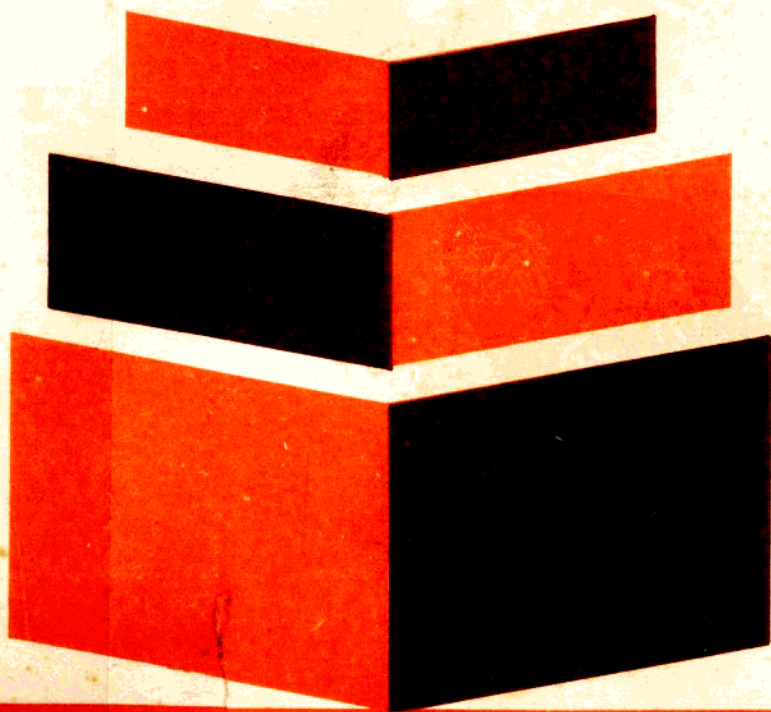


# 高中会考知识网络与训练

## · 数学分册 ·

李松文 张德本 董自静 李大贞 高秀琴 编写



# 高中会考知识网络与训练

数学分册

王大赫 齐 琪 韩 勋 主编

李松文 张德本 李大贞 编写  
董自静 高秀琴

光明日报出版社

**(京) 新登字101号**

**高中会考知识网络与训练**

数学分册



光明日报出版社出版发行

(北京永安路106号)

邮政编码: 100050

电话: 3017733-225

新华书店北京发行所经销

北京彩虹印刷厂印刷

\*

787×1092 1/32 10.875 印张 字数244千字

1993年5月 第1版 1993年5月 第1次印刷

印数: 1—6,000册

ISBN7-80091-416-X/G·586

---

定价: 5.80元

## 前 言

当前我国的普通高中教育正经历着一场建国以来最深刻的变革，这就是在全国实行高中毕业会考制度。国家教委已经决定，从1990年起，用两年左右的时间有计划地在全国逐步实行这种制度。这对全面贯彻教育方针，加强教学管理，推动教学改革，大面积提高教育质量，给中学教学以正确的导向都有着重要的意义。到目前为止，上海、广东、海南、云南、湖南、浙江、河南、陕西、北京、天津等省市已都推定会考制度。

普通高中毕业会考，是国家承认的省级普通高中文化课毕业的水平考试（即目标参照性考试），它不仅是考核普通高中学生的文化课学习是否达到必修课教学大纲规定的基本要求的重要手段，也是检查、评价普通高中教学质量的一种手段。

普通高中毕业会考的目标是基础性、全面性和达标性。各省、市根据高中教学大纲，制定了“会考考试说明”，其中规定了各学科的知识能力要求。为了帮助高中学生全面、系统地掌握各学科的知识点，并且形成能力，我们特聘请多年从事高中教学工作的特级、高级教师和科研人员编写了这套《高中会考知识网络与训练》丛书。目的在于使学生形成一个科学的、合理的知识网络系统。它根据认知心理学的最新理论，帮助学生将一个孤立的知识点和能力，建立起按照一定的逻辑关系，有组织、有层次、便于贮存、又便于提取运用的科学的知识网络。这样，不仅有利于掌握旧知识、学习新知识、

