



○ 新课程学习能力评价课题研究资源用书

○ 主编 刘德 林旭

编写 新课程学习能力评价课题组

中国教育学会《中国教育学刊》推荐学生用书

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING
STUDY

配北师大版

数学 九年级下册

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记



光明日报出版社



新课程学习能力评价课题研究资源用书

学习高手

状元塑造车间

主 编 刘 德 林 旭

本册主编 鞠立杰

本册副主编 黄海涛

本册编委 张明波 王淑芳

数学

九年级下册

配北师大版

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手. 数学. 九年级. 下册/刘德, 林旭主编. —北京: 光明日报出版社, 2009. 10
配北师大版

ISBN 978-7-5112-0279-6

I. 学… II. ①刘… ②林… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 159784 号

学习高手

数学/九年级下册(北师大版)

主 编: 刘 德 林 旭

责任编辑: 温 梦

策 划: 聂电春

版式设计: 邢 丽

责任校对: 徐为正

责任印制: 胡 骑

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市崇文区珠市口东大街 5 号, 100062

电 话: 010-67078249(咨询)

传 真: 010-67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbs@gmw.cn

法律顾问: 北京昆仑律师事务所陶雷律师

印 刷: 山东滨州明天印务有限公司

装 订: 山东滨州明天印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社发行部联系调换。

开 本: 890×1240 1/32

字 数: 250 千字

版 次: 2009 年 10 月第 1 版

书 号: ISBN 978-7-5112-0279-6

印 张: 9.5

印 次: 2009 年 10 月第 1 次

定价: 15.90 元

版权所有 翻印必究

目录

第一章 直角三角形的边角关系 1

1. 从梯子的倾斜程度说起 1

高手支招 1 细品教材 1

高手支招 2 归纳整理 3

高手支招 3 典例精析 3

高手支招 4 链接中考 5

高手支招 5 思考发现 6

高手支招 6 体验成功 6

教材习题点拨 9

2. 30° , 45° , 60° 角的三角函数值 11

高手支招 1 细品教材 11

高手支招 2 归纳整理 13

高手支招 3 典例精析 13

高手支招 4 链接中考 15

高手支招 5 思考发现 16

高手支招 6 体验成功 16

教材习题点拨 18

3. 三角函数的有关计算 21

高手支招 1 细品教材 21

高手支招 2 归纳整理 23

高手支招 3 典例精析 23

高手支招 4 链接中考 26

高手支招 5 思考发现 27

高手支招 6 体验成功 28

教材习题点拨 30

4. 船有触礁的危险吗 32

高手支招 1 细品教材 32

高手支招 2 归纳整理 34

高手支招 3 典例精析 34

高手支招 4 链接中考 37

高手支招 5 思考发现 38

高手支招 6 体验成功 39

教材习题点拨 41

5. 测量物体的高度 43

高手支招 1 细品教材 43

高手支招 2 归纳整理 44

高手支招 3 典例精析 45

高手支招 4 链接中考 48

高手支招 5 思考发现 49

高手支招 6 体验成功 50

教材习题点拨 52

本章总结 53

教材习题点拨 57

第二章 二次函数 63

1. 二次函数所描述的关系 63

高手支招 1 细品教材 63

高手支招 2 归纳整理 64

高手支招 3 典例精析 64

高手支招 4 链接中考 66

高手支招 5 思考发现 67

高手支招 6 体验成功 68

教材习题点拨 69

2. 结识抛物线 71

高手支招 1 细品教材 71

高手支招 2 归纳整理	72	高手支招 4 链接中考	104
高手支招 3 典例精析	73	高手支招 5 思考发现	105
高手支招 4 链接中考	75	高手支招 6 体验成功	105
高手支招 5 思考发现	75	教材习题点拨	108
高手支招 6 体验成功	76	6. 何时获得最大利润	110
教材习题点拨	77	高手支招 1 细品教材	110
3. 刹车距离与二次函数	79	高手支招 2 归纳整理	111
