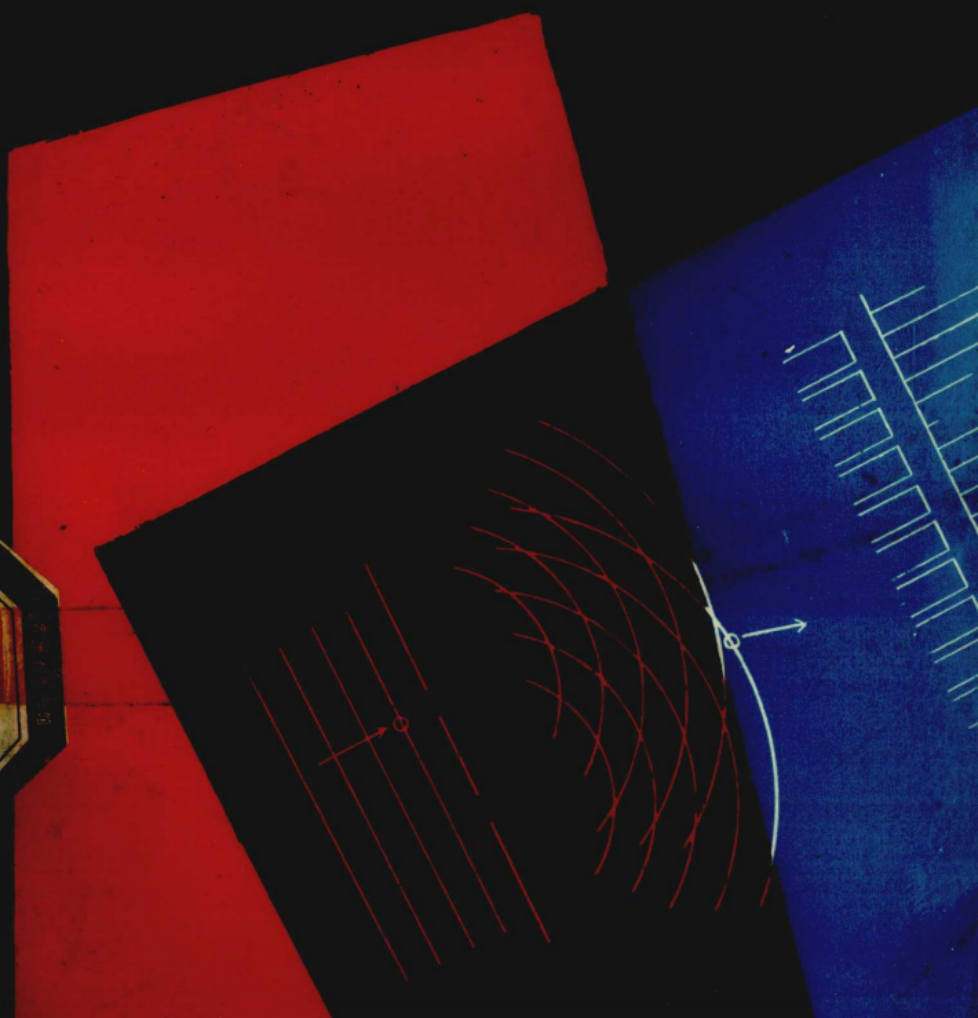


# 量子力学新探



301-330

书号：ISBN7-5364-1285-1/0.35

定价：3.65 元

13 A

301-330  
8

天  
华



责任编辑：崔泽海  
特约编辑：陈以彬 后云  
封面设计：邱云松  
责任校对：吴澄波

## 量子力学新探

——非统计量子力学

黄湘友 著

---

四川科学技术出版社出版

(成都盐道街三号)

新华书店重庆发行所发行

重庆印制一厂印刷

统一书号：ISBN 7-5364-1285-1/O·35

---

1989年12月第一版 开本850×1168 1/32

1989年12月第一次印刷 字数 138 千

印数 1—2000 册 印张 5.5 插页 4

定价：3.65元

## 内 容 提 要

本书以新的观点阐述量子力学基础和解释中的最新研究结果。书中详细地分析了量子力学的经典极限，严格证明了在经典极限下量子力学是一种只能描述系综的统计理论，而且统计性根源就出在体系状态的规定上。由这一认识出发，仅须改变体系状态的定义就可使量子力学演进为一种非统计性的理论。这新理论决定论型地描述单个体系的运动而把普通量子力学作为统计平均包括在内。对长期争论不清的量子力学中的各种基本问题，本书以理论应用的方式都一一作了解答。本书观点新颖，但方法上是很通用的，无论是量子力学的初学者和研究工作者都适于阅读此书。

