



高等学校“十一五”精品规划教材

大学物理思维训练

主 编 刘风勤 倪涌舟 陈均朗

DAXUE WULI SIWEI XUNLIAN



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高等学校“十一五”精品规划教材

大学物理思维训练

主 编 刘风勤 倪涌舟 陈均朗

0001—4000册	2010年3月第1版 2010年3月第1版印刷	184mm×260mm 16开本 13.25印张 214千字	北京市城市出版社 （北京）	中国水利水电出版社 （北京）	中国水利水电出版社 （北京）
定价	28.00元				

www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书共分 14 章, 内容包括力学、热学、电磁学、机械振动和机械波、波动光学、狭义相对论和量子物理基础。每一章都包含有知识体系精讲和练习题, 练习题包括填空题、选择题和计算题, 其中填空题和选择题给出了参考答案, 计算题给出了求解过程。知识体系精讲指出了该章的知识点以及各知识点间的联系; 填空题和选择题多为对某一物理现象、事实的描述, 或运用概念、规律进行判断、推理或简单计算; 计算题概括了该章各类型的习题, 求解过程注重对物理问题的分析、描述, 力求对所研究的问题建立一个清晰的物理图像, 明确解题的思路。

本书可作为高等学校理工科各专业学生学习大学物理课程的参考用书, 也可供教师参考。

图书在版编目 (C I P) 数据

大学物理思维训练 / 刘风勤, 倪涌舟, 陈均朗主编

— 北京: 中国水利水电出版社, 2010.2

高等学校“十一五”精品规划教材

ISBN 978-7-5084-7257-7

I. ①大… II. ①刘… ②倪… ③陈… III. ①物理学
— 高等学校—教学参考资料 IV. ①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第027156号

书 名	高等学校“十一五”精品规划教材 大学物理思维训练
作 者	主编 刘风勤 倪涌舟 陈均朗
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)
经 售	北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市地矿印刷厂
规 格	184mm×260mm 16 开本 13.25 印张 314 千字
版 次	2010 年 2 月第 1 版 2010 年 2 月第 1 次印刷
印 数	0001—4000 册
定 价	24.50 元

凡购买我社图书, 如有缺页、倒页、脱页的, 本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前言

为了帮助学生正确理解大学物理课程的基本概念、理论和方法,系统掌握大学物理课程的理论体系,提高分析问题、解决问题的能力,我们结合多年教学和教学研究的实践经验,编写了这本《大学物理思维训练》。本书作为大学物理教学的参考书,突出“知识、能力和素质”的课程目标要求,精选经典的、典型的、与实际应用联系密切的各类习题,训练学生运用所学知识解决问题的思路方法,形成勤于动脑的习惯,培养学生的探索精神和创新意识。

全书共 14 章,内容包括力学、热学、电磁学、机械振动和机械波、波动光学、狭义相对论和量子物理基础。每一章都包含有知识体系精讲和练习题,练习题包括填空题、选择题和计算题,其中填空题和选择题后给出了参考答案,计算题给出了求解过程。知识体系精讲指出了该章的知识点以及各知识点间的联系,以帮助学生理解知识的内涵和外延,弄清物理图像,形成知识体系架构。填空题和选择题多为对某一物理现象、事实的描述,或运用概念、规律进行判断、推理或简单计算,以训练学生运用物理学的基本理论和基本观点,通过观察、分析、综合、演绎、归纳、抽象、概括、类比等方法发现问题、做出判断进而解决问题的能力;计算题概括了本章各类型的习题,求解过程注重对物理问题的分析、描述,力求对所研究的问题建立一个清晰的物理图像,明确解题的思路,以训练学生根据物理问题的特征、性质以及实际情况,抓住问题的主要矛盾,进行合理简化,建立物理模型,运用物理语言和数学方法进行描述和推理,运用所学物理理论和方法进行分析研究,提高分析问题和解决问题的能力。