形成能力，而且，对参加会考、高考，进一步深造学习都有着积极的作用。为了达到此目的，我们还在书中编制了一套最新的“网络训练题”，可起到举一反三的作用。

“高中会考知识网络与训练”丛书的编写工作，得到了许多专家和教师的指导，在这里向他们表示感谢。

本丛书全套八个分册（语文分册、数学分册、英语分册、物理分册、化学分册、地理分册、历史分册、生物分册）约170万字。由国家教委考试中心王大赫·齐淇、韩勋同志主编，参加编写工作的主要人员有：吕鉴、李松文、张德本、何森荫、白星锐、黄京元、黄伟、郭伍梅、张如亭、马景媛、王化隆、高塘娟等同志。

《高中会考知识网络与训练》丛书编写组

1993.1

# 目 录

|                         |         |
|-------------------------|---------|
| 高中数学知识网络概述 .....        | ( 1 )   |
| 第一部分 代数知识网络 .....       | ( 7 )   |
| 一、集合与函数知识网络 .....       | ( 7 )   |
| 二、数列、极限和数学归纳法知识网络 ..... | ( 37 )  |
| 三、不等式知识网络 .....         | ( 68 )  |
| 四、复数知识网络 .....          | ( 99 )  |
| 五、排列、组合与二项式定理知识网络 ..... | (128)   |
| 第二部分 三角知识网络 .....       | (150)   |
| 一、三角函数与反三角函数知识网络 .....  | (150)   |
| 二、恒等变形知识网络 .....        | (177)   |
| 三、斜三角形的解法知识网络 .....     | (201)   |
| 第三部分 立体几何知识网络 .....     | ( 219 ) |
| 一、直线与平面知识网络 .....       | (219)   |
| 二、多面体与旋转体知识网络 .....     | (246)   |
| 第四部分 解析几何知识网络 .....     | (278)   |
| 一、直线知识网络 .....          | (271)   |
| 二、圆锥曲线知识网络 .....        | (292)   |
| 三、参数方程与极坐标知识网络 .....    | (329)   |

## 高中数学知识网络概述

数学是研究现实空间形式和数量关系的科学。为便于研究起见，将高中数学分为代数、平面三角、立体几何和解析几何等分支，各分支都有一个知识网络，彼此之间又是互相联系的。

中学的代数内容很庞杂，涉及到数学的许多分支，它的主要内容是：

### 1. 数的概念的发展

中学数系的扩展一般采用两种形式：

一种是把新元素加到已建立的数系中而扩展，扩展过程是：

自然数集(添零)  $\rightarrow$  扩大的自然数集(添分数)  $\rightarrow$  算术数集  
(添负数)  $\rightarrow$  有理数集(添无理数)  $\rightarrow$  实数集(添虚数)  $\rightarrow$  复数集。

另一种是科学的数系的扩展，即自然数集(N)  $\rightarrow$  整数集(Z)  $\rightarrow$  有理数集(Q)  $\rightarrow$  实数集(R)  $\rightarrow$  复数集(C)。

研究各个数集里的各种代数运算，以及在正实数里的对正实数的对数运算，是代数研究的主要内容之一。

### 2. 解析式的恒等变形

用字母表示数是代数发展的重大变化，这就要研究整式、分式、根式的变形和运算，结合学习初等函数、研究指数式、对数式、三角函数式的恒等变形。在进行恒等变形时，又有一定的技能和方法，一系列的公式和法则。

### 3. 方程和不等式

随着数和式的知识的扩展，重点研究一元一次方程、一元二次方程、二元、三元线性方程组。在此基础上研究简单的高次方程、分式方程和无理方程，二元二次方程组。结合初等函数、解指数方程、对数方程、三角方程。引进复数后，研究关于一元 $n$ 次方程的简单理论以及某些特殊高次方程，复系数方程。

不等式的研究，首先是不等式的性质，解一元一次不等式、一元二次不等式、分式不等式、无理不等式、指数、对数不等式、以及绝对值不等式等，不等式的研究是和函数联系在一起的。不等式的证明是不等式中的重点内容之一，证明方法很多，主要有比较法、分析法、综合法、反证法、数学归纳法等。