# New Ponderation on Quantum Mechanics

## —Non-Statistical Quantum Theory—

This book is devoted to introduce recent investigated results on the principles and interpretation of quantum mechanics. By means of the detailed analysis on the classical limit of quantum mechanics, it is strictly proved that the usual quantum mechanics in the classical limit is a statistical theory which can only describes an ensemble. It is shown that this statistical character comes from the definition of the state of a system. With this conclusion in mind we can transform the usual quantum mechanics into a non-statistical theory only by changing the definition of the state of a system. This new theory deterministically describes the motion of a single system and contains the usual quantum mechanics as a statistical case. The various conceptual problems that suffer long-standing controversies in quantum mechanics all are answered in the applications of the new theory. Although the idea introduced in the book is unusual, the method used in it is very usual, the students and the researchers of quantum mechanics can easily read the book.

作者名：黄湘友

X. Y. Huang (Huang Xiang You)

## 前 言

自量子力学创建以来，物理学家们在应用这一理论取得一个又一个成就的时候，对它的解释却一直在不断地探索和争论，形成一个持久百家争鸣的局面。包括量子力学创始人在内的许多著名科学家为寻求量子力学的满意解释，真不知花费了多少精力。

在各种各样的量子力学解释方案中，以玻尔为首的哥本哈根解释影响最大。这一解释的独特地位不是因为它有什么特别的物理优点或因它对物理学的发展有与众不同的指导作用。相反，这一解释的特点是它更带哲学色彩。他们断言量子力学已是对原子世界最可能完全的描述，我们对微观世界的认识想做到不带几率的完全决定论是不可能的。

本书是一本论述非统计量子力学的专著。书中对量子力学基础作了一些数学物理分析，在此分析的基础上仍旧用假设和试验的方法使量子力学再发展一步。这一发展并不损害现有量子力学，但这一发展使量子力学成为不带几率的完全决定论型理论。这一理论深化了我们对原子世界的认识，而且普通量子力学的解释问题也迎刃而解。本书用具体的物理结果表明，哥本哈根解释的基本精神是不对的，而爱因斯坦关于现有量子力学是不完备的断言则是正确的。哥本哈根学派根据一种不完备的理论而对物质世界作哲学性断言是无助于科学发展的。我们将会看到，借助现有量子力学解释微观世界恰如仅凭电视机使用说明书解释电视机工作原理一样牵强附会。

本书的读者对象为理工科高年级大学生和研究生，物理工作者和对自然科学基本问题感兴趣的科学工作者。书中的内容有一

部分取自作者近年来在国内外刊物上发表的论文，其中有些论文是作者与钱尚武教授合作写的。还有一部分内容是作者尚未发表的新研究结果。书末附有文献索引，便于读者查阅。

书中第一章扼要介绍普通量子力学的基本原理及其有代表性的应用。第二章围绕量子力学的基本假设及哥本哈根解释提出若干问题。这些问题基本概括了量子力学解释中有争议而长期未有定论的问题。第三章详细分析了量子力学和经典力学的关系，从这分析中可看出量子力学中关于体系状态的定义限制了这理论不能描述单个的实际体系而只能描述系综或体系的平均性质。从第四章起介绍非统计量子力学基础及其应用，这些应用包含了本理论对普通量子力学中有争议问题的系统解答。最后一章综述量子力学的发展展望。作者企望有更多的科学家来关心这一理论的讨论，他们将从理论、实验等各种角度来审视新量子力学的有效性，以使这一研究更加深入。作者相信，这一方向的努力定能取得成功。

本书介绍的内容是我们一项研究课题的基础部分，该课题得到国家自然科学基金资助。本书的写作得到了陈以彬副研究员多方面的帮助，四川科学技术出版社的大力支持，作者对此深表谢意。