本书由浙江林学院理学院物理系大学物理课程组教师编写。倪涌舟编写第一、第二章,陈亮编写第三章,戴朝卿编写第四章,陈瑞品编写第六章,汪小刚编写第七章,陈均朗编写第八、第九章,张中卫编写第十、第十一章,储修祥编写第十二章,刘风勤编写第五、第十三、第十四章。全书由刘风勤、倪涌舟、陈均朗统稿。

本书的编写参考了浙江林学院长期使用的大学物理教材:马文蔚先生的《物理学》、陈信义先生的《大学物理教程》、朱峰先生的《大学物理》和其他多本大学物理习题集,得到了学校教务处和理学院及中国水利水电出版社的大力支持和帮助,编者在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限,书中不妥甚至错误之处,敬请读者批评指正。

编者

2009 年 11 月

目 录

前言

第一章 质点运动学	1
知识体系精讲	1
练习题	2
一、填空题	2
二、选择题	5
三、计算题	7
第二章 质点动力学	14
知识体系精讲	14
练习题	16
一、填空题	16
二、选择题	19
三、计算题	23
第三章 刚体的定轴转动	36
知识体系精讲	36
练习题	38
一、填空题	38
二、选择题	39
三、计算题	42
第四章 气体动理论	52
知识体系精讲	52
练习题	54
一、填空题	54
二、选择题	57
三、计算题	61

第五章 热力学基础	65
知识体系精讲	65
练习题	67
一、填空题	67
二、选择题	71
三、计算题	74
第六章 静电场	81
知识体系精讲	81
练习题	84
一、填空题	84
二、选择题	87
三、计算题	92
第七章 静电场中的导体和电介质	100
知识体系精讲	100
练习题	102
一、填空题	102
二、选择题	104
三、计算题	106
第八章 恒定电流的磁场	115
知识体系精讲	115
练习题	118
一、填空题	118
二、选择题	124
三、计算题	130
第九章 电磁感应 电磁场	137
知识体系精讲	137
练习题	139
一、填空题	139
二、选择题	142
三、计算题	146
第十章 机械振动	150
知识体系精讲	150
练习题	152
一、填空题	152
二、选择题	154
三、计算题	155

第十一章 机械波	160
知识体系精讲	160
练习题	162
一、填空题	162
二、选择题	164
三、计算题	167
第十二章 波动光学	171
知识体系精讲	171
练习题	175
一、填空题	175
二、选择题	176
三、计算题	178
第十三章 狭义相对论	186
知识体系精讲	186
练习题	188
一、填空题	188
二、选择题	189
三、计算题	191
第十四章 量子物理基础	196
知识体系精讲	196
练习题	199
一、填空题	199
二、选择题	200
三、计算题	201

第一章 质点运动学

知识体系精讲

机械运动是宇宙中最普遍的现象,在生产、生活和科学实验中经常需要控制物体的运动,使它按照我们的意愿运动,比如,宇宙飞船发射以后,必须按照预先设计好的程序,沿着预定的轨道运动,才能顺利地返回地球。然而,物体的机械运动是千差万别的,只有知道了物体的运动规律,才能按照规律来控制物体的运动。本章就是从质点这种理想化的物体模型开始,来研究物体运动的规律。

本章包括质点运动的描述、圆周运动和相对运动,这是力学的基础,也是整个物理学的基础。主要内容为:位置矢量、位移、速度和加速度、质点的运动方程和轨迹方程、切向加速度和法向加速度、相对运动等。

1. 位置矢量、运动方程和轨迹方程

在选取参考系,建立坐标系(如直角坐标系)之后,质点的位置可用矢量

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

来表示,该式也是质点的运动方程,其分量形式为

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

消去参数 t 即可得到质点运动的轨迹方程。

2. 位移

位移是一个过程量,用来描述质点位置的变化情况,其值由质点的运动情况和过程的时间间隔共同决定。

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

3. 速度和加速度

速度:描述质点位置变化的快慢和方向。

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

加速度:描述质点速度的变化情况。

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

据此,由运动方程便可求得速度、加速度;由加速度和初始条件也可求出速度和位置

矢量。

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}(t) dt$$

4. 几种简单运动

(1) 匀加速直线运动。中学阶段讨论的比较多，其三个公式可由积分得出。

(2) 抛体运动。由加速度 $\vec{a} = -g\vec{j}$ 和初始条件 $\begin{cases} v_{x0} = v_0 \cos\theta \\ v_{y0} = v_0 \sin\theta \end{cases} \quad x_0 = y_0 = 0$