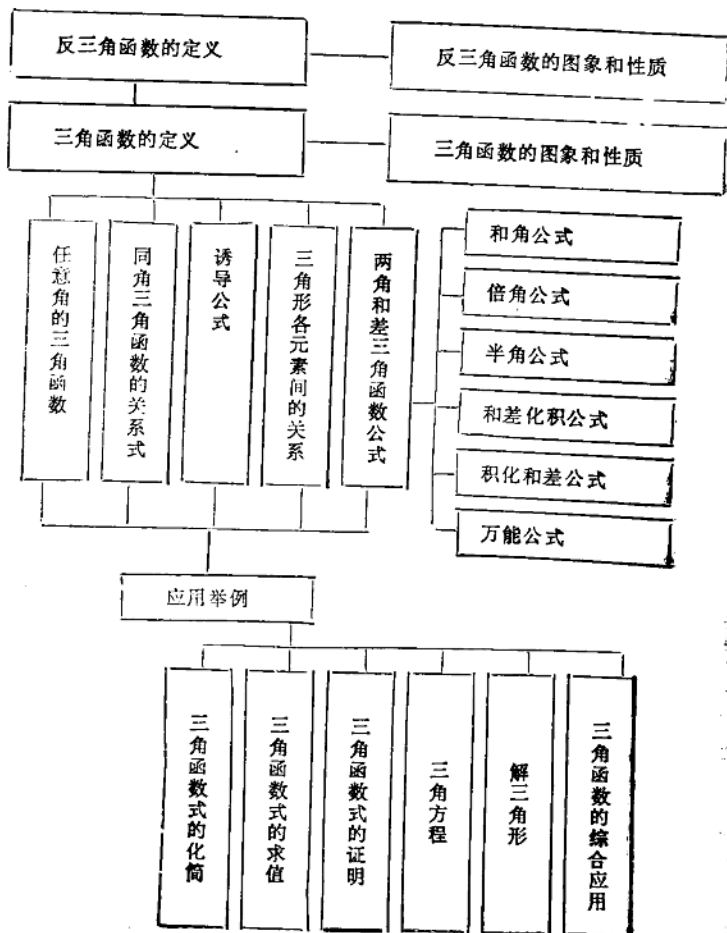
#### 4. 函数

函数在中学数学中占有极重要的地位，在初中阶段学习正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数的基础上，高中阶段是在学习集合、映射的基础上研究函数的单调性、奇偶性、互为反函数图象间的关系，接着学习幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数。

数列可以看成是以自然数为自变量的函数，数列通项、前 $n$ 项和公式都是以自然数为自变量的函数，进而研究等差数列和等比数列、数学归纳法、以及排列与组合、二项式定理等内容。

中学代数中，数的概念是基础，恒等变形是工具，重点是方程和函数，从某种意义上讲，初中以方程为主，高中以函数为主，如果我们把方程看作求函数零点，或看作自变量取何值时，两个函数相等。用函数的观点看待方程。因此，中学代数占主导地位的应是函数。

平面三角研究的三角函数及变形和应用，知识网络如下：



立体几何是在平面几何的基础上研究的，平面几何是研究一些平面图形的形状、大小和相互位置关系，以及图形的画法、计算和应用。立体几何是研究空间图形的形状、大小和位置关系。空间图形是由空间的点、线、面所构成，也可以看成是空间点的集合。研究空间图形的性质、画法、计算和它们的应用，知识网络如下：（图2见下页）