# 目 录

<b>第一章 普通量子力学基础</b> .....	1
§ 1.1 德布罗意波 .....	2
§ 1.2 波粒二象性 .....	4
§ 1.3 薛定格方程 .....	6
§ 1.4 波函数 .....	9
§ 1.5 动量空间波函数和动量算符 .....	11
§ 1.6 厄密算符和本征函数 .....	14
§ 1.7 可观察量和它的可能值 .....	16
§ 1.8 普通量子力学的基本假设 .....	18
§ 1.9 线性谐振子 .....	20
§ 1.10 几个重要关系式 .....	26
§ 1.11 角动量算符和本征函数 .....	32
§ 1.12 氢原子 .....	36
<b>第二章 普通量子力学中存在的基本问题</b> .....	44
§ 2.1 波函数的描述对象问题 .....	45
§ 2.2 量子力学中统计性的根源问题 .....	46
§ 2.3 测不准关系的物理解释问题 .....	48
§ 2.4 波粒二象性问题 .....	51
§ 2.5 量子力学中的测量问题 .....	53
§ 2.6 量子力学和经典力学间的关系问题 .....	55
<b>第三章 普通量子力学和经典力学的关系</b> .....	60
§ 3.1 定态波函数的经典极限 .....	61
§ 3.2 氢原子波函数的经典极限 .....	66
§ 3.3 波包型波函数的经典极限 .....	72
§ 3.4 相空间中的经典极限形式 .....	74



<b>第四章 非束缚体系的双波函数描述</b> .....	87
§ 4.1 自由粒子的双波函数描述.....	81
§ 4.2 半无穷空间中的自由粒子.....	86
§ 4.3 带电粒子在库仑场中的散射.....	91
§ 4.4 粒子的轨道运动和波动性内涵.....	100
<b>第五章 束缚体系的双波函数描述</b> .....	106
§ 5.1 新量子理论的基本假设.....	106
§ 5.2 束缚体系的一般性考查.....	107
§ 5.3 自旋量在磁场中的运动.....	111
§ 5.4 线性谐振子的新描述.....	114
§ 5.5 无限深势阱中的粒子.....	118
§ 5.6 双波理论的经典极限.....	122
<b>第六章 微扰和跃迁</b> .....	126
§ 6.1 不显含时间的微扰理论.....	126
§ 6.2 弱电场中的线性谐振子.....	131
§ 6.3 显含时间的微扰理论.....	136
§ 6.4 单原子与辐射的相互作用.....	141
<b>第七章 综述与展望</b> .....	152

## 第一章 普通量子力学基础

历史学家们都把量子力学的起点定在1900年。这一年普朗克发表了黑体辐射中能量随频率分布的著名公式。在该公式的推导中，普朗克提出了这样一条假设：频率为 $\nu$ 的电磁辐射，其能量取值不能任意而只能取由公式 $E_n = nh\nu$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) 确定的一些分立数值。从此一个称作普朗克常数的新的物理常数 $h$ 进入了物理学。1905年爱因斯坦进一步提出光量子假设：光是由光量子组成的，频率为 $\nu$ 的光中每一个光子具有 $h\nu$ 的能量和在传播方向有 $P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$ 的动量。 $c$ 是真空中光速， $\lambda$ 是相应的波

长。应用光量子概念，爱因斯坦简捷而成功地解释了光电效应。光子概念后来又为康普顿效应(1922)进一步证实，并逐渐被人们普遍接受。在另一方面，玻尔在1913年把力学量取不连续值的想法用到了氢原子上，成功地解释了氢原子的稳定性和它的线状光谱。

玻尔假定氢原子中的电子只能处在角动量为 $rp = n \frac{h}{2\pi}$  ( $n=1, 2, \dots$ ) 的一些分立的轨道上，用经典力学可算出在这些轨道上的电子能量 $E_n$ 。当电子由某一轨道 $n$ 跃迁到另一轨道 $n'$ 时放出或吸收一个频率为 $\nu = \frac{1}{h} |E_n - E_{n'}|$ 的光子。1924年德布罗