可求得
$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\theta & x = v_0 (\cos\theta)t \\ v_y = v_0 \sin\theta - gt & y = v_0 (\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

消去时间 t 也可得出抛体运动的轨迹方程。

(3) 圆周运动。

角量描述

角位置 $\theta = \theta(t)$

角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

角加速度 $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

线量描述：圆周运动是二维平面运动，利用自然坐标系，分解到法向与切向较为方便。质点作圆运动时，其速度沿切向

$$\vec{v} = \vec{v}_t = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t = r\omega \vec{e}_t$$

式中： s 为质点通过的弧长。

加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$$

法向加速度

$$a_n = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

切向加速度

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r\beta$$

上两式也给出了角量与线量的关系。

练 习 题

一、填空题

1. 一质点的运动学方程为 $x = 3t$, $y = 4t^2$ 。它在 t 时刻的位置矢量为_____，在 $t = 1s$ 时，它的坐标是_____。
2. 某质点的运动学方程为 $x = 3\sin \pi t$, $y = 3\cos \pi t$ 。该质点的轨迹方程为_____，在 $t = 1s$ 时，它的坐标是_____。
3. 在直角坐标系中某人由 $P(1, 2)$ 沿曲线 L 运动到 $Q(3, 4)$ ，在这段时间内它位移的大

小为_____。

4. 某质点的运动学方程为 $\vec{r} = 3t\vec{i} + 3t\vec{j}$ ，它在第 1s 内的位移为_____，位移和 x 轴的夹角为_____。
5. 质点的运动学方程为 $\vec{r} = a\cos t\vec{i} + b\sin t\vec{j}$ ，该质点的轨道方程为_____，从 $t = \frac{\pi}{2}$ 到 $t = \pi$ 这段时间内的位移为_____。
6. 在 xoy 坐标系的原点 o 以初速度 v_0 沿与水平的 x 轴成 θ 角的方向抛出一个球。
 - (1) 小球任意时刻的位矢为_____；
 - (2) 任意时刻的速度为_____；
 - (3) 小球所能达到的最大高度为_____；
 - (4) 小球的水平射程为_____。
7. 把托在手掌中的物体竖直向上抛出，在物体脱离手掌的瞬间，手掌的运动方向是_____的，手掌加速度的方向是_____的，手掌加速度的大小_____重力加速度 g (填大于、小于或等于)。
8. 若以 $\vec{v} = \vec{v}(t)$ 表示做曲线运动的质点的速度矢量，则
 - (1) $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ 所表示的物理量是_____；
 - (2) $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 所表示的物理量是_____；
 - (3) $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$ 所表示的物理量是_____。
9. 一质点作匀加速圆周运动，它的速度_____；切向加速度的大小_____，方向_____；法向加速度的大小_____，方向_____ (填改变或不变)。
10. 质点的位矢 $\vec{r}$ 随时间变化的规律为 $\vec{r} = (3 + 2t)\vec{i} + 5\vec{j}$ ，质点的轨迹方程为_____，在 $t=1s$ 时的位矢为_____， $t=2s$ 时的速度为_____， $t=3s$ 时的加速度为_____。
11. 小球的运动方程为 $y=10t-5t^2$ ，它在第 1s 内的平均速度为_____；在前 2s 内的平均速度为_____，平均速率为_____；它的运动方向在_____时发生改变，此时它的加速度为_____。
12. 在 xoy 平面上运动的质点的运动规律为 $\vec{r} = 3\cos kt\vec{i} + 3\sin kt\vec{j}$ ，式中 k 是常数。质点的速率为_____，质点的加速度同位矢之间的关系是_____。
13. 质点作斜抛运动，速率最小的点是_____，切向加速度最小的点是_____，曲率最大的点是_____，该点的曲率半径是_____。
14. 一辆卡车在平直路面上以 $10\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 的恒定速度行驶，在车上抛出一小球，要求在车前进 20m 时小球仍落回车上原处，小球相对于车的速度应为_____，方向是_____，地面上的观察者看到小球的运动轨迹为_____。
15. 雨点以 $5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度竖直下落，车以 $5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度向东行驶。车上的人看到雨点以_____的速度向_____方向运动。
16. 质点的运动学方程为 $\vec{r} = e^{-2t}\vec{i} + e^{2t}\vec{j} + 2\vec{k}$ ，质点的轨迹方程为 $xy =$ _____，