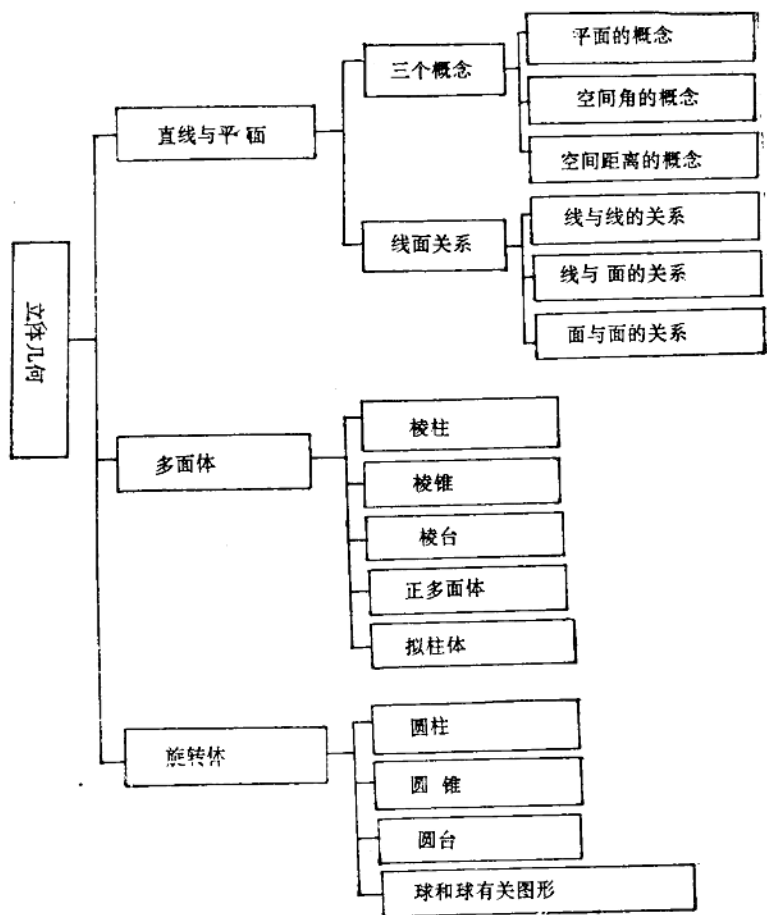
解析几何是数学的一个分支，是在坐标系的基础上，用代数方法研究几何问题。研究的主要问题是：（1）根据已知条件求出表示平面曲线的方程；（2）通过方程，研究平面图形的性质，作出曲线的图形。曲线与方程的关系是解析几何的基本内容，直线及其方程，直线的位置关系是基础。圆锥曲线是重要的曲线，是从初等数学过渡到高等数学的阶梯，坐标变换是化简曲线方程，讨论曲线的性质和画法的重要手段，参数方程和极坐标是研究曲线及方程的重要工具。

由于解析几何开创了形、数结合的研究方法，使数学的发展和运用进入了新阶段。

“数学是思维的体操”，虽然初等数学有代数、三角、平面几何、立体几何、解析几何等分支、研究的对象各有侧重，但在问题的处理上，从数学的思想上都有许多共同之处，从一些数学方法上各分支都是可以通用的。如：

观察、猜想、归纳、概括、抽象；联想、比较、类比、分类；分析与综合法；一般和特殊；反证法、同一法、归纳法、配方法、换元法、待定系数法、消去法、参数法、平移、旋转、对称、递归法、构造法……等。都是各分支研究问题时常用的方法。

就一道数学题来讲，也经常有多种解法，经常有代数法、三角法、几何法、坐标法等。



有时一道数学题，也很难区分它是属于代数、三角、几何或解析，有时是各科知识的综合。

有时一道代数题，它的最好解法不一定都是用代数知识，而是可以用几何或三角知识；同样一道三角题它的最好解法也不完全是三角知识，而是配合代数或几何知识；一道几何题，有时用几何的演绎推理进行论证很困难，借助于代数知识却很容易解决。类似上面诸类情况的数学问题实在太多了。

这只能说明一个道理，数学各分支是互相联系的，不是孤立的。数学是一个有机的、互相联系的整体。

## 第一部分 代数知识网络

高中代数是在初中代数中学习了实数、代数式及其变形、方程(组)、几种简单函数的图象及性质的基础上来研究的。

在高中代数中，首先要研究现代数学中两个基本概念——集合和映射。这个概念渗透到数学的一切领域，不仅是学习函数、不等式、数列的基础，也是学习三角函数、立体几何、解析几何的基础，具有某种几何特征的点的集合就是点的轨迹问题。

对于非空集合 $A$ 和 $B$ ， $A \subseteq R$ 、 $B \subseteq R$ ，映射 $f: A \rightarrow B$ ，且 $B$ 中的每一个元素都有原象时，这样的映射 $f: A \rightarrow B$ 就是定义域 $A$ 到值域 $B$ 上的函数，故函数是由定义域 $A$ ，值域 $B$ 以及定义域 $A$ 到值域 $B$ 上的对应法则 $f$ ，三部分组成的一种特殊的映射。并当对应法则 $f$ 为一一映射时，则 $f$ 的逆映射 $f^{-1}$ 所确定的函数为其反函数。