意提出实物粒子也应具有波动性的假设，这一假设不久后(1927)亦被实验所证实。与这些新假设的出现相伴随，理论方面的工作

也日新月异。量子力学发展初期，它有两种不同的数学表述，即海森伯的矩阵力学(1925)和薛定格的波动力学(1926)。不久，薛定格证明矩阵力学和波动力学完全等价，即这两种不同数学形式反映了同一种力学规律。接着，玻恩对波函数提出了统计解释。以后经过诺依曼和狄拉克等人的工作，量子力学在短时间内迅速发展成一门条理清楚，数学严谨的力学理论。在量子力学发展中作出突出贡献的人几乎全都是些当时的年轻科学家。他们在不同的地方，从不同的角度探讨这一理论，在短短几年的时间内，那些形式不同的理论便殊途同归，融为一体。几十年来，量子力学的应用领域不断扩大。虽然围绕它的解释问题一直争论不休，但它的基本原理则早已立足并一直沿用至今。本章扼要介绍普通量子力学的基本原理。后面几章将从新的角度来考查这些原理并试图对它们作些必要的修正。

### § 1.1 德布罗意波

随着光量子概念进入到物理学中，人们对光与物质相互作用的特点已有了较清楚的认识。光与物质间总是以光量子的形式一份一份地交换能量和动量。物质吸收光实际上是一个一个地吸收光子。物质发光也是一个一个地放出光子。光散射则可看作物质吸收一个光量子的同时放出另一个光子。光的这种性质称为光的粒子性。1924年，德布罗意提出了象电子这样的微粒也可能具有波动性的假设。他把粒子和波通过下面的关系联系起来：粒子的能量 $E$ 和动量 $P$ 与波的频率 $\nu$ 和波长 $\lambda$ 之间的关系，有着光子和光波间的同样关系形式

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \vec{P} = \frac{h}{\lambda} \vec{n} = \hbar\vec{K} \quad (1.1)$$

式中  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ,  $\omega = 2\pi\nu$ .  $\vec{n}$  是沿粒子运动方向的单位矢量,

$\vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$  称为波矢。关系式(1.1)称为德布罗意公式。

自由粒子的能量和动量都是常量，按德布罗意公式算得的频率和波长也是常量。因此，与自由粒子相联系的德布罗意波应是个平面波。波数  $K$ ；角频率  $\omega$  的平面波的复数形式为

$$\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{i(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (1.2)$$

在经典理论中平面波由正弦或余弦函数表示，有时采用复数写法也只是为了数学上的方便。在本章的 § 1.3 节中将会看到，量子力学中描写自由粒子的平面波则必须使用复数形式。

设自由粒子的动能为  $E$  且粒子的速度远小于光速，则  $E = \frac{P^2}{2m}$ 。由(1.1)式可知，德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (1.3)$$

$m$  是该粒子的质量。

考虑一个被  $V$  伏电势加速的电子，它的动能  $E = eV$  电子伏， $e$  是电子的电量。将  $h$ 、 $e$ 、 $m$  的数值（见书末的常数表）代入后，可得

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \approx \frac{12.25}{\sqrt{V}} \text{ \AA}$$

由此可知，用150伏的电势所加速的电子，德布罗意波长为  $1 \text{ \AA}$ 。当  $V = 10^4$  伏时， $\lambda = 0.122 \text{ \AA}$ ，德布罗意波长在数量级上相当于（或略小于）晶体中的原子间距，它比宏观线度要短得多，这说明电子的波动性为什么长期未被发现。

德布罗意假设的正确性在1927年为 C. Davisson 和 L. H. Germer 所做的电子束在镍单晶上的散射实验所证实。被镍单晶散射的电子，它们的运动表现出很强的方向选择性。这现象与  $x$  射线的衍射现象相同，这是电子具有波动性的直接证据。由衍射

理论和镍晶体的晶格常数，对照实验数据可定出电子的德布罗意波长，其数值与德布罗意公式算得的结果一致。

现在，实验室中已常用电子和中子的波动性来研究物质的结构和其它性质。实验上已可获得能量很低（因而波长较长）的中子流。当它们通过细小狭缝或栅格时可产生明显的衍射效应。各种证据说明，德布罗意波从一个方面描述了物质的基本属性，通常被当作粒子的物体在适当条件下呈现出波动的性质。

### § 1.2 波粒二象性

我们刚才已介绍过电子、中子等实物粒子波动性的实验证明，但这种介绍还不够全面。在粒子的衍射实验中，波动性在衍射过程中表现出来，而波的强度正比于各方向上被散射粒子的平均数。在探测这些参与衍射实验的电子或中子的时候，我们发现它们总保持为一个一个的点粒子形态，始终保持着与原来相同的质量和电荷。对光子来说，它的作用是可用来解释光电效应和康普顿效应这类物理现象。但光被狭缝和x射线被晶体衍射这类现象，则必须用光的电磁波理论来解释。光和实物粒子既有波动性又有粒子性的事实称作波粒二象性。

图1.1为光的双缝干涉实验示意图。一平行光束通过双缝后被一组光探测器接收。光探测器离开缝的距离远远大于两缝之间的距离。每个探测器都足够灵敏，用它们可纪录单个光子的到达。光探测器是利用光电效应工作的光电倍增管。一个光子到达光阴极时可打出一个电子，这电子经过若干次级电极的倍增在阳极输出一个窄而高的脉冲电流。按这种方式使用的光电倍增管称作单光子探测器。在实验的开始阶段，光子显得是无规则地到达各个探测器。仅当各探测器都接收了很多个光子后，它们各自记录下的光子总数与波动理论给出的该处光强成正比。这光强就是通过两狭缝的光波在该处相干涉叠加形成的。再者，各探测器记录的光子数形成的分布与入射光强度无关。当入射光较强时各探测器记录

的光子几乎同时到达。同一短时间内各探测器记录下的光子数形成一个分布，这分布表现出光的双缝干涉所特有的图案。当入射光很弱时，每一时刻只有一个光子到达某一探测器，经过相当的“曝光”时间，当各探测器都记录到总数很大的光子后，在同一段长时间内各探测器记录到的总光子数显示出与前者相同的空间分布图案。为了解释这些结果，光的波动模式和粒子模式都要使用。光在探测时表现为一个个具有一定能量的光子，而干涉条纹的形成又意味着光以经典波的形式通过双缝。

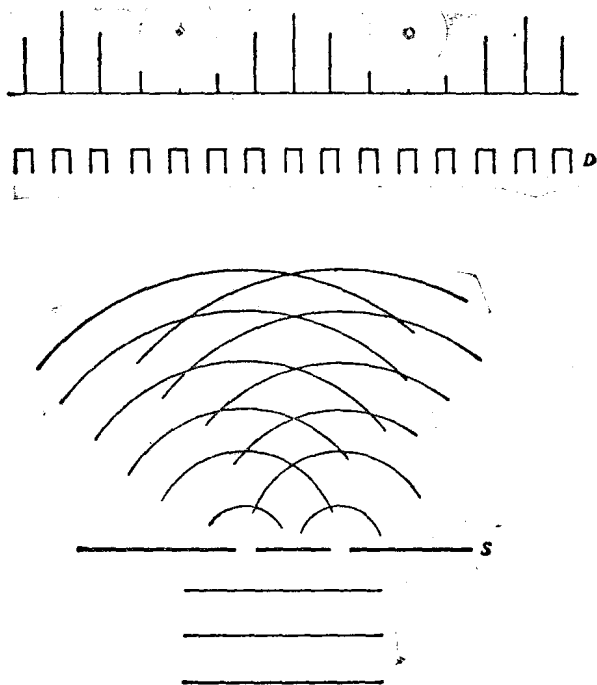


图1.1 平面电磁波到达开有双缝的屏 $S$ ，在屏的另一面形成双缝干涉的复杂波形。 $D$ 是一组光探测器，每一探测器记录的光子数与该处的光强成正比，结果如上方的垂直线段所示。

如果在每个狭缝上都添加一个快门装置，在做实验时轮流快速交替打开缝上的快门，但在任一时刻只有一个快门打开，记录结果显示干涉图案被破坏了。这说明干涉图案的形成有赖于两个狭缝同时打开。我们不能说一个光子从一个狭缝通过而另一个狭缝的开或关对它没有影响。有人可能试图把干涉现象归因于分别通过两狭缝的光子之间的相互叠加作用。但是当光很弱致使光子在时间上一个一个分离地到达探测器时，只要双缝同时打开，累计下来的光子数分布就形成干涉条纹。总之，干涉现象只能用波动理论才能解释。