$z =$ _____; 自 $t = -1\text{s}$ 至 $t = 1\text{s}$ 这段时间内质点的位移为 _____。

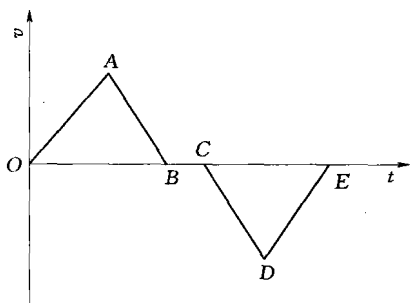


图 1.1

17. 作直线运动的质点的速度与时间的关系如图 1.1 所示, 其中 $\triangle OAB$ 与 $\triangle CDE$ 的面积相等。

(1) BC 段表示 _____;

(2) CD 段表示 _____;

(3) 从 $t = 0$ 到 $t = t_E$ 这段时间内的路程等于 _____;

(4) 从 $t = 0$ 到 $t = t_E$ 这段时间内的位移等于 _____。

18. 质点的运动学方程为 $x = 2t, y = 19 - 2t^2$ 。该质点运动的速率 $v(t) =$ _____; 在 $t =$ _____ 时, 质点的速度矢量与位矢垂直。

19. 在云室中某粒子的运动学方程为 $x = c_1 - c_2 e^{-at}$ 。在 $t \rightarrow \infty$ 时, 该粒子的坐标为 _____, 速度为 _____, 加速度为 _____。

20. 一质点沿 x 轴运动, 其加速度 $a = 4t$ 。在 $t = 0$ 时, 质点静止在 $x = 10\text{cm}$ 处。它在任一时刻的位置是 _____, 速度是 _____。

答案:

1. $\vec{r}(t) = 3t\vec{i} + 4t^2\vec{j}$, (3, 4)

2. $x^2 + y^2 = 9$, $-\vec{j}$

3. $2\sqrt{2}$

4. $3\vec{i} + 3\vec{j}$, 45°

5. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $-2b\vec{j}$

6. (1) $\vec{r} = v_0 \cos\theta \vec{i} + \left(v_0 \sin\theta - \frac{1}{2}gt^2\right)\vec{j}$; (2) $\vec{v} = v_0 \sin\theta \vec{i} + (v_0 \sin\theta - gt)\vec{j} = \vec{v}_0 - \vec{g}t$; (3) $\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$; (4) $R = \frac{v_0 \sin 2\theta}{g}$

7. 向上, 向下, 大于

8. (1) 加速度矢量; (2) 切向加速度; (3) 加速度的大小

9. 改变; 不变, 改变; 改变, 改变

10. $y = 5$, $5\vec{i} + 5\vec{j}$, $2\vec{j}$, 0

11. $5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; 0; $5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $t = 1\text{s}$, $-10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