高手支招 1 细品教材	79	高手支招 3 典例精析	111
高手支招 2 归纳整理	80	高手支招 4 链接中考	114
高手支招 3 典例精析	81	高手支招 5 思考发现	115
高手支招 4 链接中考	83	高手支招 6 体验成功	116
高手支招 5 思考发现	83	教材习题点拨	120
高手支招 6 体验成功	84	7. 最大面积是多少	122
教材习题点拨	86	高手支招 1 细品教材	122
4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象 ..	88	高手支招 2 归纳整理	123
高手支招 1 细品教材	88	高手支招 3 典例精析	124
高手支招 2 归纳整理	90	高手支招 4 链接中考	127
高手支招 3 典例精析	91	高手支招 5 思考发现	128
高手支招 4 链接中考	93	高手支招 6 体验成功	128
高手支招 5 思考发现	94	教材习题点拨	131
高手支招 6 体验成功	94	8. 二次函数与一元二次方程	133
教材习题点拨	96	高手支招 1 细品教材	133
5. 用三种方式表示二次函数	99	高手支招 2 归纳整理	134
高手支招 1 细品教材	99	高手支招 3 典例精析	134
高手支招 2 归纳整理	100	高手支招 4 链接中考	137
高手支招 3 典例精析	100	高手支招 5 思考发现	138
		高手支招 6 体验成功	139

教材习题点拨	141
本章总结	145
教材习题点拨	148
第三章 圆	155
1. 车轮为什么做成圆形	155
高手支招 1 细品教材	155
高手支招 2 归纳整理	157
高手支招 3 典例精析	157
高手支招 4 链接中考	160
高手支招 5 思考发现	160
高手支招 6 体验成功	160
教材习题点拨	162
2. 圆的对称性	164
高手支招 1 细品教材	164
高手支招 2 归纳整理	167
高手支招 3 典例精析	167
高手支招 4 链接中考	170
高手支招 5 思考发现	171
高手支招 6 体验成功	171
教材习题点拨	174
3. 圆周角和圆心角的关系	176
高手支招 1 细品教材	176
高手支招 2 归纳整理	178
高手支招 3 典例精析	178
高手支招 4 链接中考	182
高手支招 5 思考发现	183
高手支招 6 体验成功	184

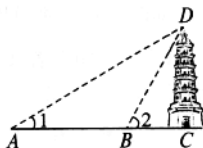
教材习题点拨	186
4. 确定圆的条件	188
高手支招 1 细品教材	188
高手支招 2 归纳整理	190
高手支招 3 典例精析	191
高手支招 4 链接中考	194
高手支招 5 思考发现	195
高手支招 6 体验成功	195
教材习题点拨	197
5. 直线和圆的位置关系	199
高手支招 1 细品教材	199
高手支招 2 归纳整理	201
高手支招 3 典例精析	201
高手支招 4 链接中考	204
高手支招 5 思考发现	205
高手支招 6 体验成功	206
教材习题点拨	209
6. 圆和圆的位置关系	211
高手支招 1 细品教材	211
高手支招 2 归纳整理	213
高手支招 3 典例精析	214
高手支招 4 链接中考	216
高手支招 5 思考发现	217
高手支招 6 体验成功	218
教材习题点拨	220
7. 弧长及扇形的面积	221
高手支招 1 细品教材	221

高手支招 2 归纳整理	223	高手支招 5 思考发现	258
高手支招 3 典例精析	224	高手支招 6 体验成功	259
高手支招 4 链接中考	227	教材习题点拨	263
高手支招 5 思考发现	228	2. 哪种方式更合算	264
高手支招 6 体验成功	228	高手支招 1 细品教材	264
教材习题点拨	231	高手支招 2 归纳整理	265
8. 圆锥的侧面积	233	高手支招 3 典例精析	265
高手支招 1 细品教材	233	高手支招 4 链接中考	267
高手支招 2 归纳整理	234	高手支招 5 思考发现	267
高手支招 3 典例精析	235	高手支招 6 体验成功	268
高手支招 4 链接中考	237	教材习题点拨	270
高手支招 5 思考发现	238	3. 游戏公平吗	272
高手支招 6 体验成功	238	高手支招 1 细品教材	272
教材习题点拨	241	高手支招 2 归纳整理	274
本章总结	243	高手支招 3 典例精析	274
教材习题点拨	246	高手支招 4 链接中考	277
第四章 统计与概率	253	高手支招 5 思考发现	278
1. 50 年的变化	253	高手支招 6 体验成功	278
高手支招 1 细品教材	253	教材习题点拨	281
高手支招 2 归纳整理	255	本章总结	284
高手支招 3 典例精析	255	教材习题点拨	287
高手支招 4 链接中考	257		