对函数要求其定义域、值域，函数的解析式；函数的性质：单调性、奇偶性、有界性等；函数的图象，奇函数、偶函数的图象特征，互为反函数的图象特征；幂函数、指数函数、对数函数的图象和性质等。

数列可以看成是以自然数为自变量的函数，数列中主要涉及数列的通项，等差数列、等比数列、数列的求和，简单的递推数列，数列的极限，以及研究与自然数有关命题的一个很重要的方法——数学归纳法。

不等式着重研究不等式的性质，解不等式和不等式的证

明,证明不等式时所用的比较法、分析法、综合法、放缩法、数学归纳法等,几乎涉及到初等数学的各部分内容,通过不等式这个纽带可把初等数学中各部分内容有机地联系起来。

在研究实数集的基础上研究复数集,复数 $z=a+bi$ ( $a, b \in R$ )和有序实数对 $(a, b)$ 联系起来,建立复平面,使 $(a, b)$ 和点 $z$ 对应,就使复数有确定的几何意义,于是和三角函数、解析几何有机地结合起来,对于复数列有其几何意义,当虚部为零时,可转化为实数列。

排列与组合及应用题,是一个难点,要注意区分掌握其中元素的位置特征。二项式定理是排列组合的应用,也是多项式理论的基础。

对行列式初步、多项式理论和高次方程、以及微积分初步、概率初步是高中数学的选学内容,为高等数学的学习打下一定的基础。

在代数的各部分内容中,经常渗透一些数学思想和方法,如配方法、换元法、待定系数法、反证法、数学归纳法、分析法、比较法、综合法、参数法等。以及集合的思想、分类讨论的思想、数形结合的思想、转化的思想等。尤其函数的思想,不少问题都可转化为函数来解决,上述思想和方法要在学习过程中有意识地渗透和领悟。

## 一、集合与函数知识网络

本单元知识的主要内容是在引入集合、映射概念的基础上,进一步阐明函数与反函数的概念,函数的定义域和值域,函数的单调性与奇偶性,函数的图象画法,并具体研究

了幂函数、指数函数和对数函数的性质及图象。

### 1. 集合与映射

集合与映射是现代数学中的两个基本概念，在高中代数中首先要学习这两个基本概念，这两个基本概念渗透到初等数学的各个领域。

要认识集合与映射在初等数学中的地位和作用，就要掌握这两个基本概念。

集合是具有确定特征的互异元素的总体，集合中的元素具有确定性，互异性和无序性。元素与集合间的属于关系，集合与集合之间的包含关系，相等关系，空集、交集、并集和补集等概念是研究集合的重点内容。

元素与集合之间是个体与整体的关系，不存在大小与相等的关系，如3与 $\{3\}$ ，只能是 $3 \in \{3\}$ ，而不能认为 $3 = \{3\}$ ；这里要注意分清0与 $\{0\}$ ， $\phi$ 与 $\{0\}$ ； $\phi$ 与 $\{\phi\}$ 之间的区别与关系，0是一个具体的数，它不是集合，而 $\{0\}$ 表示只含有一个元素0的集合，0与 $\{0\}$ 的关系是 $0 \in \{0\}$ ； $\phi$ 表示空集，空集是任何一个非空集合的真子集，因此有 $\phi \subset \{0\}$ ； $\{\phi\}$ 表示以一个空集为元素的集合，因此有 $\phi \in \{\phi\}$ 。

集合的基本运算与实数的运算之间有些相似之处，如交换律、结合律和分配律在实数的运算与集合的运算中都存在，但要注意两者之间的不同之处。如在数的加法中 $a + a = 2a$ ，但在集合运算中 $A \cup A = A$ ，同样 $a \cdot a = a^2$ ，而 $A \cap A = A$ 。

给定两个集合A和B，要注意区分 $A \cup B$ 和 $A \cap B$ 的意义， $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ ， $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ ，这里“或”和“且”表示不同的意义。

给定两个集合A和B，如果按照某种对应法则f，对于集

合 $A$ 中的任何一个元素,在集合 $B$ 中都有唯一的元素和它对应,这样的对应(包括集合 $A$ , $B$ 及对应法则 $f$ )就是从集合 $A$ 到集合 $B$ 的映射,表示为 $f:A \rightarrow B$ 。

设 $f:A \rightarrow B$ 是从集合 $A$ 到集合 $B$ 的一个映射,如果在这个映射 $f$ 的作用下,对于 $A$ 中的不同元素,在 $B$ 中有不同的象(即单射),而且 $B$ 中的每一个元素都有原象(即满射),那么这个映射就叫做 $A$ 到 $B$ 上的一一映射。

怎样理解一一映射呢?