12. $3k$, $\vec{a} = -k^2 \vec{r}$

13. 最高点, 最高点, 最高点, $\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}$

14. $9.8\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 竖直向上, 抛物线
 15. $5\sqrt{2}\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; 偏西 45°
 16. 1, 2; $-2\text{sh}2 \vec{i} + 2\text{sh}2 \vec{j}$
 17. (1) 质点处于静止; (2) 沿反方向作加速运动; (3) $\triangle ABC$ 面积的 2 倍; (4) 零
 18. $2\sqrt{1+4t^2}$; $t_1=0$, $t_2=3\text{s}$
 19. c_1 , 0, 0
 20. $10 + \frac{2}{3}t^3, 2t^2$

二、选择题

- 描述物体运动时选取的参考系可以是()。
 - 几何点
 - 任一刚体
 - 任一变形体
 - 任一组无相对运动的物体
- 下述可以看作质点的物体有()。
 - 考虑自旋的电子
 - 不计自转的地球
 - 滑翔的飞机
 - 单摆的摆球
- 斜上抛的小球的运动属于以下的()类。
 - 匀速运动
 - 匀变速运动
 - 非匀变速运动
 - 以上三类都不对
- 关于质点的运动, 下列说法正确的是()。
 - 具有恒定的速率, 但仍有变化的速率
 - 具有恒定的速度, 但仍有变化的速率
 - 平均速度的大小, 等于平均速率
 - 瞬时速度的大小, 等于瞬时速率
- 质点做直线运动, 下列运动()是可能的。
 - 速度很大, 加速度很小
 - 速度很小, 加速度很大
 - 速度不等于零, 加速度等于零
 - 速度等于零, 加速度不等于零
- 加速度 $\vec{a}$ 保持不变的运动可能是()。
 - 匀速直线运动
 - 匀速圆周运动
 - 匀变速圆周运动
 - 抛射体运动
- 质点做曲线运动, ()是可能的。
 - 速度很大, 加速度很小
 - 速度很小, 加速度很大
 - 速度不等于零, 加速度等于零
 - 速度等于零, 加速度不等于零
- 一人在直线运动的火车上铅直向上抛出一石子, 火车作()时石子能落回人的手中。
 - 匀加速运动
 - 匀减速运动
 - 匀速运动
 - 变速运动
- 关于 dv/dt 的物理意义, ()是正确的。

- A. 表示直线运动中的加速度, 这时 v 是速度
 B. 表示直线运动中的加速度, 这时 v 是速率
 C. 表示曲线运动中的切向加速度, 这时 v 是速度
 D. 表示曲线运动中的切向加速度, 这时 v 是速率
10. 设质点作平面曲线运动的方程为 $x = x(t), y = y(t)$, 质点位矢的大小为 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 则质点速度和加速度的大小为 ()。
- A. $v = dr/dt, a = d^2r/dt^2$
 B. $v = dr/dt, a = dv/dt$
 C. $v = \sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2}, a = dv/dt$
 D. $v = \sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2}$
 $a = \sqrt{(d^2x/dt^2)^2 + (d^2y/dt^2)^2}$
11. 设质点的运动学方程为 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$, 甲先求出矢径的大小 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 然后根据 $v = dr/dt$ 和 $a = dv/dt$ 求得其速度和加速度; 乙先计算速度的分量及加速度的分量再将它们合成, 得 $v = \sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2}, a = \sqrt{(d^2x/dt^2)^2 + (d^2y/dt^2)^2}$ 。这两种作法 ()。
- A. 甲是对的
 B. 乙是对的
 C. 质点做圆周运动时两者一致
 D. 质点作直线运动时两者一致
12. 质点做平面曲线运动的方程是 $\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$, 位矢 $\vec{r}$ 的大小是 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 则 ()。
- A. 质点的运动速度是 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
 B. 质点的运动速率是 $v = \frac{dr}{dt}$
 C. $|d\vec{r}/dt| = v$
 D. $|d\vec{r}| = dr$
13. 位于同一参考系上几个不同坐标系中的观测者, 都来观测同一质点的运动, 则 ()。
- A. 观测结果一定相同
 B. 观测结果一定不同
 C. 只有相同形式的坐标系观测结果才相同
 D. 观测结果与坐标系无关
14. 用枪射击挂在空中的目标 A, 在发射子弹的同时, 遥控装置使 A 自由下落, 若无空气阻力, 要击中 A, 枪管应瞄准 ()。
- A. A 本身
 B. A 的上方
 C. A 的下方
 D. 条件不足, 不能判定
15. 一质点沿半径为 R 的圆周运动, 它运动了一周又回到原位置。在这一过程中位移的大小和路程的最大值分别是 ()。
- A. $2\pi R, 2\pi R$
 B. $2R, 2R$
 C. $2R, 2\pi R$
 D. $0, 2\pi R$