第一章 直角三角形的边角关系

1. 从梯子的倾斜程度谈起

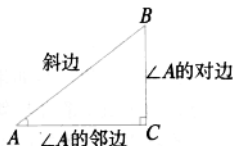
猜一猜,这座古塔有多高?想一想,你能运用所学的数学知识测出这座古塔的高吗?小明在A处仰望塔顶,测得 $\angle 1$ 的大小,再往塔的方向前进50 m到B处,又测得 $\angle 2$ 的大小,根据这些他就求出了塔的高度.你知道他是怎么做的吗?



高手支招① 细品教材

一、正切的定义

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,如果锐角 A 确定,那么 $\angle A$ 的对边与邻边之比便随之确定,这个比叫做 $\angle A$ 的正切,记作 $\tan A$,即 $\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}$. 如图.



2. 在理解正切的定义时应该注意的几个问题:

(1) $\tan A$ 是在直角三角形中定义的, $\angle A$ 是一个锐角(注意数形结合,构造直角三角形);

(2) $\tan A$ 是一个完整的符号,表示 $\angle A$ 的正切,习惯省去“ $\angle$ ”;

(3) $\tan A$ 是一个比值(直角边之比. 注意比的顺序,且 $\tan A > 0$, 无单位);

(4) $\tan A$ 的大小只与 $\angle A$ 的大小有关,而与直角三角形的边长无关;

(5) 角相等,则正切值相等;两锐角的正切值相等,则这两个锐角相等.

梯子斜靠在竖直的墙上,设梯子与水平地面间的夹角为 A ,则梯子的倾斜程度与 $\tan A$ 有关系; $\tan A$ 的值越大,梯子越陡.

【示例】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,锐角 A 的对边和邻边同时扩大 100 倍,则 $\tan A$ 的值

A. 扩大 100 倍

B. 缩小 100 倍

C. 不变

D. 不能确定

► 思路分析: 由于 $\tan A$ 的大小只与 $\angle A$ 的大小有关,而与 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两

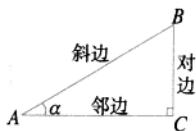


直角边无关,锐角 A 的对边和邻边同时扩大 100 倍时, $\angle A$ 的大小没有发生变化,所以 $\tan A$ 的值不变.

答案: C

二、坡度(坡比)的定义

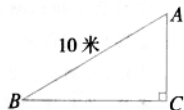
坡度通常表示斜坡的倾斜程度,是坡角的正切,即坡面的铅直高度与水平宽度的比.坡度越大,坡面越陡.坡度一般用字母 i 表示.



如图所示,山坡 AB 的坡度可表示为 $\tan \alpha = \frac{BC}{AC}$.

【示例】如图,若某人沿坡度 $i=3:4$ 的斜坡前进 10 米,则他所在的位置比原来的位置升高_____米.

► 思路分析: 根据坡度 $i = \tan B = \frac{AC}{BC}$, 又 $i = 3:4$,



$AB=10$ 米,然后利用勾股定理解决.

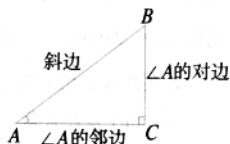
设 $AC=3x$, $BC=4x$,根据勾股定理,得 $(3x)^2 + (4x)^2 = 10^2$, $\therefore x=2$. $\therefore AC=3x=6$ (米).

因此某人沿斜坡前进 10 米后,所在位置比原来的位置升高 6 米.

答案: 6

三、正弦、余弦的定义

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,如果锐角 A 确定,那么 $\angle A$ 的对边与斜边的比、邻边与斜边的比也随之确定.如图, $\angle A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦,记作 $\sin A$,即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$, $\angle A$ 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$

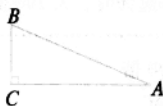


的余弦,记作 $\cos A$,即 $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$.

梯子的倾斜程度与 $\sin A$ 有关系: $\sin A$ 的值越大,梯子越陡.

梯子的倾斜程度与 $\cos A$ 也有关系: $\cos A$ 的值越小,梯子越陡.

【示例】如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=12$, $BC=5$. (1) 求 AB 的长; (2) 求 $\sin A$, $\cos A$ 的值.



$\sin A$, $\cos A$ 分别是正弦和余弦的数学表示符号,是一个整体,不能理解为 $\sin$ 与 A , $\cos$ 与 A 的乘积.

► 思路分析: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,已知两直角边长求斜边长,可应用勾股定理;

再利用两直角边长与斜边长的比分别求出 $\sin A$, $\cos A$ 的大小.

►解: (1) $\because \angle C=90^\circ, AC=12, BC=5, \therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$.

$$(2) \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}.$$

四、三角函数的定义

锐角 A 的正弦、余弦和正切都是 $\angle A$ 的三角函数. 当直角三角形中的锐角 A 确定时, $\angle A$ 的对边与斜边的比值, $\angle A$ 的邻边与斜边的比值, $\angle A$ 的对边与邻边的比值也都惟一确定. 在“ $\angle A$ 的三角函数”概念中, $\angle A$ 是自变量, 其取值范围是 $0^\circ < \angle A < 90^\circ$, 三个比值是函数. 当 $\angle A$ 变化时, 三个比值也分别有惟一确定的值与之对应.



高手支招② 归纳整理

本节主要学习正切、正弦和余弦三个三角函数的定义以及坡度的概念, 学习本节要弄清如下几点:

(1) 要掌握直角三角形中两个锐角的正切、正弦和余弦的表示方法及其公式.

(2) 要明确梯子的坡度与 $\tan A$, $\sin A$ 和 $\cos A$ 的值的大小有关.

(3) 能够利用三角函数的定义进行三角函数值的求解运算及坡比的求解运算.

直角三角形的边角关系

三角函数的定义	锐角 A 的正弦定义:	①
	锐角 A 的余弦定义:	②
	锐角 A 的正切定义:	③
	$\tan A$ 的值越大, 梯子	④
	$\sin A$ 的值越大, 梯子	⑤
	$\cos A$ 的值越小, 梯子	⑥
	坡度的定义:	⑦

►►► 答案

$$\textcircled{1} \sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} \quad \textcircled{2} \cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} \quad \textcircled{3} \tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}$$

④越陡 ⑤越陡 ⑥越陡 ⑦坡面的铅直高度与水平宽度的比称为坡度



高手支招③ 典例精析

一、基础知识巩固

【例 1】已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,



(1) 若 $\angle A = \angle B$, 则 $\tan A$ $\tan B$;

(2) 若 $\tan A = \tan B$, 则 $\angle A$ $\angle B$.

► 思路分析: 由于 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = \angle B$, 则 $AC = BC$.

由三角函数的定义, 得 $\tan A = 1, \tan B = 1$; 反之,

由 $\tan A = \tan B$, 得 $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{BC}$, $\therefore AC^2 = BC^2$, 即 $AC = BC$. $\therefore \angle A = \angle B$.

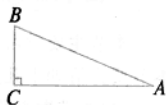
答案

(1) = (2) =

技法提示

根据正切的定义, 由角的相等就可判定正切值的相等, 由正切值的相等, 根据定义, 就可判定两角的相等, 此方法我们常说成“定义法”.

【例 2】如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{12}{13}$, $AC = 10$, BC 等于多少? $\cos B$, $\sin A$ 呢?



► 思路分析: 这是正弦、余弦定义的进一步应用, 同时进一步渗透 $\sin(90^\circ - A) = \cos A$, $\cos(90^\circ - A) = \sin A$.

► 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 10$, $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$,

$$\therefore AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{10}{\frac{12}{13}} = 10 \times \frac{13}{12} = \frac{65}{6}, \sin B = \frac{AC}{AB} = \cos A = \frac{12}{13}.$$

根据勾股定理, 得 $BC^2 = AB^2 - AC^2 = \left(\frac{65}{6}\right)^2 - 10^2 = \frac{65^2 - 60^2}{36} = \frac{25^2}{6^2}$,

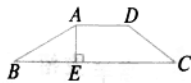
$$\therefore BC = \frac{25}{6}. \therefore \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{25}{6}}{\frac{65}{6}} = \frac{25}{65} = \frac{5}{13}, \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}.$$

技法提示

$\because \angle A + \angle B = 90^\circ$, $\therefore \sin A = \cos B = \cos(90^\circ - A)$, 即 $\sin A = \cos(90^\circ - A)$; $\cos A = \sin B = \sin(90^\circ - A)$, 即 $\cos A = \sin(90^\circ - A)$.

二、综合能力拓展

【例 3】如图所示, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB = 12$, $DC = 10$, $AE \perp BC$, 且 $AE = 6$, 求斜坡 DC 的坡度.



► 思路分析: 构造直角三角形, 然后利用梯形中的等量代换来求出 DF 和 CF 的长, 则 $\tan C$ 就可求出.

► 解: 作 $DF \perp BC$ 于点 F , 则 $DF = AE = 6$.

在 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中, $CD=10$,

$$\therefore CF = \sqrt{CD^2 - DF^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

$$\therefore \text{斜坡 } DC \text{ 的坡度为 } \frac{DF}{FC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$



技术提示

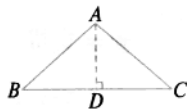
斜坡的坡度(坡比)指斜坡的铅直高度与水平宽度的比,是坡角的正切值.在解题中注意正确使用.

三、创新思维应用

【例 4】已知等腰三角形的一条腰长为 20 cm,底边长为 30 cm,求底角的正切值.

► 思路分析:作 $AD \perp BC$. 把等腰三角形的问题转化成直角三角形的问题.

► 解:过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D. $\because AB=AC, AD \perp BC$,



$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 15(\text{cm}). \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中}, AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 5\sqrt{7},$$

$$\therefore \tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{5\sqrt{7}}{15} = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

技术提示

利用等腰三角形的性质,构造直角三角形是解决问题的关键.



高手支招

④ 链接中考

本节知识的综合是对三角函数的定义与勾股定理的综合以及利用三角函数定义的存在条件构建直角三角形,利用三角函数解决相关问题.此类题目在中考中多以填空题、选择题的形式考查,有时也以解答题的形式出现,试题难度为中档题.

【例 1】2008·威海 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, \tan A = \frac{1}{3}$, 则 $\sin B$ 等于 ()

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

答案: D

点拨

利用“定义法”去解答最简捷,由 $\tan A = \frac{1}{3}$, 可设 $BC=x$, 则 $AC=3x$.

$$\therefore AB = \sqrt{(3x)^2 + x^2} = \sqrt{10}x. \therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3x}{\sqrt{10}x} = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \text{ 故选 D.}$$



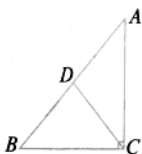
【例2】2008·温州 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的中线,已知 $CD=2$, $AC=3$,则 $\sin B$ 的值是 ()

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$



答案: C

点拨 $\because CD$ 为中线, $\therefore AB = 2CD = 4$. 又 $AC = 3$, $\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$.

故选 C.



高手支招 5 思考发现

1. 利用正切、正弦和余弦求三角函数的值是本节的重点.

2. 利用正切值、正弦值和余弦值都能判定梯子的倾斜度的大小,正弦值或正切值越大,梯子的倾斜度就越大即越陡,而余弦值越小,梯子则越陡,这与正弦和正切正好相反.

3. 在求三角函数值时,要充分利用“补图法”去构造直角三角形,将已知的条件和要求的结论转移到适合的

直角三角形中去,体现了“转化的思想方法”.

4. 运用数形结合的思想,将几何问题转化成代数问题是本节中常用的方法,即“方程的思想”或“待定系数法”的应用.

5. 一个锐角的三角函数只与这个锐角的大小有关,切勿认为与这个锐角的位置或其他方面有关,体现了它的不变性.



高手支招 6 体验成功

基础巩固

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $c = 5$, $a = 4$,则 $\sin A$ 的值为 ()

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,如果各边的长都扩大 4 倍,那么锐角 $\angle A$ 的正切值 ... ()

A. 没有变化

B. 扩大 4 倍

C. 缩小 4 倍

D. 不能确定

3. 如图所示, AB 是斜靠在墙壁上的长梯, 梯脚 B 距墙 1.6 米, 梯上的一点 D 距墙 1.4 米, $BD=0.55$ 米, 则梯子的长度为……
 ()

A. 3.85 米
 C. 4.40 米

B. 4.00 米
 D. 4.50 米

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若 $\frac{AC}{BC}=\frac{2}{3}$, 则下列各式中正确的是…… ()

A. $\sin B = \frac{2}{3}$

B. $\cos B = \frac{2}{3}$

C. $\tan B = \frac{2}{3}$

D. $\tan A = \frac{2}{\sqrt{13}}$

5. 自动扶梯 AB 段的长度为 20 m, 倾斜角为 α , 则扶梯 AB 段的坡度为_____. (用含有 α 的正弦、余弦表示)

综合应用

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $\tan A = \frac{5}{12}$, 那么 $\sin B$ 的值为 ()

A. $\frac{5}{13}$

B. $\frac{12}{13}$

C. $\frac{5}{12}$

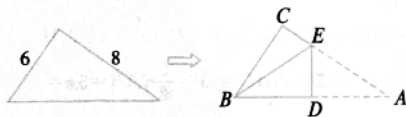
D. $\frac{12}{5}$

7. 在坡度为 1:2 的山坡上种树, 要求株距(相邻两树间的水平距离)是 6 米, 则斜坡上相邻两树间的坡面距离是_____米.

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=6$, $\sin B = \frac{3}{5}$, 求 AC 和 AB 的值.

探究创新

9. 直角三角形纸片的两直角边长分别为 6, 8, 现将 $\triangle ABC$ 如图那样折叠, 使点 A 与点 B 重合, 折痕为 DE , 则 $\tan \angle CBE$ 的值是 ()



A. $\frac{24}{7}$

B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

C. $\frac{7}{24}$

D. $\frac{1}{3}$



答案与解析

1. B 解析: 由三角函数的定义, 得 $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{4}{5}$.

2. A 解析: 由 $\tan A = \frac{a}{b}$, 得 $an : bn = a : b (n \neq 0)$. $\therefore \tan A$ 不变.

3. C 解析: 设 $AB = x$ 米, 则 $AD = x - BD = x - 0.55$ (米).

$$\because DE \parallel BC, \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC. \therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}.$$

$$\therefore \frac{1.4}{1.6} = \frac{x - 0.55}{x}, \text{ 解得 } x = 4.40 \text{ (米)}.$$

4. C 解析: 由 $\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$, 设 $AC = 2x$, 则 $BC = 3x$.

$\therefore AB = \sqrt{(2x)^2 + (3x)^2} = \sqrt{13}x$. $\therefore \sin B$ 和 $\cos B$ 及 $\tan A$ 都不正确, 只有 C 正确.

5. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ 解析: AB 段的垂直高度为 $20 \sin \alpha$, 水平长度为 $20 \cos \alpha$, $\therefore$ 它的坡度 =

$$\frac{20 \sin \alpha}{20 \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

6. B 解析: 由 $\tan A = \frac{5}{12}$, 即 $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}$. 设 $BC = 5x$, 则 $AC = 12x$. $\therefore AB =$

$$\sqrt{BC^2 + AC^2} = 13x. \therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{12x}{13x} = \frac{12}{13}.$$

7. $3\sqrt{5}$ 解析: $\because i = 1 : 2, \therefore \tan \alpha = \frac{1}{2}$ (α 为坡角). 如图所

示, $\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$. 又 $b = 6$ 米, $\therefore a = 3$ 米. $\therefore c =$

$$\sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} \text{ (米)}.$$

8. 解: 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

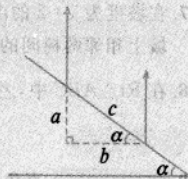
$$\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}. \text{ 设 } AC = 3x, \text{ 则 } AB = 5x.$$

$$\text{又 } \because AB^2 = AC^2 + BC^2, \therefore (5x)^2 = (3x)^2 + 6^2. \therefore 16x^2 = 36.$$

$$\therefore x = \pm \frac{3}{2} \text{ (取正值)}. \therefore AC = 3x = \frac{9}{2}, AB = 5x = \frac{15}{2}.$$

9. C 解析: 由题意可知, $AE = BE$. 设 $CE = x$, 则 $BE = AE = 8 - x$.

$$\therefore 6^2 + x^2 = (8 - x)^2. \therefore x = \frac{7}{4}. \therefore \tan \angle CBE = \frac{x}{6} = \frac{7}{24}, \text{ 故选 C}.$$



教材习题点拨

习题 1.1

1. 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=5$, $AB=13$, 由勾股定理, 得

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{5}, \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}.$$

2. 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan A = \frac{5}{12}$, 即 $\frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}$.

$$\because BC=3, \therefore \frac{3}{AC} = \frac{5}{12}, \text{解得 } AC = \frac{36}{5}.$$

3. 略.

