王后雄学案

教材完全解读

选修·专题

高中数学　选修2-1

丛书主编：王后雄
本册主编：马春华

小熊图书

接力出版社 Jieli Publishing House
全国优秀出版社 SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

王后雄学案

教材完全解读

选修·专题

高中数学　选修2-1

丛书主编：王后雄
本册主编：马春华
副 主 编：张　营
编　　委：郑晓玲　章雄钢
陈　锟　吴海林
李　俊　杨海林
马晨冉　秦　俭
刘国发　林　芬
左建华　张新平
杨建明　周良荣

小熊图书
接力出版社 Jieli Publishing House
全国优秀出版社

总 策 划：熊　辉
责任编辑：吴惠娟
责任校对：陈　娟
封面设计：木头羊

JIAOCAI WANQUAN JIEDU
GAOZHONG SHUXUE
教材完全解读
高中数学　选修2-1
丛书主编：王后雄　本册主编：马春华
*
社　长：黄　俭　总编辑：白　冰
接力出版社出版发行
广西南宁市园湖南路9号　邮编：530022
E-mail：jielipub@public.nn.gx.cn
河南省瑞光印务股份有限公司印刷　全国新华书店经销
*
开本：889毫米×1194毫米　1/16　印张：11.75　字数：313千
2009年9月第4版　2009年9月第4次印刷
ISBN 978-7-80732-472-0
定价：20.70元

教材完全解读

本书特点

1. 以《课程标准》、《考试大纲》为编写依据，完全解读知识、方法、能力、考试题型，全面提高学习成绩。
2. 采用国际流行的双栏对照案例编写方式，左栏对教材全解全析，在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色；右栏用案例诠释考点，对各个考点各个击破。

明确每课学习要求

以课标为依据，三维目标全解教材学习要求，提供总体的学习策略，提出具体的学习要诀，体现目标控制学习规则。

3层完全解读

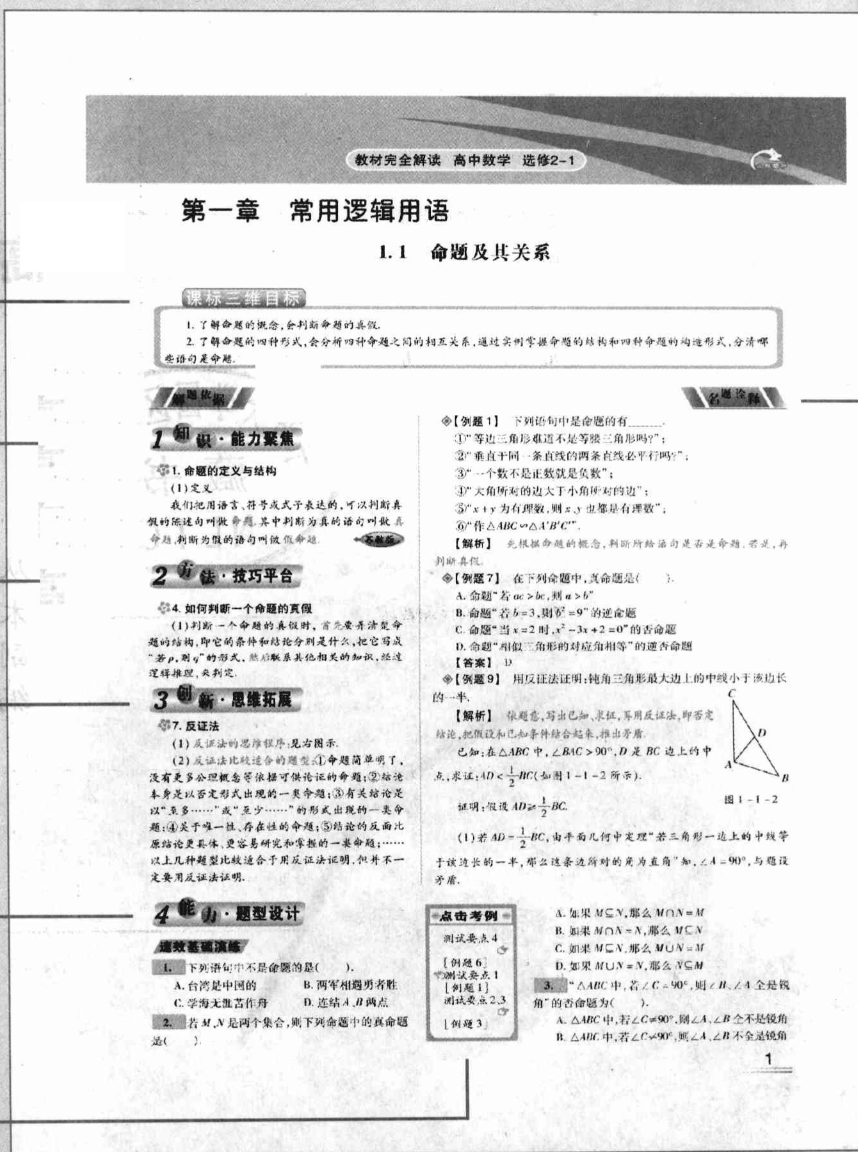
从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点，帮您形成答题要点、解题思维，理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

解题错因导引

“点击考例”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，找到正确答案。



教材完全解读 高中数学 选修2-1

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

课标三维目标

1. 了解命题的概念，会判断命题的真假。
2. 了解命题的四种形式，会分析四种命题之间的相互关系，通过实例掌握命题的结构和四种命题的构造形式，分清哪些语句是命题。

解题依据

1 知识·能力聚焦

1. 命题的定义与结构

(1) 定义

我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题。其中判断为真的语句叫做真命题，判断为假的语句叫做假命题。

2 方法·技巧平台

4. 如何判断一个命题的真假

(1) 判断一个命题的真假时，首先要弄清楚命题的结构，即它的条件和结论分别是什么，把它写成“若 p，则 q”的形式，然后联系其他相关的知识，经过逻辑推理，来判定。

3 创新·思维拓展

7. 反证法

(1) 反证法的思维程序，见右图示。

(2) 反证法比较适合的题型：①命题简单明了，没有更多公理概念等依据可供论证的命题；②结论本身是以否定形式出现的一类命题；③有关结论是以“至多……”或“至少……”的形式出现的一类命题；④关于唯一性、存在性的命题；⑤结论的反面比原结论更具体、更容易研究和掌握的一类命题；……以上几种题型比较适合于用反证法证明，但并不一定要用反证法证明。

4 能力·题型设计

速效基础演练

1. 下列语句中不是命题的是( )。
A. 台湾是中国的 B. 两军相遇勇者胜
C. 学海无涯苦作舟 D. 连结 A, B 两点

2. 若 M, N 是两个集合，则下列命题中的真命题是( )。

名题诠释

【例题1】 下列语句中是命题的有______。
①“等边三角形难道不是等腰三角形吗?”;
②“垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?”;
③“一个数不是正数就是负数”;
④“大角所对的边大于小角所对的边”;
⑤“$x+y$ 为有理数，则 x, y 也都是有理数”;
⑥“作 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$”。

【解析】 先根据命题的概念，判断所给语句是否是命题，若是，再判断真假。

【例题7】 在下列命题中，真命题是( )。
A. 命题“若 $ac>bc$，则 $a>b$”
B. 命题“若 $b=3$，则 $b^2=9$”的逆命题
C. 命题“当 $x=2$ 时，$x^2-3x+2=0$”的否命题
D. 命题“相似三角形的对应角相等”的逆否命题

【答案】 D

【例题9】 用反证法证明：钝角三角形最大边上的中线小于该边长的一半。

【解析】 依题意，写出已知、求证，再用反证法，即否定结论，把假设和已知条件结合起来，推出矛盾。

已知：在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC>90°$，D 是 BC 边上的中点，求证：$AD<\frac{1}{2}BC$(如图1-1-2所示)。