答案:

1. B、D 2. B、C、D 3. B 4. A、D 5. A、B、C、D 6. D 7. A、B、D
 8. C 9. A、D 10. D 11. B、D 12. C 13. A、D 14. A 15. C

三、计算题

1. 质点的运动函数为 $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t^2 + 5 \end{cases}$ 式中的量均采用 SI 单位, 求:

(1) 质点运动的轨道方程。

(2) $t_1 = 1\text{s}$ 和 $t_2 = 2\text{s}$ 时, 质点的位置、速度和加速度。

解: (1) 消去运动函数中的 t , 可得轨道方程为

$$y = x^2 + 5$$

可见质点沿一抛物线运动。

(2) 质点的位矢为

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (4t^2 + 5)\vec{j}$$

速度和加速度分别为

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} + 8t\vec{j} \quad \text{和} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 8\vec{j}$$

当 $t = 1\text{s}$ 和 $t = 2\text{s}$ 时, 质点的位置分别为

$$\vec{r} = 2\vec{i} + 9\vec{j} \quad \text{和} \quad \vec{r} = 4\vec{i} + 21\vec{j}$$

速度分别为 $\vec{v} = 2\vec{i} + 8\vec{j}$ 和 $\vec{v} = 2\vec{i} + 16\vec{j}$, 而加速度都是 $\vec{a} = 8\vec{j}$ 。

2. 一质点由静止开始沿直线运动, 初始时刻的加速度为 a_0 , 以后加速度均匀增加, 每经过时间 τ 增加 a_0 , 求经过时间 t 后该质点的速度和运动的路程。

解: 质点的加速度每秒钟增加 a_0/τ , 加速度与时间 t 的关系为

$$a = a_0 + \frac{a_0}{\tau}t = \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)a_0$$

因此, 经过时间 t 后质点的速度为

$$v = \int_0^t a dt = a_0 \int_0^t \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) dt = a_0 t + \frac{a_0 t^2}{2\tau}$$

质点走过的路程为

$$S = \int_0^t v dt = a_0 \int_0^t \left(t + \frac{t^2}{2\tau}\right) dt = \frac{a_0 t^2}{2} + \frac{a_0 t^3}{6\tau}$$

3. 一质点在 xOy 平面上运动, 运动方程为

$$x = 3t + 5, y = \frac{1}{2}t^2 + 3t - 4$$

式中: t 以秒计; x, y 以米计。

(1) 以时间 t 为变量, 写出质点位置矢量的表示式。

(2) 求出 $t = 1\text{s}$ 时刻和 $t = 2\text{s}$ 时刻的位置矢量, 计算这 1s 内质点的位移。

(3) 计算 $t = 0$ 时刻到 $t = 4\text{s}$ 时刻内的平均速度。

(4) 求出质点速度矢量表示式, 计算 $t = 4\text{s}$ 时质点的速度。

(5) 计算 $t = 0$ 到 $t = 4\text{s}$ 内质点的平均加速度。

(6) 求出质点加速度矢量的表示式, 计算 $t = 4\text{s}$ 时质点的加速度 (请把位置矢量、位

移、平均速度、瞬时速度、平均加速度、瞬时加速度都表示成直角坐标系中的矢量式)。

解: (1) $\vec{r} = (3t+5)\vec{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 + 3t - 4\right)\vec{j} \text{ (m)}$