4. 解: 设 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC=a$, $AC=b$. 则有 $\tan A = \frac{a}{b}$, $\tan B = \frac{b}{a}$.

$$\therefore \tan A \cdot \tan B = \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1, \text{即 } \tan A \text{ 与 } \tan B \text{ 的关系是互为倒数.}$$

习题 1.2

1. 解: 在直角三角形中, 由勾股定理, 得 $x = \sqrt{9^2 - (\frac{36}{5})^2} = 5.4$.

$$\therefore \sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{4}{5}, \tan \alpha = \frac{3}{4}, \sin \beta = \frac{4}{5}, \cos \beta = \frac{3}{5}, \tan \beta = \frac{4}{3}.$$

2. 略.

3. 解: 设在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, 则 $\sin A = \frac{a}{c}$, $\cos B = \frac{a}{c}$.

$$\therefore \sin A = \cos B.$$

4. 解: 由题意作图 (如图所示).

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, D 为斜边的中点,

$\therefore AB=2CD=10$. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理, 得

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$\therefore CD=AD$, $\therefore \angle A = \angle ACD$.

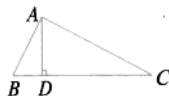
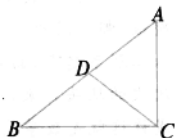
$$\therefore \sin \angle ACD = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore \cos \angle ACD = \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

$$\therefore \tan \angle ACD = \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

5. 解: (1) 当 $\angle BAC > 90^\circ$ 时, 由题意作图 (如图所示),

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理, 得





$$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore CD = BC - BD = 13 - 3 = 10.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 由勾股定理, 得

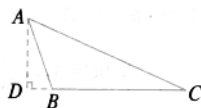
$$AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{10^2 + 4^2} = 2\sqrt{29}.$$

$$\therefore \sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{4}{2\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}.$$

(2) 当 $\angle BAC < 90^\circ$ 时, 如图所示, 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 则 D 点在 BC 的延长线上. $\therefore$ 由 $BD = 3$, 得 $CD = 16$.

$$\text{又 } AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{16 + 256} = 4\sqrt{17},$$

$$\therefore \sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{4}{4\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}.$$



STS

数学——身边的学问

克莱因曾说: 音乐能激发或抚慰情怀, 绘画能使人赏心悦目, 诗歌能动人心弦, 哲学可以获得智慧, 但数学能提供以上的一切. 在社会高速发展的今天, 将赋予数学更大的使命, 从生活中学数学, 到生活中用数学, 摆脱枯燥的计算求解, 去发现身边的学问, 乐趣自在其中.

昔日枯燥的数学课堂, 如今已消失得没了踪影, 我们往往因一道有关生活的“趣题”而各抒己见, 争论得面红耳赤, 思路也就在这不经意间被拓展了, 这样的学习氛围不但引发了我们学习的乐趣, 而且在学习过程中还增长了生活知识, 逐渐做到学为我用.

“学用杯”数学竞赛的试题, 题目都源于生活, 如废品如何再利用、游戏中的跷跷板、邮资问题等. 这些都时时发生在我们身边, 只是在生活中不曾把它们与数学知识联系起来, 面对试题, 不断寻找线索, 快速思考, 联系实际, 一次次的错误, 一次次的从头再来, 一次次越过障碍, 直到得到满意的答案, 心情也随之起起伏伏, 或许这就是数学最高深的乐趣之一吧, 在生活中学习, 在学习中生活.

数学使人思维敏捷, 生活又使人观察力敏锐, 将二者完美地结合起来, 也就是学习生活中的数学, 这是成才的第一步, 也是最重要的一步.