证明：假设 $AD\geq\frac{1}{2}BC$。

(1) 若 $AD=\frac{1}{2}BC$，由平面几何中定理“若三角形一边上的中线等于该边长的一半，那么这条边所对的角为直角”知，$\angle A=90°$，与题设矛盾。

图1-1-2

点击考例

测试要点4 [例题6]
测试要点1 [例题1]
测试要点2,3 [例题3]

A. 如果 $M\subseteq N$，那么 $M\cap N=M$
B. 如果 $M\cap N=N$，那么 $M\subseteq N$
C. 如果 $M\subseteq N$，那么 $M\cup N=M$
D. 如果 $M\cup N=N$，那么 $N\subseteq M$

3. “$\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=90°$，则 $\angle A$, $\angle B$ 全是锐角”的否命题为( )。
A. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C\neq90°$，则 $\angle A$, $\angle B$ 全不是锐角
B. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C\neq90°$，则 $\angle A$, $\angle B$ 不全是锐角

1

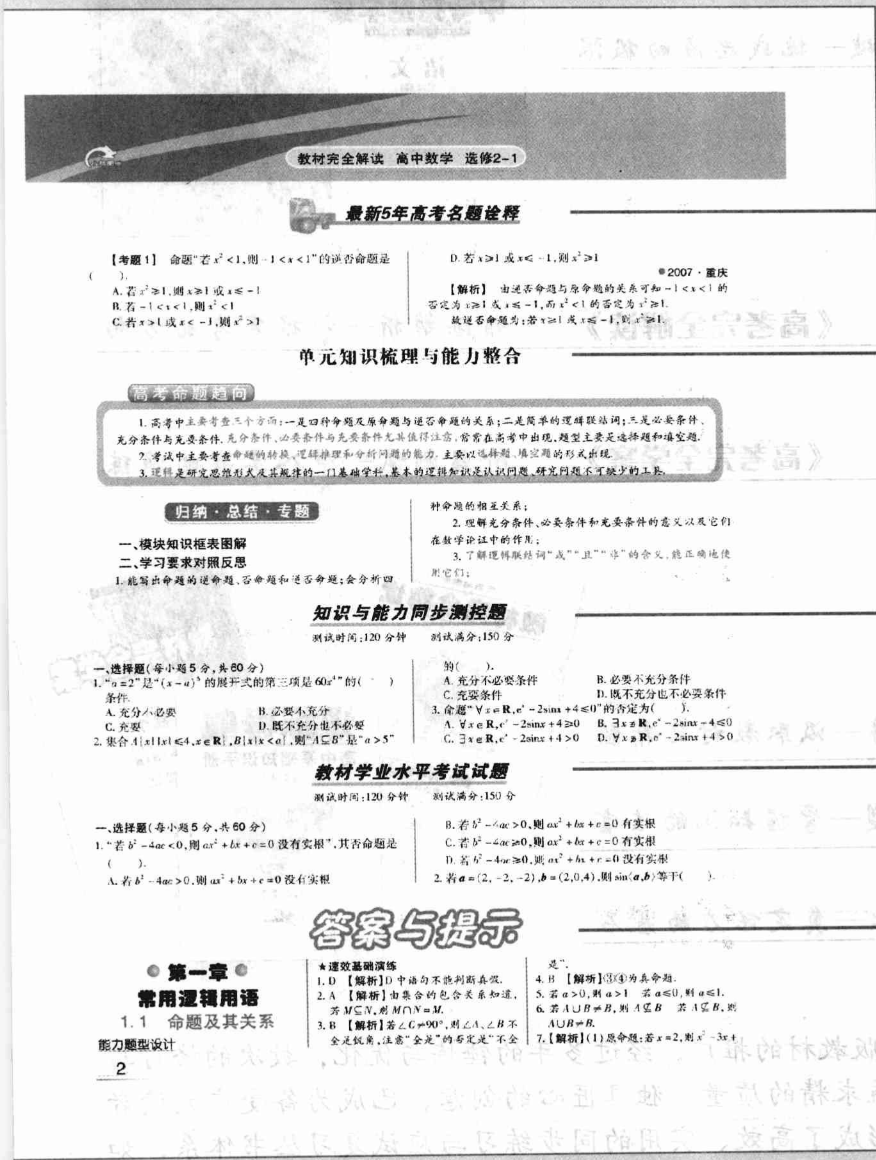
双栏对照学习

左栏全面剖析考点知识，凸现“解题依据”和答题要点。

右栏用典型案例诠释左栏考点。左右栏讲解·案例一一对照，形成高效学习的范式。

教辅大师、特级教师王后雄教授科学超前的体例设置，帮您赢在学习起点，成就人生夙愿。

——题记


教材完全解读 高中数学 选修2-1

最新5年高考名题诠释

【考题1】 命题"若 $x^2<1$,则 $-1<x<1$"的逆否命题是( ).

A.若 $x^2\geq1$,则 $x\geq1$ 或 $x\leq-1$

B.若 $-1<x<1$,则 $x^2<1$

C.若 $x>1$ 或 $x<-1$,则 $x^2>1$

D.若 $x\geq1$ 或 $x\leq-1$,则 $x^2\geq1$

2007·重庆

【解析】 由逆否命题与原命题的关系可知 $-1<x<1$ 的否定为 $x\geq1$ 或 $x\leq-1$,而 $x^2<1$ 的否定为 $x^2\geq1$.

故逆否命题为:若 $x\geq1$ 或 $x\leq-1$,则 $x^2\geq1$.

单元知识梳理与能力整合

高考命题趋向

1.高考中主要考查三个方面:一是四种命题及原命题与逆否命题的关系;二是简单的逻辑联结词;三是必要条件、充分条件与充要条件.充分条件、必要条件与充要条件尤其值得注意,常常在高考中出现,题型主要是选择题和填空题.

2.考试中主要考查命题的转换、逻辑推理和分析问题的能力,主要以选择题、填空题的形式出现.

3.逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科,基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可缺少的工具.

归纳·总结·专题

一、模块知识框表图解

二、学习要求对照反思

1.能写出命题的逆命题、否命题和逆否命题;会分析四种命题的相互关系;

2.理解充分条件、必要条件和充要条件的意义以及它们在数学论证中的作用;

3.了解逻辑联结词"或""且""非"的含义,能正确地使用它们;

知识与能力同步测控题

测试时间:120分钟 测试满分:150分

一、选择题(每小题5分,共60分)

1."$a=2$"是"$(x-a)^6$ 的展开式的第三项是 $60x^4$"的( )条件.

A.充分不必要 B.必要不充分

C.充要 D.既不充分也不必要

2.集合 $A\{x\mid |x|\leq4,x\in\mathbf{R}\}$, $B\{x\mid |x|<a\}$,则"$A\subseteq B$"是"$a>5$"的( ).

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

3.命题"$\forall x\in\mathbf{R},e^x-2\sin x+4\leq0$"的否定为( ).

A.$\forall x\in\mathbf{R},e^x-2\sin x+4\geq0$ B.$\exists x\notin\mathbf{R},e^x-2\sin x-4\leq0$

C.$\exists x\in\mathbf{R},e^x-2\sin x+4>0$ D.$\forall x\notin\mathbf{R},e^x-2\sin x+4>0$

教材学业水平考试试题

测试时间:120分钟 测试满分:150分

一、选择题(每小题5分,共60分)

1."若 $b^2-4ac<0$,则 $ax^2+bx+c=0$ 没有实根",其否命题是( ).

A.若 $b^2-4ac>0$,则 $ax^2+bx+c=0$ 没有实根

B.若 $b^2-4ac>0$,则 $ax^2+bx+c=0$ 有实根

C.若 $b^2-4ac\geq0$,则 $ax^2+bx+c=0$ 有实根

D.若 $b^2-4ac\geq0$,则 $ax^2+bx+c=0$ 没有实根

2.若 $\boldsymbol{a}=(2,-2,-2)$, $\boldsymbol{b}=(2,0,4)$,则 $\sin\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 等于( ).

答案与提示

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

能力题型设计

★速效基础演练

1.D 【解析】D中语句不能判断真假.

2.A 【解析】由集合的包含关系知道,若 $M\subseteq N$,则 $M\cap N=M$.

3.B 【解析】若 $\angle C\neq90°$,则 $\angle A$、$\angle B$ 不全是锐角,注意"全是"的否定是"不全是".

4.B 【解析】①③④为真命题.

5.若 $a>0$,则 $a>1$ 若 $a\leq0$,则 $a\leq1$.

6.若 $A\cup B\neq B$,则 $A\nsubseteq B$ 若 $A\nsubseteq B$,则 $A\cup B\neq B$.

7.【解析】(1)原命题:若 $x=2$,则 x^2-3x+

2

同步体验高考

结合本章节知识及考纲要求，精心选编最新五年高考试题，体现"高考在平时"的学习理念，同步触摸、感知高考，点拨到位，破解高考答题规律与技巧。

单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识的二次提炼与升华，全面提高学习效率。

考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然。能使您养成良好规范的答题习惯。

小熊图书 最新教辅

讲《中考完全解读》 复习讲解—紧扼中考的脉搏

练《中考完全学案》 难点突破—挑战思维的极限

讲《高考完全解读》 精湛解析—把握高考的方向

练《高考完全学案》 阶段测试—进入实战的演练

讲《教材完全解读》 细致讲解—汲取教材的精髓

例《课标导航·基础知识手册》 透析题型—掌握知识的法宝

练《教材完全学案》 夯实基础—奠定能力的基石

伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“小熊图书”以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

目录

全书知识结构图解·名师学法指津 …… 1

第一章 常用逻辑用语 …… 3

1.1 命题及其关系 …… 3

1.2 充分条件与必要条件 …… 10

1.3 基本逻辑联结词 …… 16

1.4 全称量词与存在量词 …… 21

◈单元知识梳理与能力整合 …… 25

◈知识与能力同步测控题 …… 31

第二章 圆锥曲线与方程 …… 33

2.1 曲线与方程 …… 33

2.2 椭圆 …… 43

2.3 双曲线 …… 56

2.4 抛物线 …… 69

2.5 直线与圆锥曲线的位置关系 …… 81

2.6 圆锥曲线的统一定义 …… 98

◈单元知识梳理与能力整合 …… 105

◈知识与能力同步测控题 …… 113

第三章 空间向量与立体几何 …… 115

3.1 空间向量及其运算 …… 115

3.2 空间向量在立体几何中的应用 …… 125

◈单元知识梳理与能力整合 …… 138

◈知识与能力同步测控题 …… 150

教材学业水平考试试题 …… 152

答案与提示 …… 154

知识与方法
阅读索引

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

1. 命题的定义与结构 …… 3
2. 四种命题 …… 4
3. 四种命题的相互关系 …… 4
4. 如何判断一个命题的真假 …… 5
5. 四种命题的真假判断 …… 5
6. 命题的否定与否命题 …… 5
7. 反证法 …… 5
8. 逆否证法 …… 6

1.2 充分条件与必要条件

1. 充分条件与必要条件 …… 10
2. 充要条件 …… 10
3. 对充分条件、必要条件、充要条件的理解 …… 10
4. 充要条件的判断方法 …… 11
5. 充要条件的证明 …… 11
6. 充要条件的探求 …… 12

1.3 基本逻辑联结词

1. “且”“或”“非”的概念 …… 16
2. 对“或”“且”“非”的理解 …… 16
3. 复合命题的构成 …… 17
4. 复合命题“p 或 q”“p 且 q”“非 p”的真假判断 …… 17
5. 命题的否定与否命题的区别 …… 18
6. 利用简单逻辑知识解决数学综合问题 …… 18

1.4 全称量词与存在量词

1. 全称量词 …… 21
2. 存在量词 …… 21
3. 含有一个量词的命题的否定 …… 21
4. 全称命题与存在性命题的真假判断 …… 22
5. 全称命题与存在性命题的否定 …… 22
6. 全称命题与存在性命题的不同表述方法 …… 22
7. 通过全称命题与特称命题,求参数的取值范围 …… 23

第二章 圆锥曲线与方程

2.1 曲线与方程

1. 曲线与方程 …… 33
2. 曲线的对称性 …… 34
3. 已知方程画曲线 …… 34
4. 坐标法与解析几何的研究对象 …… 34
5. 已知曲线求方程 …… 35
6. 两曲线的交点 …… 36
7. 曲线方程与其他数学知识的交汇问题 …… 37
8. 坐标系的“适当”选择 …… 37

2.2 椭圆

1. 椭圆的定义 …… 43
2. 椭圆的标准方程 …… 43
3. 椭圆的几何性质 …… 44
4. 椭圆的定义的应用 …… 47
5. 利用待定系数法确定椭圆的标准方程 …… 48
6. 椭圆的两种定义的理解和运用 …… 48
7. 椭圆离心率的理解和灵活运用 …… 49
8. 椭圆定义的创新应用 …… 49
9. 与椭圆相关的应用问题的数学处理能力 …… 49
10. 椭圆中的最值问题 …… 50

2.3 双曲线

1. 双曲线的定义 …… 56
2. 双曲线的标准方程 …… 56

3. 双曲线的简单几何性质 …………………………… 57

4. 双曲线的第二定义 ………………………………… 59

5. 双曲线定义的运用 ………………………………… 60

6. 标准方程的求法 …………………………………… 61

7. 与渐近线有关问题的处理方法 ……………………… 62

8. 与双曲线相关的应用性问题 ………………………… 62

2.4 抛物线

1. 抛物线的定义 ……………………………………… 69

2. 抛物线的标准方程 ………………………………… 69

3. 抛物线的几何性质 ………………………………… 70

4. 定义的应用 ………………………………………… 71

5. 抛物线标准方程的探求 …………………………… 72

6. 与抛物线有关的最值问题的再研究 ………………… 73

7. 与抛物线有关的应用问题的处理方法 ……………… 73

2.5 直线与圆锥曲线的位置关系

1. 直线与圆锥曲线的位置关系 ………………………… 81

2. 直线与圆锥曲线相交的弦长公式 …………………… 81

3. 直线与椭圆的位置关系问题 ………………………… 82

4. 直线与双曲线的位置关系问题 ……………………… 83

5. 直线与抛物线的位置关系问题 ……………………… 84

6. 直线和椭圆位置关系的综合问题 …………………… 85

7. 直线与双曲线位置关系的综合问题 ………………… 86

8. 直线与抛物线位置关系的综合问题 ………………… 86

9. 直线与双曲线的交点问题 …………………………… 87

10. 直线与圆锥曲线位置关系综合问题的处理 ……… 88

2.6 圆锥曲线的统一定义

1. 圆锥曲线的统一定义 ……………………………… 98

2. 椭圆第二定义的常见问题 ………………………… 98

3. 双曲线第二定义的常见问题 ……………………… 99

4. 椭圆、双曲线的两种定义的联合运用 ……………… 99

5. 焦点弦问题的处理方法 …………………………… 100

6. 曲线统一定义的灵活运用 ………………………… 101

第三章 空间向量与立体几何

3.1 空间向量及其运算

1. 空间向量的有关概念 ……………………………… 115

2. 空间向量的加减运算 ……………………………… 115

3. 空间向量的数乘运算 ……………………………… 116

4. 空间向量的数量积运算 …………………………… 117

5. 空间向量的正交分解及其坐标表示 ………………… 117

6. 空间向量运算的坐标表示 ………………………… 118

7. 空间向量的加、减法及数乘运算 …………………… 118

8. 共面、共线、平行问题的证明方法 ………………… 119

9. 垂直问题的证明方法 ……………………………… 120

10. 空间的距离与空间中角的求法 ………………… 120

11. 利用空间向量解决立体几何中的综合性问题 …………………………………………………… 121

12. 构造向量解决代数问题的迁移能力 …………… 121

3.2 空间向量在立体几何中的应用

1. 直线的方向向量与直线的向量方程 ………………… 125

2. 平面的法向量 ……………………………………… 126

3. 直线方向向量与平面法向量在确定直线、平面位置关系中的应用 ……………………………… 126

4. 平面法向量的求法 ………………………………… 126

5. 用向量的方法证明空间中的平行关系 ……………… 127

6. 用向量的方法证明空间中的垂直关系 ……………… 127

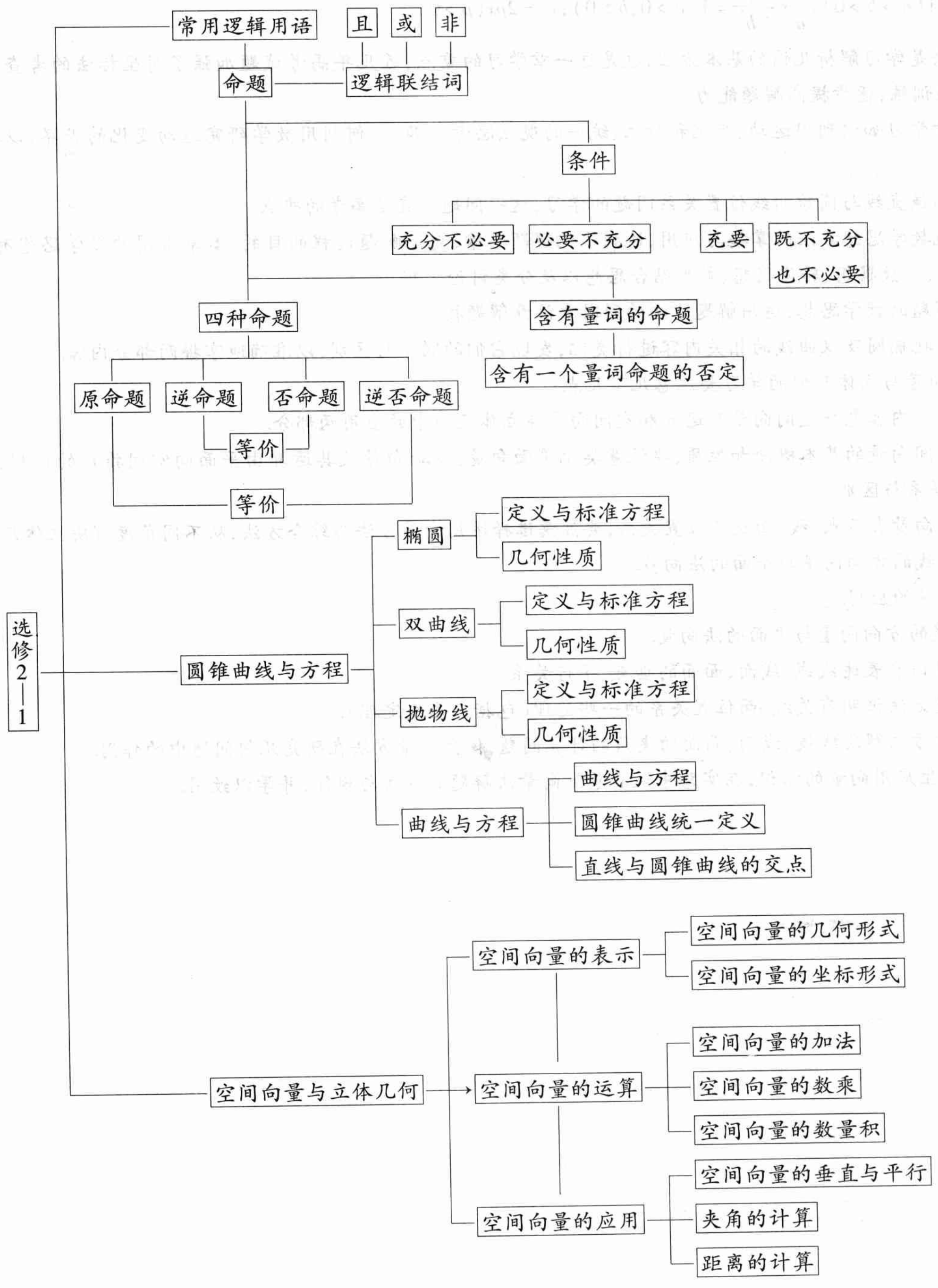
7. 用向量的方法求空间的角 ………………………… 128

8. 利用向量的方法求空间的距离 …………………… 130

9. 探索性、存在性问题的空间向量法处理 ……………… 131

全书知识结构图解·名师学法指津

一、全书知识结构图解



二、名师学法指津

1. 对简单逻辑的学习要注意以下几点：

(1)本章的内容相对比较抽象，不易理解，学习中要注意多结合实例去理解. 另外，用符号语言表述数学命题也增加了学习的难度，要逐步提高数学语言、符号语言的转换能力.

(2)要学会类比的方法，将有关概念进行类比，以便更好地理解和运用. 同时，还要用联系的观点去认识相关知识. 如逻辑联结词“且”“或”“非”与集合的交、并、补的联系，充分条件、必要条件、充要条件与四种命题的联系.

(3)用集合的观点去理解相关概念,提高分析问题和解决问题的能力.

2. 对圆锥曲线与方程的学习要注意以下几点:

(1)本章主要内容包括椭圆、双曲线、抛物线的定义,标准方程及几何性质,以及它们的简单应用.

(2)本章推导出了几种不同形式的椭圆、双曲线、抛物线的方程,其中最重要的是它们的标准方程:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$;$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$;$y^2=2px(p>0)$.

(3)坐标法是学习解析几何的基本方法,也是这一章学习的重点,近几年高考试题加强了对坐标法的考查,要加深对坐标法的认识,并加强训练,逐步提高解题能力.

(4)要注意学习如何利用运动、变化和对立、统一的观点思考问题,如何利用数学研究运动变化的世界,以提高分析问题、解决问题的能力.

(5)注意加强直线与圆锥曲线位置关系问题的学习,这一问题一直是高考的热点.

(6)要重视数学思想方法的掌握与应用,达到优化解题思维、简化解题过程的目的. 本章常用的数学思想有:方程思想、函数思想、对称思想、参数思想、转化思想、数形结合思想以及分类讨论思想.

(7)注重解题的数学思想,运用解题方法的同时要注意解题技巧.

(8)要善于把椭圆及双曲线的相关内容进行类比,发现它们的联系与区别,以准确地掌握两部分内容.

3. 对空间向量与立体几何的学习要注意几下几点:

(1)本章主要内容包括空间向量及运算和空间向量在立体几何中的应用两部分.

(2)掌握空间向量的基本概念和性质,要注意类比平面向量,体验向量及其运算由平面向空间推广的过程,并思考向量运算与实数运算的联系与区别.

(3)学会用向量表示点、线、面及其位置关系,要注意选择运用向量方法与综合方法,从不同角度解决立体几何问题.

(4)理解直线的方向向量与平面的法向量.

(5)空间向量的应用.

①理解直线的方向向量与平面的法向量.

②能用向量语言表述线线、线面、面面的垂直、平行关系.

③能用向量方法证明有关线、面位置关系的一些定理(包括三垂线定理).

④能用向量方法解决线线、线面、面面的夹角的计算问题,体会向量方法在研究几何问题中的作用.

(6)培养学生应用向量的意识,在实践中认真总结向量法解题的方法与规律,并学以致用.

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

课标三维目标

1. 了解命题的概念,会判断命题的真假.

2. 了解命题的四种形式,会分析四种命题之间的相互关系,通过实例掌握命题的结构和四种命题的构造形式,分清哪些语句是命题.

3. 初步掌握通过证明一个命题的逆否命题为真命题来间接证明原命题为真命题的方法,及通过证明一个命题的逆命题的真假来判断其否命题的真假的方法.

4. 了解反证法,初步掌握用反证法证明数学命题.

解题依据

1 知识·能力聚焦

1. 命题的定义与结构

(1)定义

我们把用语言、符号或式子表达的,可以判断真假的陈述句叫做命题.其中判断为真的语句叫做真命题,判断为假的语句叫做假命题. 苏教版

①并不是任何语句都是命题,只有那些能判断真假的语句才是命题.一般来说,开语句、疑问句、祈使句、感叹句都不是命题.

②要判断一个语句是不是命题,就要看它是否符合"可以判断真假"这个条件.

例如,a."$12>5$";b."3是12的约数";c."0.5是整数",都是命题,其中a、b是真的,叫做真命题;c是假的,叫做假命题.

又如,d."这是一棵大树";e."$x<2$".由于"大树"没有界定,就不能判断"这是一棵大树"的真假;由于x是未知数,也不能判断"$x<2$"是否成立.故d、e都不是命题.

再如,"$5>2$""$6=2$""π是无理数"都是命题.

而"x^2-x+8""$x+5=8$""$x>0$",它们都不能判断真假,所以不是命题.

应该指出:a.并不是任何语句都是命题,只有那些能判断真假的语句才是命题.一般来说,疑问句、祈使句、感叹句都不是命题,如:"三角函数是周期函数吗?""但愿每一个三次方程都有三个实根!""指数函数的图象真漂亮!"等,都不是命题;b.在数学或其他科学技术中,还有一类陈述句也经常出现,如"每一个不小于6的偶数都是两个奇素数之和.(歌德巴赫猜想)""在2020年前,将有人登上火星."等,虽然目前还不能确定这些语句的真假,但是随着科学技术的发展与时间的推移,总能确定它们的真假,人们把这一类猜想仍算为命题.

(2)命题的结构

名题诠释

【例题1】 下列语句中是命题的有______.

①"等边三角形难道不是等腰三角形吗?";

②"垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?";

③"一个数不是正数就是负数";

④"大角所对的边大于小角所对的边";

⑤"$x+y$为有理数,则x、y也都是有理数";

⑥"作$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$".

【解析】 先根据命题的概念,判断所给语句是否是命题,若是,再判断真假.

①通过反意疑问句,对等边三角形是等腰三角形作出判断,是真命题.

②疑问句.没有对垂直于同一直线的两条直线是否平行作出判断,不是命题.

③是假命题.0既不是正数也不是负数.

④是假命题.没有指明是在同一个三角形中.

⑤是假命题.如$x=\sqrt{3},y=-\sqrt{3}$.

⑥祈使句.不是命题.

【答案】 ①③④⑤

【点评】 判断一个语句是否是命题,关键在于能否判断其真假.一般地,陈述句"π是有理数",反意疑问句"难道矩形不是平行四边形吗?"都叫命题;而祈使句"求证$\sqrt{2}$是无理数",疑问句"π是无理数吗?",感叹句"向抗洪英雄学习!"就不是命题.

【例题2】 把下列命题改写成"若p,则q"的形式,并判断命题的真假.

(1)当$ac>bc$时,$a>b$;

(2)已知x、y为正整数,当$y=x+1$时,$y=3,x=2$;

(3)当$m>\frac{1}{4}$时,$mx^2-x+1=0$无实根;

(4)当$abc=0$时,$a=0$或$b=0$或$c=0$;

(5)当$x^2-2x-3=0$时,$x=3$或$x=-1$.

【解析】 找准命题的条件和结论,是解这类题目的关键,要注意大前提的写法.

(1)若$ac>bc$,则$a>b$,假命题.

在数学中,具有"若 p,则 q"这种形式的命题是常见的.我们把这种形式的命题中的 p 叫做命题的条件,q 叫做命题的结论.

数学中有一些命题虽然表面上不是"若 p,则 q"的形式,但是把它的表述作适当改变,也可以写成"若 p,则 q"的形式.

2. 四种命题

(1)四种命题的概念

一般地,用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定,于是四种命题的形式就是:

原命题:若 p,则 q;逆命题:若 q,则 p;否命题:若 $\neg p$,则 $\neg q$;逆否命题:若 $\neg q$,则 $\neg p$.

(2)关于逆命题、否命题与逆否命题,也可以有如下表述:

①交换原命题的条件和结论,所得的命题是逆命题.

例如:同位角相等,两条直线平行.

它的逆命题是:两条直线平行,同位角相等.

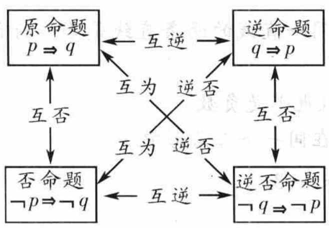
②同时否定原命题的条件和结论,所得的命题是否命题.

如上例中的否命题是:同位角不相等,两条直线不平行.

③交换原命题的条件和结论,并且同时否定,所得的命题是逆否命题.如上例中的逆否命题是:两条直线不平行,同位角不相等.

3. 四种命题的相互关系

(1)四种命题以及它们之间的关系 苏教版



在判断它们之间的关系时,首先要注意分清命题的条件与结论,再比较每个命题的条件与结论之间的关系.

例:命题"若四边形的对角互补,则该四边形是圆内接四边形"的逆命题是"若四边形是圆内接四边形,则该四边形的对角互补";否命题是"若四边形的对角不互补,则该四边形不是圆内接四边形";逆否命题是"若四边形不是圆内接四边形,则它的对角不互补".

(2)四种命题之间的等价关系

互为逆否命题是互为等价命题(即真值相同),而其他命题不是互为等价命题(即真值不一定相同).这一等价性可从集合的角度来解释:设 $A=\{x|p(x)\}$(即使命题 p 为真的对象所组成的集合),$B=\{x|q(x)\}$,因此由 $p\Rightarrow q$ 可知 $A\subseteq B$,$\therefore \complement_U B\subseteq \complement_U A$,即 $\neg q\Rightarrow\neg p$;反过来,若 $\neg q\Rightarrow\neg p$,即 $\complement_U B\subseteq\complement_U A$,$\therefore A\subseteq B$,即 $p\Rightarrow q$.

(2)已知 x、y 为正整数,若 $y=x+1$,则 $y=3$ 且 $x=2$,假命题.

(3)若 $m>\frac{1}{4}$,则 $mx^2-x+1=0$ 无实根,真命题.

(4)若 $abc=0$,则 $a=0$ 或 $b=0$ 或 $c=0$,真命题.

(5)若 $x^2-2x-3=0$,则 $x=3$ 或 $x=-1$,真命题.

【点评】 数学中有一些命题虽然表面上不是"若 p,则 q"的形式,但是把它的表述作适当改变,也可以写成"若 p,则 q"的形式.

【例题3】 命题:"已知 a、b、c、d 是实数,若 $a=b$,$c=d$,则 $a+c=b+d$".写出逆命题、否命题、逆否命题.

【解析】 由定义分别写出,要注意否定词的应用.

逆命题:已知 a、b、c、d 是实数,若 $a+c=b+d$,则 $a=b$,$c=d$;

否命题:已知 a、b、c、d 是实数,若 a 与 b,c 与 d 不都相等,则 $a+c\neq b+d$;

逆否命题:已知 a、b、c、d 是实数,若 $a+c\neq b+d$,则 a 与 b,c 与 d 不都相等.

【点评】 在写四种命题时,一定要记清条件 p、q 位置的变化和是否已被否定.

【例题4】 下列命题中:

①若一个四边形的四条边不相等,则它不是正方形;

②若一个四边形对角互补,则它内接于圆;

③正方形的四条边相等;

④圆内接四边形对角互补;

⑤对角不互补的四边形不内接于圆;

⑥若一个四边形的边相等,则它是正方形.

其中互为逆命题的有________;互为否命题的有________;互为逆否命题的有________.

【解析】 命题③可改写为"若一个四边形是正方形,则它的四条边相等",命题④可改写为"若一个四边形是圆内接四边形,则它的对角互补",命题⑤可改写为"若一个四边形的对角不互补,则它不内接于圆".因此互为逆命题的有③和⑥,②和④;互为否命题的有①和⑥,②和⑤;互为逆否命题的有①和③,④和⑤.

【答案】 ③和⑥,②和④ ①和⑥,②和⑤ ①和③,④和⑤

【例题5】 (1)若 $m\leqslant 0$,或 $n\leqslant 0$,则 $m+n\leqslant 0$,写出它的逆命题、否命题、逆否命题,并判断其真假.

(2)下列说法是否正确?为什么?

$x^2\neq y^2\Leftrightarrow x\neq y$ 或 $x\neq -y$.

【解析】 本题考查了四种命题之间的关系.

(1)要搞清">"的否定是"$\leqslant$",不要将"="漏掉.判断真假要利用不等式的性质.(2)由于是不等关系,不容易判断,所以我们考虑判断它的逆否命题的真假.在逆否命题中,不等关系就变成等量关系了.

(1)逆命题:若 $m+n\leqslant 0$,则 $m\leqslant 0$,或 $n\leqslant 0$.逆命题为真命题.

否命题:若 $m>0$,且 $n>0$,则 $m+n>0$.否命题为真命题.

逆否命题:若 $m+n>0$,则 $m>0$,且 $n>0$.逆否命题为假命题.

(2)"$x^2\neq y^2\Leftrightarrow x\neq y$ 或 $x\neq -y$"的逆否命题是:"$x=y$ 且 $x=-y\Leftrightarrow x^2=y^2$",

可以看出,$x=y$ 且 $x=-y\Rightarrow x^2=y^2$,

但 $x^2=y^2$ 推不出 $x=y$ 且 $x=-y$,

所以逆否命题不正确.

故原命题不正确,即 $x^2\neq y^2\Leftrightarrow x\neq y$ 或 $x\neq -y$ 不正确.

【例题6】 已知 a、b 为两条不同的直线,α、β 为两个不同的平面,且 $a\perp\alpha$,$b\perp\beta$,则下列命题中的假命题是(　　).

2 方法·技巧平台

4. 如何判断一个命题的真假

(1)判断一个命题的真假时，首先要弄清楚命题的结构，即它的条件和结论分别是什么，把它写成“若 p，则 q”的形式，然后联系其他相关的知识，经过逻辑推理，来判定.

(2)一个命题要么真，要么假，二者必具其一. 当一个命题改写成“若 p，则 q”的形式之后，判断这种命题真假的办法是：若由“p”经过逻辑推理，得出“q”，则可判定“若 p，则 q”是真；判定“若 p，则 q”是假，只需举一个反例即可.

5. 四种命题的真假判断

(1)原命题为真，它的逆命题可以为真，也可以为假.

(2)原命题为真，它的否命题可以为真，也可以为假.

(3)原命题为真，它的逆否命题一定为真.

(4)互为逆否的命题是等价命题，它们同真同假，同一个命题的逆命题和否命题是一对互为逆否的命题，所以它们同真同假.

综合上述四条可知，在同一个命题的四种命题中，真命题的个数要么是0个，要么是2个，要么是4个.

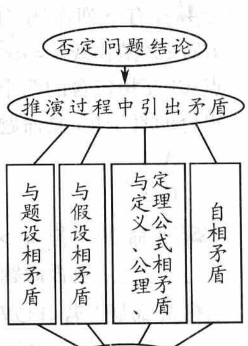
6. 命题的否定与否命题

若命题为：“若 p，则 q”，则其命题的否定为：“若 p，则 $\neg q$”，而其否命题是：“若 $\neg p$，则 $\neg q$”.

3 创新·思维拓展

7. 反证法

(1)反证法的思维程序：见右图示.



(2)反证法比较适合的题型：①命题简单明了，没有更多公理概念等依据可供论证的命题；②结论本身是以否定形式出现的一类命题；③有关结论是以“至多……”或“至少……”的形式出现的一类命题；④关于唯一性、存在性的命题；⑤结论的反面比原结论更具体、更容易研究和掌握的一类命题；……以上几种题型比较适合于用反证法证明，但并不一定要用反证法证明，也并非其他题型不能用反证法证明.

(3)反证法的步骤：

①假设命题的结论不成立，即假设结论的反面

A. 若 $a\parallel b$，则 $\alpha\parallel\beta$

B. 若 $\alpha\perp\beta$，则 $a\perp b$

C. 若 a、b 相交，则 α、β 相交

D. 若 α、β 相交，则 a、b 相交

【解析】 如图1-1-1，因为 α、β 为两个不同的平面，所以若 $\alpha\cap\beta=c$，则平面 α、β 不会重合.

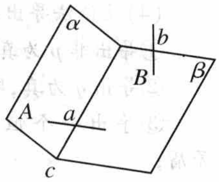


图1-1-1

因为 $a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，所以 a 与 b 不一定相交.

故“若 α、β 相交，则 a、b 相交”是假命题.

【答案】 D

【例题7】 在下列命题中，真命题是(　　).

A. 命题“若 $ac>bc$，则 $a>b$”

B. 命题“若 $b=3$，则 $b^2=9$”的逆命题

C. 命题“当 $x=2$ 时，$x^2-3x+2=0$”的否命题

D. 命题“相似三角形的对应角相等”的逆否命题

【解析】 对A，因为 c 的正负未知，因而 a 与 b 的大小不定，所以A假；对B，逆命题是“若 $b^2=9$，则 $b=3$”，未必成立，因为 b 可能等于 -3，所以B假；对C，否命题为“当 $x\neq2$ 时，$x^2-3x+2\neq0$”，为假，因为 $x\neq2$，但可以等于1，使 $x^2-3x+2=0$ 成立，所以C假；对D，其逆否命题为“两个三角形的对应角不相等，则这两个三角形不相似”，为真，因为原命题与逆否命题为等价命题，而原命题为真，所以D真.

【答案】 D

【例题8】 写出下列命题的否定和否命题.

(1)正 n 边形($n\geqslant3$)的 n 个内角全相等；

(2)零的平方等于零.

【解析】 本题的关键是弄清命题的否定，即非 p 与否命题的区别，命题的否定是对命题的结论加以否定，而否命题是对命题的条件和结论都加以否定.

(1)命题的否定：正 n 边形($n\geqslant3$)的 n 个内角不全相等；否命题：不是正 n 边形($n\geqslant3$)的 n 个内角不全相等.

(2)命题的否定：零的平方不等于零；否命题：不等于零的数的平方不等于零.

【点评】 求命题的否定，需注意将命题中的关键词语改成它的否定词语.

【例题9】 用反证法证明：钝角三角形最大边上的中线小于该边长的一半.

【解析】 依题意，写出已知、求证，再用反证法，即否定结论，把假设和已知条件结合起来，推出矛盾.

已知：在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC>90°$，D 是 BC 边上的中点，求证：$AD<\frac{1}{2}BC$(如图1-1-2所示).

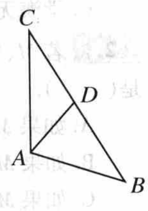


图1-1-2

证明：假设 $AD\geqslant\frac{1}{2}BC$.

(1)若 $AD=\frac{1}{2}BC$，由平面几何中定理“若三角形一边上的中线等于该边长的一半，那么这条边所对的角为直角”知，$\angle A=90°$，与题设矛盾.

所以 $AD\neq\frac{1}{2}BC$.

(2)若 $AD>\frac{1}{2}BC$，因为 $BD=DC=\frac{1}{2}BC$，

成立；

②从这个假设出发，经过推理论证，得出矛盾；

③由矛盾判定假设不成立，从而肯定命题的结论成立.

(4)反证法导出结果的几种情况：

①导出非 p 为真，即与原命题的条件矛盾；

②导出 q 为真，即与假设"非 q 为真"矛盾；

③导出一个恒假命题，即与定义、公理、定理矛盾；

④导出自相矛盾的命题.

8. 逆否证法

(1)逆否证法：我们知道原命题与其逆否命题是等价的，因此当我们证明或判断原命题感到困难时，可考虑换证它的逆否命题成立，这样也同样达到证明原命题成立的目的，这种证法叫做逆否证法.

(2)反证法与逆否证法的联系：①依据相同：都是利用原命题与其逆否命题的等价性；②起步相同：都是从"$\neg q$"(即否定结论)出发(入手)；③思想相同：都是"正难则反"思想的具体体现.

(3)反证法与逆否证法的区别：①目的不同：反证法否定结论的目的是推出矛盾，而逆否证法否定结论目的是推出"$\neg p$"(即否定条件)；②本质不同：逆否证法实质是证明一个新命题(逆否命题)成立，而反证法是把否定的结论作为新的条件连同原有的条件进行逻辑推理，直至推出矛盾，从而肯定原命题的结论.

(4)由于原命题和它的逆否命题有相同的真假性，所以我们在直接证明某一个命题为真命题有困难时，可以通过证明它的逆否命题为真命题来间接地证明原命题为真命题.

所以，在 $\triangle ABD$ 中，$AD>BD$，从而 $\angle B>\angle BAD$；

同理 $\angle C>\angle CAD$.

所以 $\angle B+\angle C>\angle BAD+\angle CAD$，

即 $\angle B+\angle C>\angle BAC$.

因为 $\angle B+\angle C=180°-\angle BAC$，所以 $180°-\angle BAC>\angle BAC$.

则 $\angle BAC<90°$，与题设矛盾.

由(1)、(2)知 $AD<\frac{1}{2}BC$.

【点评】 正确地作出反设(即否定结论)是正确运用反证法的前提，要注意一些常用的"结论否定形式"，另外，需注意作出的反设必须包括与结论相反的所有情况，也只有证明了与结论相反的所有情况都不成立，才能保证原来的结论一定成立. 如本题假设 AD 不小于 $\frac{1}{2}BC$ 应是 $AD\geqslant\frac{1}{2}BC$，而不是 $AD>\frac{1}{2}BC$.

【例题10】 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数，a、$b\in\mathbf{R}$，对命题"若 $a+b\geqslant0$，则 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$."

(1)写出逆命题，判断其真假，并证明你的结论；

(2)写出逆否命题，并证明你的结论.

【解析】 (1)逆命题：若 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$，则 $a+b\geqslant0$，为真命题.

用间接法证明：假设 $a+b<0$，则 $a<-b$，$b<-a$，$\because f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为增函数，则 $f(a)<f(-b)$，$f(b)<f(-a)$，$\therefore f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$. 这与题设相矛盾，所以逆命题为真命题.

(2)逆否命题：若 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$，则 $a+b<0$，为真命题.

因为一个命题$\Leftrightarrow$它的逆否命题，所以可证明原命题为真命题.

$\because a+b\geqslant0$，$\therefore a\geqslant-b$，$b\geqslant-a$.

又$\because f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数.

$\therefore f(a)\geqslant f(-b)$，$f(b)\geqslant f(-a)$.

$\therefore f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$.

所以逆否命题为真命题.

4 能力·题型设计

速效基础演练

1. 下列语句中不是命题的是(　　).

A. 台湾是中国的　　B. 两军相遇勇者胜

C. 学海无涯苦作舟　　D. 连结 A、B 两点

2. 若 M、N 是两个集合，则下列命题中的真命题是(　　).

A. 如果 $M\subseteq N$，那么 $M\cap N=M$

B. 如果 $M\cap N=N$，那么 $M\subseteq N$

C. 如果 $M\subseteq N$，那么 $M\cup N=M$

D. 如果 $M\cup N=N$，那么 $N\subseteq M$

3. "$\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=90°$，则 $\angle B$、$\angle A$ 全是锐角"的否命题为(　　).

A. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C\neq90°$，则 $\angle A$、$\angle B$ 全不是锐角

B. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C\neq90°$，则 $\angle A$、$\angle B$ 不全是锐角

C. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C\neq90°$，则 $\angle A$、$\angle B$ 中必有一钝角

D. 以上都不对

点击考例

测试要点4 [例题6]
测试要点1 [例题1]
测试要点4 [例题6]
测试要点3 [例题5]
测试要点3 [例题5]
测试要点1 [例题2]
测试要点2、3 [例题3]
测试要点8 [例题10]

4. 有下列命题：①$mx^2+2x-1=0$ 是一元二次方程；②抛物线 $y=ax^2+2x-1$ 与 x 轴至少有一个交点；③互相包含的两个集合相等；④空集是任何非空集合的真子集. 真命题的个数为(　　).

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 命题"若 $a>1$，则 $a>0$"的逆命题是______，逆否命题是______.

6. 命题"若 $A\cup B=B$，则 $A\subseteq B$"的否命题是______，逆否命题是______.

7. 把下列命题写成"若 p，则 q"的形式，并写出它们的逆命题、否命题与逆否命题.

(1)当 $x=2$ 时，$x^2-3x+2=0$；

(2)对顶角相等；

(3)末位数字是0的整数，可以被5整除.

8. 判断命题"若 $x\neq1$ 或 $x\neq2$，则 $x^2-3x+2\neq0$"的真假.

知能提升突破

1. 在命题"对顶角相等"与它的逆命题、否命题、逆否命题中,真命题是( ).

A. 上述四个命题　　B. 原命题与逆命题

C. 原命题与逆否命题　　D. 逆命题与否命题

2. 用反证法证明命题"$\sqrt{2}+\sqrt{3}$是无理数"时,假设正确的是( ).

A. 假设$\sqrt{2}$是有理数

B. 假设$\sqrt{3}$是有理数

C. 假设$\sqrt{2}$或$\sqrt{3}$是有理数

D. 假设$\sqrt{2}+\sqrt{3}$是有理数

3. 下列说法中,不正确的是( ).

A. "若p,则q"与"若q,则p"是互逆命题

B. "若$\neg p$,则$\neg q$"与"若q,则p"是互否命题

C. "若$\neg p$,则$\neg q$"与"若p,则q"是互否命题

D. "若$\neg p$,则$\neg q$"与"若q,则p"是互为逆否命题

4. 若$x^2=1$,则$x=1$的否命题为( ).

A. 若$x^2\neq1$,则$x=1$　　B. 若$x^2=1$,则$x\neq1$

C. 若$x^2\neq1$,则$x\neq1$　　D. 若$x\neq1$,则$x^2\neq1$

5. 若命题p的否命题为r,命题r的逆命题为s,则s是p的逆命题t的( ).

A. 逆否命题　　B. 逆命题

C. 否命题　　D. 原命题

6. 在命题"若$x=3$,则$x^2-9x+18=0$"的逆命题、否命题与逆否命题中,假命题的个数为( ).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

7. 一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中( ).

A. 真命题的个数一定是奇数

B. 真命题的个数一定是偶数

C. 真命题的个数可能是奇数也可能是偶数

D. 以上判断均不正确

8. 已知命题"非空集合M的元素都是集合P的元素"是假命题,那么命题:①M的元素都不是集合P的元素;②M中有不属于集合P的元素;③M中有集合P的元素;④M的元素不都是集合P的元素.其中真命题的个数是( ).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9. 给出下列三个命题:①若$a\geq b>-1$,则$\frac{a}{1+a}\geq\frac{b}{1+b}$;②若正整数$m$和$n$满足$m\leq n$,则$\sqrt{m(n-m)}\leq\frac{n}{2}$;③设$P(x_1,y_1)$为圆$O_1:x^2+y^2=9$上任一点,圆$O_2$以$Q(a,b)$为圆心且半径为1,当$(a-x_1)^2+(b-y_1)^2=1$时,圆$O_1$与圆$O_2$相切.其中假命题的个数是( ).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

10. 有下列四个命题:

①"若$x+y=0$,则x、y互为相反数"的逆命题;

②"若$a>b$,则$a^2>b^2$"的逆否命题;

③"若$x\leq-3$,则$x^2+x-6>0$"的否命题;

④"若a^b是无理数,则a、b是无理数"的逆命题.

其中真命题的个数是( ).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

11. 命题"若$a>b$,则$2^a>2^b-1$"的否命题是________.

12. 把下列不完整的命题补充完整,并使之成为真命题.若函数$f(x)=3+\log_2x$的图象与$g(x)$的图象关于________对称,则函数$g(x)=$________.(填上你认为可以成为真命题的一种情况即可)

13. 给定下列命题:

①"若$k>0$,则方程$x^2+2x-k=0$有实根";

②"若$a>b$,则$a+c>b+c$"的否命题;

③"矩形的对角线相等"的逆命题;

④"若$xy=0$,则x、y中至少有一个为0"的否命题.

其中真命题的序号为________.

14. 用反证法证明"若ab不是偶数,则a,b都不是偶数"时,应假设________.

15. 下面是关于四棱柱的四个命题:①若有两个侧面垂直于底面,则该四棱柱为直四棱柱;②若两个过相对侧棱的截面都垂直于底面,则该四棱柱为直四棱柱;③若四个侧面两两全等,则该四棱柱为直四棱柱;④若四棱柱的四条对角线两两相等,则该四棱柱为直四棱柱.

其中,真命题的编号是________.(写出所有真命题的编号)

16. 判断下列命题的真假:

(1)对角线不相等的四边形不是等腰梯形;

(2)若$x\notin A\cap B$,则$x\notin A$且$x\notin B$;

(3)若$x^2+y^2\neq0$,则$xy\neq0$;

(4)若$x\neq y$或$x\neq-y$,则$|x|\neq|y|$.

17. 用反证法证明:

(1)在四边形$ABCD$中,若$AB+BD\leq AC+CD$,则$AB<AC$.

(2)若整系数一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$有有理数根,则a,b,c中至少有一个是偶数.

点击考例

测试要点3 [例题5]

测试要点4、5 [例题5、6]

测试要点7 [例题9]

测试要点6 [例题8]

测试要点2 [例题3]

测试要点4 [例题5]

测试要点5 [例题5]

测试要点6 [例题8]

测试要点3 [例题6]

测试要点5 [例题5]

测试要点5 [例题7]

测试要点6 [例题8]

测试要点5 [例题7]

测试要点5 [例题7]

测试要点7 [例题9]

测试要点8 [例题10]

测试要点5 [例题6、7]

最新5年高考名题诠释

【考题1】 命题"若 $x^2<1$,则 $-1<x<1$"的逆否命题是(　　).

A. 若 $x^2\geqslant1$,则 $x\geqslant1$ 或 $x\leqslant-1$

B. 若 $-1<x<1$,则 $x^2<1$

C. 若 $x>1$ 或 $x<-1$,则 $x^2>1$

D. 若 $x\geqslant1$ 或 $x\leqslant-1$,则 $x^2\geqslant1$

●2007·重庆

【解析】 由逆否命题与原命题的关系可知 $-1<x<1$ 的否定为 $x\geqslant1$ 或 $x\leqslant-1$,而 $x^2<1$ 的否定为 $x^2\geqslant1$.

故逆否命题为:若 $x\geqslant1$ 或 $x\leqslant-1$,则 $x^2\geqslant1$.

【答案】 D

【考题2】 设有一组圆 $C_k:(x-k+1)^2+(y-3k)^2=2k^4(k\in\mathbf{N}^*)$. 下列四个命题:

A. 存在一条定直线与所有的圆均相切

B. 存在一条定直线与所有的圆均相交

C. 存在一条定直线与所有的圆均不相交

D. 所有的圆均不经过原点

其中真命题的代号是__________(写出所有真命题的代号).

●2007·江西

【解析】 C_k 的圆心$(k-1,3k)$,半径$\sqrt{2}k^2$,C_{k+1}的圆心$(k,3k+3)$,半径为$\sqrt{2}(k+1)^2$,C_k与C_{k+1}的圆心距为 $d=\sqrt{10}$,

半径差为$\sqrt{2}(2k+1)\geqslant3\sqrt{2}>\sqrt{10}$,

所以圆 C_k 内含于圆 C_{k+1},即不存一条定直线与所有圆均相切,故不选 A;

由圆心$(k-1,3k)$在直线 $y=3(x+1)$上,则存在直线 $y=3(x+1)$与所有的圆均相交,所以选 B;

由半径增加速度比圆心移动速度快,随着k的增大,圆可以描过整个平面,所以不存在一条定直线与所有的圆均不相交,故不选 C;

把$(0,0)$点代入圆的方程得$(k-1)^2+9k^2=2k^4$ ①,由 $k-1$、k 是连续自然数,一奇一偶,则$(k-1)^2+9k^2$ 为奇数,$2k^4$ 为偶数,所以方程①无解,即所有的圆均不经过原点,故选 D. 故填 B、D.

【答案】 B、D

【考题3】 给出以下四个命题:

①如果一条直线和一个平面平行,经过这条直线的平面和这个平面相交,那么这条直线和交线平行.

②如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

③如果两条直线都平行于同一个平面,那么这两条直线相互平行.

④如果一个平面经过另一个平面的一条垂线,那么这两个平面互相垂直.

其中真命题的个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

●2006·广东

【解析】 对于①,由线面平行的判定定理知①正确.

对于②,由线面垂直的判定定理知②正确.

对于③,由平行于同一平面的两条直线可能平行、相交或异面知③不正确.

对于④,由面面垂直的判定定理知④正确.

【答案】 C

【考题4】 对于直角坐标平面内的任意两点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$,定义它们之间的一种"距离":$\|AB\|=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$.

给出下列三个命题:

①若点 C 在线段 AB 的延长线上,则$\|AC\|=\|CB\|+\|AB\|$;

②在$\triangle ABC$中,若$\angle C=90°$,则$\|AC\|^2+\|CB\|^2=\|AB\|^2$;

③在$\triangle ABC$中,$\|AC\|+\|CB\|>\|AB\|$.

其中真命题的个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

●2006·福建

【解析】 取特殊值、数形结合.

在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,不妨取 $A(0,1)$,$C(0,0)$,$B(1,0)$,

$\because \|AB\|=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$,$\therefore \|AC\|=1$,$\|BC\|=1$,$\|AB\|=|1-0|+|0-1|=2$.

此时,$\|AC\|^2+\|CB\|^2=2$,$\|AB\|^2=4$,$\|AC\|^2+\|CB\|^2\neq\|AB\|^2$;$\|AC\|+\|CB\|=\|AB\|$. 即命题②、③是错误的.

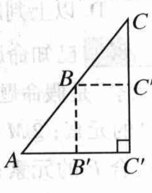


图1-1-3

设如图1-1-3所示的共线三点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,$C(x_3,y_3)$,$AC'\perp CC'$,点 B 在 AC',CC'上的投影分别为 B',C'',则

$\|AC\|=|x_3-x_1|+|y_3-y_1|$

$=|AC'|+|CC'|$

$=|AB'|+|B'C'|+|C'C''|+|C''C|$

$=|AB'|+|B'B|+|BC''|+|C''C|$,

又$\because \|AB\|=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|=|AB'|+|BB'|$,

$\|CB\|=|x_2-x_3|+|y_2-y_3|=|BC''|+|C''C|$,

$\therefore \|AC\|=\|CB\|+\|AB\|$,即命题①是正确的.

综上所述,真命题的个数为 1,故选 B.