(2) 将 $t=1, t=2$ 代入上式即有

$$\vec{r}_1 = 8\vec{i} - 0.5\vec{j} \text{ (m)}$$

$$\vec{r}_2 = 11\vec{j} + 4\vec{j} \text{ (m)}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 3\vec{j} + 4.5\vec{j} \text{ (m)}$$

(3) $\therefore \vec{r}_0 = 5\vec{j} - 4\vec{j}, \vec{r}_4 = 17\vec{i} + 16\vec{j}$

$$\therefore \vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_4 - \vec{r}_0}{4-0} = \frac{12\vec{i} + 20\vec{j}}{4} = 3\vec{i} + 5\vec{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

(4) $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3\vec{i} + (t+3)\vec{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$

则

$$\vec{v}_4 = 3\vec{i} + 7\vec{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

(5) $\therefore \vec{v}_0 = 3\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{v}_4 = 3\vec{i} + 7\vec{j}$

$$\therefore \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_0}{4} = \frac{4}{4} = 1\vec{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$$

(6) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 1\vec{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$

这说明该点只有 y 方向的加速度, 且为恒量。

4. 在离水面高 h 米的岸上, 有人用绳子拉船靠岸, 船在离岸 S 处, 如图 1.2 (a) 所示。当人以 $v_0 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$ 的速率收绳时, 试求船运动的速度和加速度的大小。

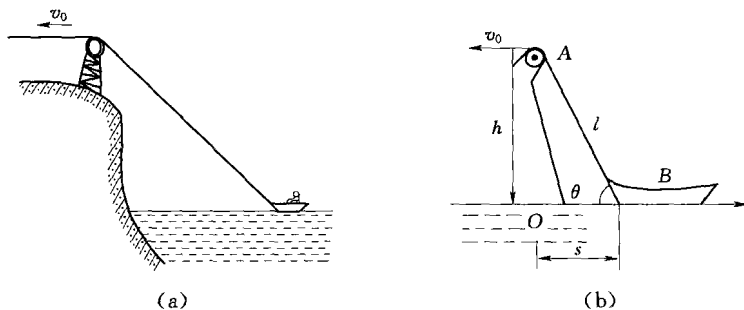


图 1.2

解: 设人到船之间绳的长度为 l , 此时绳与水面成 θ 角, 由图 1.2 (b) 可知

$$l^2 = h^2 + s^2$$

将上式对时间 t 求导, 得

$$2l \frac{dl}{dt} = 2s \frac{ds}{dt}$$

根据速度的定义, 并注意到 l, s 是随 t 减少的,

$$\begin{aligned} \therefore \quad v_{\text{绳}} &= -\frac{dl}{dt} = v_0, \quad v_{\text{船}} = -\frac{ds}{dt} \\ \text{即} \quad v_{\text{船}} &= -\frac{ds}{dt} = -\frac{l}{s} \frac{dl}{dt} = \frac{l}{s} v_0 = \frac{v_0}{\cos\theta} \\ \text{或} \quad v_{\text{船}} &= \frac{lv_0}{s} = \frac{(h^2 + s^2)^{1/2} v_0}{s} \end{aligned}$$

将 $v_{\text{船}}$ 再对 t 求导, 即得船的加速度

$$\begin{aligned} a = \frac{dv_{\text{船}}}{dt} &= \frac{s \frac{dl}{dt} - l \frac{ds}{dt}}{s^2} v_0 = \frac{-v_0 s + l v_{\text{船}}}{s^2} v_0 \\ &= \frac{\left(-s + \frac{l^2}{s}\right) v_0^2}{s^2} = \frac{h^2 v_0^2}{s^3} \end{aligned}$$

5. 质点沿 x 轴运动, 其加速度和位置的关系为 $a = 2 + 6x^2$, a 的单位为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, x 的单位为 m . 质点在 $x=0$ 处, 速度为 $10\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 试求质点在任何坐标处的速度值。