(1) 映射 $f:A \rightarrow B$ 为一一映射,必须具备两个特点,即 $A$ 中的不同元素在这个映射 $f$ 的作用下,在 $B$ 中有不同的象; $B$ 中的每一个元素在 $A$ 中都有原象。

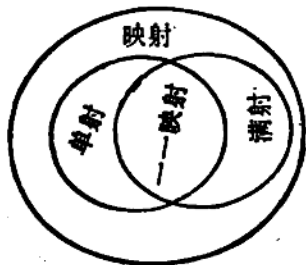


图1—1

(2) 映射、单射、满射、一一映射这些概念的从属关系可用图1—1表示。

即  $\{\text{单射}\} \cup \{\text{满射}\} \subset \{\text{映射}\}$ ,

$\{\text{单射}\} \cap \{\text{满射}\} = \{\text{一一映射}\}$ 。

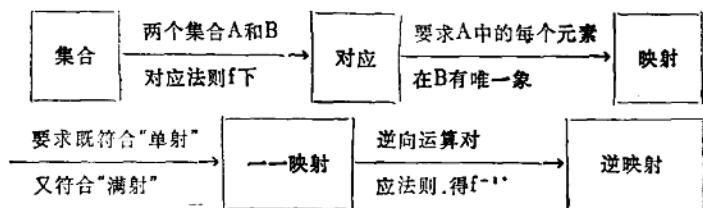
要在一一映射的基础上,来认识逆映射。即

设 $f:A \rightarrow B$ 是从集合 $A$ 到集合 $B$ 上的一一映射,如果对于 $B$ 中的每一个元素 $b$ ,使 $b$ 与在 $A$ 的原象 $a$ 和它对应,这样所得到的映射叫做映射 $f:A \rightarrow B$ 的逆映射,记作 $f^{-1}:B \rightarrow A$ 。

显然,映射 $f:A \rightarrow B$ 与映射 $f^{-1}:B \rightarrow A$ 是互为逆映射,它们

是互相依存的。

对集合，对应、映射、一一映射，逆映射的区别与联系可如下表示：



## 2. 映射与函数

以实数 $x$ 为自变量的函数 $y=f(x)$ ，实际上是自变量 $x$ 取值的集合 $A$ ，在 $f$ 的作用下，到 $y$ 取值集合 $B$ 上的映射。

其中 $x$ 取值的集合就是 $f(x)$ 的定义域，和 $x$ 对应的 $y$ 的值就是函数值，函数值的集合就是函数 $f(x)$ 的值域。

这里要注意：函数是一种特殊的映射，它的特殊性有以下两点：① 集合 $A$ 和 $B$ 都是非空数的集合；② 函数是从定义域 $A$ 到值域 $B$ 的满射。

如果确定函数 $y=f(x)$ 的映射 $f:A \rightarrow B$ 是 $f(x)$ 的定义域 $A$ 到值域 $B$ 的一一映射，那么这个映射的逆映射 $f^{-1}:B \rightarrow A$ 所确定的函数 $x=f^{-1}(y)$ 叫做 $y=f(x)$ 的反函数，通常记作 $y=f^{-1}(x)$ 。

$y=f^{-1}(x)$ 的定义域、值域分别是 $y=f(x)$ 的值域和定义域。由 $y=f(x)$ 求 $y=f^{-1}(x)$ 的步骤是：

- (1) 确定 $y=f(x)$ 是定义域 $A$ 到值域 $B$ 的一一映射；
- (2) 求 $y=f(x)$ 的定义域和值域；
- (3) 由 $y=f(x)$ 中解出 $x=f^{-1}(y)$ ；
- (4) 把 $x=f^{-1}(y)$ 改写成 $y=f^{-1}(x)$ ，并写出它的定义域。