图1.1的装置也可用作说明实物粒子波粒二象性的概念性实验。虽然技术上不能把狭缝的宽度做到与原子间距差不多大小的水平，用狭缝代替晶体使实验的解释更显简单明了。用具有相同速度的粒子形成的粒子流作实验。当这粒子流的强度很小时，粒子无规律地一个一个到达不同的粒子探测器。经过一定时间的积累，不同地点的各探测器上接收到的粒子总数显示出与干涉图案类似的分布。如果两狭缝用快门轮流交替启闭并避免两缝同时打开，则干涉条纹完全受到破坏。这说明实物粒子也具有波粒二象性，而且这性质为单个粒子自己所固有。对波粒二象性的全面解释是量子力学解释中有争议的问题之一，在后面的章节中我们还将回到这一问题上来。

### § 1.3 薛定格方程

各种形式的波中平面波具有最简单的形式。当平面波通过狭缝后，波的形式变得极其复杂以至于我们很难精确地把它写出来。在经典理论中，原则上我们可借助波动方程和狭缝处的边界条件来计算衍射波，如果不能得出精确解就求近似解。对于德布罗意波，当它通过狭缝或被晶体衍射后的衍射波表达式也必须借助波动方程和边界条件来给出。还有，当粒子在势场中作变速运动时，我们希望有方法能写出与这粒子相联系的波。这些问题将

由薛定格波动方程解决。

首先参照经典波动理论来寻求德布罗意波满足的方程<sup>[1]</sup>。一维情况下的经典波动方程为

$$\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial t^2} \quad (1.4)$$

其中 $c$ 是表示波传播速度的实数。这方程的平面波解以复数形式写出为

$$A(x,t) = A_0 \exp[i(kx - \omega t)] \quad (1.5)$$

而且有

$$\omega = ck \quad (1.6)$$

容易看出支配物质波的运动方程不能取(1.4)的形式, 因为(1.6)式与德布罗意公式(1.1)合在一起要求能量和动量保持线性关系

$$E = cp \quad (1.7)$$

这不同于非相对论自由粒子能量和动量间应有的抛物线关系

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad (1.8)$$

因此, 对物质波我们必须寻求一个不同于式(1.4)的波动方程。实验上已经证明, 德布罗意波的假设是正确的, 表示式(1.5)应当也是新的波动方程的解。

如果方程(1.8)和(1.1)能同时满足, 这就要求波的频率与波矢的平方成正比, 这条件意味着新的波动方程应当含有对 $x$ 的二阶导数和对 $t$ 的一阶导数。为此我们考查下面的方程

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} \quad (1.9)$$

其中 $\alpha$ 为常数。 $\psi(x,t)$ 称作波函数, 其意义在下一节解说。我们要求 $\psi$ 有形式(1.5)的平面波解, 则由式(1.9)有

$$-k^2 = -i\alpha\omega \quad (1.10)$$

为了使式(1.1)和(1.8)同时得到满足, 必须取 $\alpha = -i\frac{2m}{\hbar}$ 。将 $\alpha$ 的



这一数值代入方程(1.9), 略加整理便得到描述自由粒子波动性的波动方程

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (1.11)$$

反过来, 当 $\psi$ 取(1.5)的平面波形式时, 由德布罗意式(1.1)和波动方程(1.11)得出

$$E\Psi = \frac{p^2}{2m}\Psi \quad (1.12)$$

这是自由粒子应具有合理结果。从这结果可知, 在恒等式(1.12)中用 $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ 代换 $E$ , 用 $\pm i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ 代换 $p$ 就得出波动方程(1.11)。当一个粒子在势场 $V(x, t)$ 的作用下运动时, 它的总能量是动能与势能之和, 方程(1.12)这时推广为

$$E\Psi = \left( \frac{p^2}{2m} + V \right) \Psi$$

按照刚才所说的代换规则, 由这式子可写出比式(1.11)更普遍化的波动方程

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi \quad (1.13)$$

这方程称作一维薛定格方程。三维空间中的薛定格方程与这方程十分类似, 以后用到时再把它写出来。

当 $V(x)$ 与时间无关时方程(1.13)可以简化。我们寻求 $\psi(x, t)$ 形式的特解, 由方程(1.13)得出 $u(x)$ 满足的方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + V(x)u = Eu \quad (1.14)$$

这方程称作定态薛定格方程, 它有着非常广泛的应用。

我们从自由粒子波粒二象性的有限实验知识出发, 用综合推