解: $\because$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

分离变量

$$v dv = a dx = (2 + 6x^2) dx$$

两边积分得

$$\frac{1}{2} v^2 = 2x + 2x^3 + c$$

由题知, $x=0$ 时, $v_0=10$, 所以 $c=50$, 故

$$v = 2 \sqrt{x^3 + x + 25} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

6. 已知一质点作直线运动, 其加速度为 $a = 4 + 3t$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$), 开始运动时, $x=5\text{m}$, $v=0$, 求该质点在 $t=10\text{s}$ 时的速度和位置。

解: $\because$

$$a = \frac{dv}{dt} = 4 + 3t$$

分离变量, 得

$$dv = (4 + 3t) dt$$

对上式积分, 得

$$v = 4t + \frac{3}{2} t^2 + c_1$$

由题知, $t=0$, $v_0=0$, 所以 $c_1=0$, 故

$$v = 4t + \frac{3}{2} t^2$$

又 $\because$

$$v = \frac{dx}{dt} = 4t + \frac{3}{2} t^2$$

分离变量

$$dx = \left(4t + \frac{3}{2} t^2\right) dt$$

对上式积分得

$$x = 2t^2 + \frac{1}{2} t^3 + c_2$$

由题知 $t=0$, $x_0=5$, 所以 $c_2=5$, 故

$$x = 2t^2 + \frac{1}{2} t^3 + 5$$

所以 $t=10\text{s}$ 时

$$v_{10}=4\times 10+\frac{3}{2}\times 10^2=190\text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$$

$$x_{10}=2\times 10^2+\frac{1}{2}\times 10^3+5=705\text{ (m)}$$

7. 电梯以 $1.22\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ 的加速度上升, 当速度为 $v_0=2.44\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时, 有一松动的螺钉从电梯的天花板落下, 天花板与电梯底板相距 $h=2.74\text{m}$, 求:

(1) 螺钉从电梯天花板落到底板所需时间。

(2) 螺钉相对地面下降的距离。

解: (1) 取竖直向下为正方向。用 a' 代表落下的螺钉相对电梯的加速度, 按照加速度的变换关系, 有

$$a'=g+a$$

式中: g 为螺钉相对地面的加速度, 即重力加速度; a 为地面相对电梯的加速度, 方向竖直向下, 数值为 $a=1.22\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ 。在电梯参考系中观察, 有

$$h=\frac{1}{2}a't^2=\frac{1}{2}(g+a)t^2$$

式中: t 为螺钉从电梯天花板落到底板所需时间。

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g+a}}=\sqrt{\frac{2\times 2.74}{9.8+1.22}}=0.705\text{ (s)}$$

(2) 设螺钉相对地面下降的距离 H , 它等于螺钉相对电梯下降的距离 $h=2.74\text{m}$ 减去在时间 t 内电梯相对地面向上上升的距离, 即

$$H=h-\left(v_0t+\frac{1}{2}at^2\right)=0.716\text{ (m)}$$

8. 一架进行投弹训练的飞机以 $100\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的速度, 沿离地面 100m 高度的水平直线飞行。如果驾驶员投弹, 那么:

(1) 炸弹将在飞机下前方多远的地点击中目标?

(2) 驾驶员看目标的视线和水平线成何角度?

解: (1) 分别取水平向前方向和竖直向下方向为 x 轴和 y 轴, 则炸弹的运动函数为

$$x=vt$$

$$y=\frac{1}{2}gt^2$$

已知 $v=100\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $y=100\text{m}$, 则得

$$x=v\sqrt{\frac{2y}{g}}=100\times\sqrt{\frac{2\times 100}{9.8}}=452\text{ (m)}$$

即炸弹将在飞机下方前 452m 远的地点击中目标。

(2) 设驾驶员投弹时, 他看目标的视线和水平线之间的角度为 θ , 则有

$$\theta=\arctan\frac{y}{x}=\arctan\frac{100}{452}=12^\circ 29'$$

9. 某汽车发动机以 $500\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$ 的初角速度开始加速转动, 在 5s 内角速度增大到 $3000\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$, 设角加速度恒定, 试问: