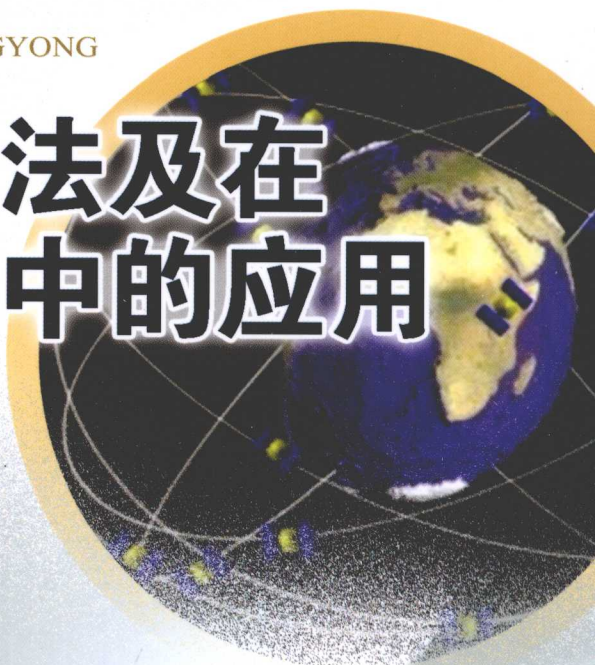


中国地质大学学术著作出版基金
国家自然科学基金(60873107) 联合资助
中国地质大学计算机学院专著出版基金

DUO MUBIAO YOUHUA SUANFA JI ZAI
WEIXING XINGZUO SHEJI ZHONG DE YINGYONG

多目标优化算法及在 卫星星座设计中的应用

戴光明 王茂才 著



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

中国地质大学学术著作出版基金
国家自然科学基金(60873107) 联合资助
中国地质大学计算机学院专著出版基金

多目标优化算法及 在卫星星座设计中的应用

戴光明 王茂才 著



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

多目标优化算法及在卫星星座设计中的应用/戴光明,王茂才著. —武汉:中国地质大学出版社,2009.11

ISBN 978-7-5625-2429-8

I. 多…

II. ①戴…②王…

III. ①多目标(数学)-最优化算法-应用-卫星-星座-设计

IV. P185

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 196959 号

多目标优化算法及在卫星星座设计中的应用

戴光明 王茂才 著

责任编辑:段连秀

策划编辑:段连秀

责任校对:张咏梅

出版发行:中国地质大学出版社(武汉市洪山区鲁磨路 388 号)

邮政编码:430074

电 话:(027)67883511

传 真:67883580

E-mail:cbb@cug.edu.cn

经 销:全国新华书店

<http://www.cugp.cn>

开本:787 毫米×980 毫米 1/16

字数:173 千字 印张:7.875

版次:2009 年 11 月第 1 版

印次:2009 年 11 月第 1 次印刷

印刷:武汉市教文印刷厂

印数:1—1 000 册

ISBN 978-7-5625-2429-8

定价:25.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换



前言

多目标优化问题一直是科学和工程领域的一个难题和热点问题,在演化算法应用到这一领域以前,已经产生了许多传统的方法,传统的方法存在探索未知空间的能力不强、容易陷入局部极值点、对问题的内部信息过于敏感等问题,而演化算法具有处理大的问题空间的能力,在一次演化过程中可以得到多个可行解,对问题域的先验知识没有要求,对函数定义域的凸性不敏感。研究表明,演化算法非常适合于求解多目标优化问题。近年来多目标演化算法的研究成为一个热门的研究领域,引起了众多学者的浓厚兴趣,并涌现出了许多优秀的多目标优化演化算法(MOEAs),如 SPEA、MOGA、NSGA、NSGA-Ⅱ、PAES、MEES 等。本书重点讨论和研究了非支配排序遗传算法(NSGA-Ⅱ)、强度 Pareto 演化算法(SPEA2)和基于指标的演化算法(IBEA)。

NSGA-Ⅱ 是 NSGA 算法的改进,在 NSGA 的基础上加上了精英策略、密度值估计策略和快速非支配排序策略,在很大程度上改善了 NSGA 的缺点。但 NSGA-Ⅱ 采用的 SBX 交叉算子和变异算子性能相对较弱,从而在一定程度上限制了算法的搜索性能,使得 NSGA-Ⅱ 在种群的多样性保持和收敛速度方面尚不能令人满意,并且在解决高维问题上,解集分布度也不是很理想。书中提出了一种改进的 NSGA-Ⅱ 算法:①NSGA-Ⅱ 中采用 SBX 交叉算子,并将多父体算术交叉算子也引入 NSGA-Ⅱ。将这两种交叉算子有机结合可以提高算法的效率。在运行初期,SBX 有助于算法探索未知空间信息,而在后期,有利于算法继续探索和积累有关解的知识和信息,从而有利于不同个体的积累与解集的多样性保护;多父体算术交叉可使得解集的多样性呈指数增长,从而能够提高算法探索未知空间的时间效率。②将高斯变异和柯西变异引入 NSGA-Ⅱ。柯西变异算子和高斯变异算子分别具有良好的局部逃逸和局部搜索能力,将这两种变异算子进行有机结合可以提高算法的效率。③将模拟退火算法引入到

NSGA-II 中。在高维问题上,解集分布度比较均匀。通过对 Deb 文献所列举的典型的测试函数(ZDT1-ZDT3、ZDT6)进行了计算,并与由 NSGA-II 计算得到的结果进行比较。测试结果表明,与 NSGA-II 相比较,改进后的算法能更好地收敛到 Pareto 最优解。使用多父体算术交叉算子和 NSGA-II 算法中的 SBX 交叉算子,提高了算法的搜索性能;同时,使用高斯变异和柯西变异算子,更好地维持了种群的多样性,提高算法的效率。解集分布基本与 Pareto 前沿重合。

强度 Pareto 演化算法简称 SPEA2,是一种基于 Pareto 最优思想的多目标优化算法。算法利用外部存储、截断技术和适应度赋值,保证了每一代种群不断向 Pareto 前沿逼近。但在对强度 Pareto 演化算法研究的过程中发现,虽然算法使用了成熟的选择技术和外部存储技术来保留优秀个体,但交叉变异却使用的是最基本的二进制单点交叉变异算子,这样就大大降低了算法的效率,并且不能保证种群的多样性和算法的收敛性。针对这些问题,本书采用实数编码的算术交叉算子和高斯变异算子对强度 Pareto 演化算法进行改进。使用改进后的算法对标准测试函数进行测试,与 SPEA2 的实验结果对比后发现,改进后的 SPEA2 算法效率得到了提高,种群的多样性和算法收敛性也得到了一个较好的平衡。

IBEA 分配适应度的方法独特且计算简单,没有使用任何传统的多样性保护技术,算法运算速度快,收敛性好,得到的解的质量高,并且它的性能不会随着所求解问题目标维数的增加而迅速下降。然而对于某些测试问题,IBEA 在保持解的多样性方面的表现较差,本书针对其在保持解的多样性方面的缺点对原算法进行了改进,测试表明改进后的 IBEA 不仅保持了原算法的各项优点,而且使原算法在保持解的多样性方面有了较大的改善。与其他优秀的基于 Pareto 的 MOEAs 相比,改进后的 IBEA 具有更好的鲁棒性和通用性。

随着现代小卫星技术全面迅速地发展,星座技术逐渐在通讯、导航、气象、定位、空间探测和科学实验等方面得到越来越广泛的应用。目前世界上许多国家都希望建立自己的区域覆盖卫星通信系统。中、低轨道系统与同步轨道系统相比,具有传播延时短、传输损耗小、节省运载器成本、提高有效载荷分辨率等突出优点,所以中、低轨道区域覆盖星座的设计研究已成为当务之急。中、低轨

道区域覆盖星座优化设计涉及多个特征点和多项优化指标,是一种比较典型的多目标优化问题。

本书在对多目标优化算法 NSGA-II、SPEA2、IBEA 和卫星星座优化设计系统介绍的基础上,对这些多目标优化算法进行了深入分析和研究,并将研究成果成功地应用到低轨道区域覆盖星座的优化设计中。书中对具体的区域覆盖星座模型进行优化,并结合 STK 软件进行仿真,仿真结果表明,NSGA-II、SPEA2、IBEA 对于求解区域星座优化设计问题是有效的,可以在给定条件下获得覆盖性能良好的星座方案,可以为星座方案决策提供有力的支持。

本书共分六章,主要内容包括:首先对三种典型的多目标演化算法非支配排序遗传算法(NSGA-II)、强度 Pareto 演化算法(SPEA2)和基于指标的演化算法(IBEA)进行了分析,特别在种群初始化、算子设计等方面进行了理论研究;然后,将研究成果成功地应用到了低轨区域覆盖星座的优化设计中,并结合 STK 软件进行了仿真。仿真结果表明,NSGA-II、SPEA2、IBEA 对于求解区域星座优化设计问题是有效的,可以在给定条件下获得覆盖性能良好的星座方案,可以为卫星星座设计方案决策提供有力的支持。

本书的研究工作得到“十一五”国防科技工业民用专项科研技术研究项目、国家自然科学基金(60873107)、湖北省自然科学基金(2008CoB348)等的资助,在此表示深深的谢意!

中国国际战略学会安全战略研究中心陶家渠研究员为本书的研究工作提供了很多帮助。中国地质大学计算机学院空间任务分析与设计课题组李晖、彭雷、武云、胡霍真、张景成、石红玉、李晓萌等做了大量细致的研究工作。总之,本书是课题组集体智慧的结晶。

本书的出版还得到了中国地质大学学术著作出版基金、中国地质大学计算机学院专著出版基金资助,在此深表谢意。

由于作者水平有限,书中不足和错误在所难免,恳请专家、读者批评指正。

作 者

2009 年 9 月

目 录

第一章 绪 论	(1)
§ 1.1 多目标优化问题	(1)
1.1.1 多目标优化问题概述	(1)
1.1.2 多目标优化基本概念和术语	(3)
1.1.3 多目标优化算法的分类	(6)
§ 1.2 卫星星座优化设计概述	(10)
1.2.1 卫星星座的定义与分类	(10)
1.2.2 星座优化设计研究概况	(13)
第二章 非支配排序遗传算法 NSGA-II	(15)
§ 2.1 NSGA-II 算法	(15)
2.1.1 快速的非劣解分类方法	(16)
2.1.2 虚拟适应度的计算	(16)
2.1.3 选择运算	(16)
2.1.4 精英保留策略	(17)
§ 2.2 NSGA-II 算法的改进	(18)
2.2.1 交叉算子的改进	(18)
2.2.2 变异算子的改进	(19)
2.2.3 引入 SA	(20)
§ 2.3 算法流程	(23)
§ 2.4 实验结果	(24)
第三章 强度 Pareto 演化算法 SPEA2	(27)
§ 3.1 SPEA2 的设计策略	(27)
3.1.1 适应度赋值策略	(28)

3.1.2 最优个体保留策略.....	(29)
§ 3.2 SPEA2 的算法流程	(31)
§ 3.3 SPEA2 算法的改进	(32)
3.3.1 对交叉算子的改进.....	(32)
3.3.2 对变异算子的改进.....	(32)
§ 3.4 实验结果.....	(33)
§ 3.5 SPEA2 和 NSGA-II 的比较分析	(36)
第四章 基于指标的演化算法 IBEA	(38)
§ 4.1 多目标优化算法的性能评估.....	(38)
§ 4.2 搜索算法的性能指标.....	(39)
§ 4.3 基于指标的演化算法.....	(41)
4.3.1 多目标演化算法及其选择策略.....	(41)
4.3.2 基于指标的选择策略.....	(44)
4.3.3 算法流程.....	(46)
4.3.4 存在的问题及其改进.....	(48)
§ 4.4 测试与分析.....	(51)
4.4.1 性能评价标准.....	(51)
4.4.2 测试比较一.....	(52)
4.4.3 测试比较二.....	(56)
4.4.4 测试比较三.....	(60)
第五章 卫星轨道和星座相关理论	(77)
§ 5.1 空间坐标系.....	(77)
5.1.1 天球坐标系.....	(77)
5.1.2 地球坐标系.....	(78)
5.1.3 卫星测量中常用坐标系.....	(78)
§ 5.2 时间系统.....	(80)
§ 5.3 二体轨道.....	(80)
§ 5.4 卫星轨道根数与星历计算.....	(82)
5.4.1 卫星轨道根数.....	(82)

5.4.2 星历计算.....	(83)
§ 5.5 卫星轨道摄动.....	(86)
5.5.1 摄动方程和精确定轨.....	(86)
5.5.2 地球非球形引力摄动.....	(87)
§ 5.6 星下点轨迹.....	(89)
§ 5.7 星座覆盖性能指标.....	(93)
§ 5.8 覆盖角判定法.....	(95)
第六章 卫星星座多目标优化设计	(97)
§ 6.1 星座优化设计模型.....	(98)
6.1.1 星座优化设计的基本准则.....	(98)
6.1.2 低轨星座模型的建立.....	(98)
§ 6.2 低轨星座模型相关设定	(100)
6.2.1 低轨星座控制参数的设定	(100)
6.2.2 目标函数的设定	(101)
§ 6.3 覆盖角法分析卫星星座的覆盖	(101)
§ 6.4 基于 NSGA-II 的星座优化设计	(102)
6.4.1 卫星星座优化流程	(102)
6.4.2 卫星星座优化仿真设计	(104)
§ 6.5 基于 SPEA2 的星座优化设计	(105)
6.5.1 SPEA2 星座优化设计流程	(105)
6.5.2 实验结果及分析	(106)
§ 6.6 基于 IBEA 的星座优化设计	(107)
6.6.1 IBEA 星座优化设计流程	(107)
6.6.2 仿真与分析	(107)
参考文献.....	(112)

第一章 绪 论

§ 1.1 多目标优化问题

1.1.1 多目标优化问题概述

现实世界中大多数优化问题都涉及到多个目标,并且大多数情况下这些目标不可比,它们的数值不能直接进行优劣关系的比较,另外,目标之间经常是相互冲突的,在不降低一种目标值的情况下,不能任意提高其他目标的性能,而只能在各个目标之间取均衡后的结果。例如投资问题,一般希望所要投入的资金最少,风险最小化,所得的投资收益最大,这种多个数值目标在给定区域上的最优化问题就是多目标优化问题(Multiobjective Optimization Problem, MOP)。

多目标优化是近 30 年来迅速发展起来的一门新兴学科,属于应用型基础课题,有着重要和广泛的应用价值。随着理论研究的不断深入,其应用范围日益广泛,已经涉及到过程控制、航空航天、人工智能、计算科学、许多实际复杂系统的设计、建模和规划问题等诸多领域。

解决多目标问题的最终手段是在各子目标之间进行协调权衡和折中处理。求解多目标问题的传统方法是多目标优化问题转为单目标优化问题,再利用经典方法求解。这样求出的单目标优化问题的解近似对应于多目标优化问题的 Pareto 最优解集。这类方法的关键技术是如何将多目标问题转为单目标问题。常用的传统的转化方法有线性加权法、约束法、目标规划法、极大极小法等(Steuer, 1986)。在这些传统方法中,一些成熟的单目标优化技术可以直接被利用,这使得传统方法有一定的吸引力和优越性,这也是传统方法一度很流行的主要原因。但是传统方法存在一些局限性,这些局限性主要包括以下几点(Horn, 1997b; 崔逊学, 2006):

(1) 一些古典方法如加权法在求解多目标优化问题时,对 Pareto 最优前沿的形状很敏感,不能很好地处理前沿的凹部。

(2) 求解问题所需的与应用背景相关的启发式知识经常不能获得,导致无法正常实施优化或优化效果很差。

Deb(1999)曾研究过这些方法的一些其他潜在的问题,例如使用领域范围的限制等。

另外,传统方法共同存在的一个关键的致命问题就是为了获得 Pareto 最优解集必须运行多次优化过程,但是由于各次优化过程是相互独立的,所以往往得到的结果很不一致,令决策者很难有效地作出决策,并且运行的巨大时间开销也降低了求解问题的效率。

20 世纪 80 年代中期以来,演化算法开始应用于多目标优化领域并逐渐代替传统方法,为解决多目标优化问题开辟了一条新路。由于演化算法基于种群的搜索方式实现了搜索的多向性和全局性,一次计算就可以得到多个有效解集。此外,演化计算不需要许多数学上的必备条件就可以处理所有类型的目标函数和约束条件,解题的范围大大扩展;而且演化算法对目标最优均衡面的形状和连续性不敏感,可以很好地逼近非凸性或不连续的均衡面。大量事例和迹象表明演化算法的机理非常适合求解多目标优化问题,甚至有人认为,在多目标优化领域演化算法要优于其他盲目搜索方法(崔逊学,2006;Fonseca and Fleeting, 1995)。虽然这种提法的严密性与最优化领域中的“没有免费的午餐(No Free Lunch)”定理不太吻合,但迄今为止确实还没有找到其他方法比演化算法更能有效地解决多目标优化问题(崔逊学,2006;Wolper and Macready, 1997; Horn, 1997a)。用演化算法求解多目标优化问题的方法被称为多目标演化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithms, MOEAs)。目前,多目标演化算法已经成为进化算法应用研究的热点之一。

自从 1967 年 Rosenberg 在其博士学位论文中提出可用遗传搜索算法来求解多目标的优化问题(Rosenberg, 1967)以来,有关这一领域的研究增长非常迅速。特别是在近十几年中,国际会议和权威期刊中有关多目标演化算法方面的论文显著增多,同时,多目标演化算法方面的会议也越来越多,声势越来越大,如 Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO), Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO), Congress on Evolutionary Computation (CEC) 等等。该领域走在前列的国家和地区有美国、印度、墨西哥和欧洲等。

近十几年来,国内外涌现出许多种有效的求解多目标问题的演化算法,早期的多目标演化算法都是演化算法和一些经典的多目标优化技术结合的产物,它们普遍效率不高、局限性大、鲁棒性差。之后出现了基于多种群的 VEGA、基于字典序的方法、基于博弈论的方法,等等,这些方法的特点是实用性差、解的精度不高、不能保证求得最优解(赵瑞,2005)。

目前的多目标演化算法的研究热点是采用 Pareto 机制的多目标优化技术,它也是研究多目标演化算法中最主流的方法。比较有名的典型算法如 Fonseca 和 Fleming(1993)提出的 MOGA, Srinivas 和 Deb(1994)提出的 NSGA、NSGA-II (Deb *et al.*, 2000), Knowles 和 Corne(1999a, 1999b, 1999c)提出的 PAES, Zitzler 和 Thiele(1999, 2001)提出的 SPEA、SPEA2, Corne 等(2000)提出的 PESA, Coello and Pulido (2001a, 2001b)提出的微遗传算法。这些算法及其改进形式在实际多目标优化问题中得到了成功的应用,并已成为多目标演化算法研究的基石。当前,多目标演化算法作为一种优化工具在解决工程技术、经济、管理、军事和系统工程等众多方面的问题中越来越显示出它强大的生命力。

1.1.2 多目标优化基本概念和术语

定义 1 多目标优化问题(Multiobjective Optimization Problem, MOP)

一般多目标优化问题可用数学表达式描述(崔逊学, 2006)为:

$$\begin{aligned} \text{Min } y &= f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] \\ \text{Subject to } g(x) &= [g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)] \leq 0 \end{aligned} \quad (1-1)$$

其中 n 维决策向量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$, k 维目标向量 $y = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in Y$, X 表示决策向量形成的决策空间, Y 表示目标向量形成的目标空间, 而 $g(x)$ 为约束条件, 它决定了决策向量的可行取值范围。优化函数将决策向量 x 映射到目标向量 y , 记作 $F: \Omega \rightarrow \Lambda$ 。这里我们考虑的是最小化问题, 由于最大最小化问题可以互相转换, 所以对于最大化问题有着相似的定义。若假设决策变量 x 的个数 $n=2$, 目标函数的个数 $k=3$, 在无约束的条件下 ($m=0$) 映射关系如图 1-1 所示:

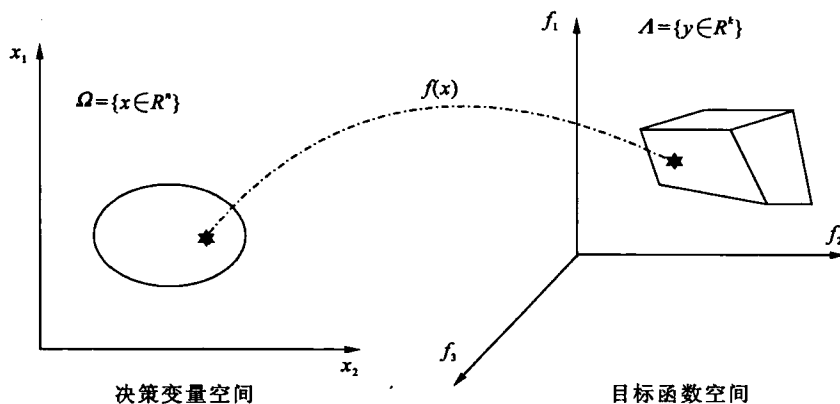


图 1-1 多目标优化函数映射关系

定义 2 可行解集

可行解集 X_f 为所有满足约束条件的决策向量 x 的集合, 即:

$$X_f = \{x \in X \mid g(x) \leq 0\} \quad (1-2)$$

那么相对应的目标空间为:

$$Y_f = f(X_f) = Y_{x \in X_f} \{f(x)\} \quad (1-3)$$

定义 3 Pareto 优胜关系(Pareto Dominance)

对于两个目标向量 z^1 和 z^2 , 它们之间的关系有:

(1) 严格优于关系“ $\succ$ ”:

如果 z^1 在所有目标上都好于 z^2 , 则称 z^1 严格优于 z^2 , 表示为 $z^1 \succ z^2$ 。

(2) 优于关系“ $>$ ”:

如果 z^1 在所有目标上都不差于 z^2 , 并且至少在一个目标上 z^1 要好于 z^2 , 则称 z^1 优于 z^2 , 表示为 $z^1 > z^2$ 。

(3) 弱优于关系“ $\geq$ ”:

如果 z^1 在所有目标上都不差于 z^2 , 则称 z^1 弱优于 z^2 , 表示为 $z^1 \geq z^2$ 。

(4) 不可比较关系“ $\parallel$ ”:

如果 z^1 既不弱优于 z^2 又不被 z^2 弱优于, 则称 z^1 与 z^2 不可比较, 表示为 $z^1 \parallel z^2$ 。

(5) 无差别关系“ $\sim$ ”:

如果 z^1 在所有目标上都与 z^2 相等, 则称 z^1 无差别于 z^2 , 表示为 $z^1 \sim z^2$ 。

定义 4 Pareto 最优解、Pareto 最优解集和 Pareto 前沿

对于集合 $A \subseteq X_f$, 决策向量 $x \in X_f$ 为非劣的, 当且仅当:

$$\nexists a \in A: a > x \quad (1-4)$$

即当且仅当 x 在 X_f 中是非劣的, 决策向量 x 才是 Pareto 最优解。Pareto 最优解之间是无差别关系, 所有 Pareto 最优解的集合称为 Pareto 最优解集, 如果对应到图形上, 二维目标函数的 Pareto 最优解集对应曲线, 称为 Pareto 前沿 (Pareto Front); 三维目标函数的 Pareto 最优边界构成曲面 (Pareto Surface), 三个以上的最优边界构成超曲面。因为几个解可能会映射到同一个目标向量, 所以 Pareto 前沿中所包含的最优目标向量的数量可能不会与 Pareto 最优解集中解的数量相同。

通常多目标问题的最优解会落在搜索区域的边界线(面)上。如图 1-2 所示, 实心弧线和虚线构成目标函数可行解区域。点 A、B、C、D、E、F 处在最优边界上, 实心弧线为 Pareto 前沿; 其余的点 G、H、I、J、K、L 分布在可行目标向量区域内, 但不是最优的, 它们直接或间接接受 Pareto 最优前沿上的点支配。

定义 5 Pareto 近似解集和 Pareto 近似前沿 (Knowles *et al*, 2006)

多目标优化问题的搜索空间中包含很多决策向量, 目标空间中包含很多目标向量, 搜索的焦点是相互之间不可比较的解 (即对于任意的两个解 x_1, x_2 , 其中的任何一个不弱优于另外一个) 的集合, 这里称为 Pareto 近似解集, 于是相互之间不可比较的目标向量的集合在这里被称为 Pareto 近似前沿。

可以将定义 3 中用于表示决策向量和目标向量之间关系的 Pareto 优胜关系进行扩展用来表示 Pareto 近似解集和 Pareto 近似前沿之间的关系。表 1-1 给出了目标向量和近似

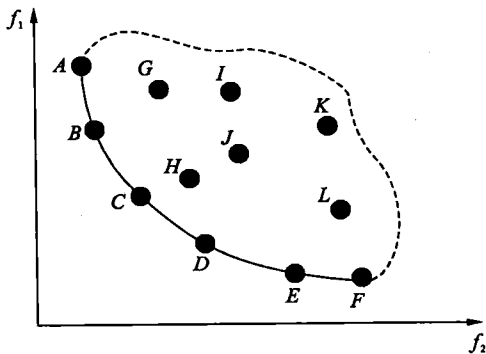


图 1-2 双目标 Pareto 前沿分布示意图

解集之间所有的对应关系。

表 1-1 目标向量和近似解集之间的对应关系

关 系	目 标 向 量		近 似 解 集	
严格优于	$z^1 \succ z^2$	z^1 在所有目标上都好于 z^2	$A \succ B$	任意 $z^2 \in B$ 都被至少一个 $z^1 \in A$ 所严格优于
优 于	$z^1 \succ z^2$	z^1 在所有目标上都不差于 z^2 并且至少在一个目标上 z^1 要好于 z^2	$A \succ B$	任意 $z^2 \in B$ 都被至少一个 $z^1 \in A$ 所优于
好 于			$A \triangleright B$	任意 $z^2 \in B$ 都被至少一个 $z^1 \in A$ 所弱优于并且 $A \neq B$
弱优于	$z^1 \succeq z^2$	z^1 在所有目标上都不差于 z^2	$A \succeq B$	任意 $z^2 \in B$ 都被至少一个 $z^1 \in A$ 所弱优于
不可比较	$z^1 \parallel z^2$	z^1 既不弱优于 z^2 又不被 z^2 弱优于	$A \parallel B$	B 既不弱优于 A 又不被 A 弱优于

定义 6 全局 Pareto 最优和局部 Pareto 最优

(1) 集合 A 称为局部 Pareto 最优集, 当且仅当:

$$\forall a \in A; \nexists x \in X_f: x \succ a \wedge \|x - a\| < \varepsilon \wedge \|f(x) - f(a)\| < \delta \quad (1-5)$$

其中 $\|\cdot\|$ 是相关距离的模, $\varepsilon > 0, \delta > 0$ 。

(2) 集合 A 称为全局 Pareto 最优集, 当且仅当:

$$\forall a \in A; \nexists x \in X_f: x \succ a \quad (1-6)$$

如图 1-3 所示, 实线为全局 Pareto 最优前沿, 虚线部分为局部 Pareto 最优前沿。局部 Pareto 最优前沿对应的并非 Pareto 最优解, A 点表示的决策向量就优于局部 Pareto 最优前沿。

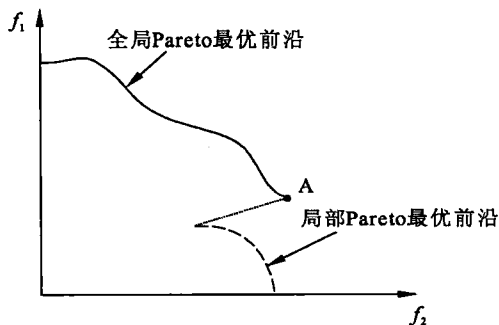


图 1-3 目标空间的局部和全局最优解前沿示意图

1.1.3 多目标优化算法的分类

通过这些年的发展,多目标优化算法大致可以分为三类:①聚合法,这种方法是将多个目标聚合成一个目标函数来进行优化;②基于群体的非 Pareto 法;③基于 Pareto 的方法。

1.1.3.1 聚合法

传统的方法是将多个目标聚合成一个函数,这类方法主要有:加权法(weighting method)(Cohon, 1978)、约束法(constraint method)(Cohon, 1978)、目标规划法(goal programming)(Steuer, 1986)、混合法和最大最小法(minmax method)(崔逊学等,2001),等等。

1. 加权法(weighting method)

这种方法将所有的目标函数乘以不同的权重,再加和起来作为有待优化的单一目标。不同的权重将得到不同的结果,而对于如何选取权重知之甚少,所以用权重法求解的一种方法就是采用各种不同的权重,从而得到一组解,但是这时仍然需要决策者从这些可行解中根据自己的要求做出最佳选择。

$$Z = \sum_{i=1}^k \omega_i f_i(x) \quad (1-7)$$

其中 $x \in X_f$, X_f 为可行域。

权系数 ω_i 是一小数($0 \leq \omega_i \leq 1$),所有的权系数之和为 1,即

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \quad (1-8)$$

这一方法中最优解由权系数向量 ω 控制。

2. 目标规划法(goal programming)

Charnes and Ijiri 提出了线性模型的目标规划法,在解决工业问题的计算中起到相当重要的作用(杨颖和王琦,2005;Rosenberg, 1967)。在这种方法中,决策者需要确定每一个目标函数所要达到的值,这些要求作为额外的约束条件引入到问题中去。于是目标函数就转化为最小化这些目标函数值与相应要求值之间的差距。这种方法的最简单的模型就是:

$$\min \sum_{i=1}^k |f_i(x) - T_i|, \quad x \in X_f \quad (1-9)$$

其中 T_i 表示决策者对于第 i 个目标函数 $f_i(x)$ 的理想的目标值, X_f 表示可行域。这样优化问题就可以转化为最小化所有目标函数实际可以达到的值和理想目标值之间差的绝对值之和,此种方法称为目标向量优化法。这种方法的主要缺点是:如果目标值点选在可行域内则优化结果可能产生支配解,若求解之前知道每一个目标函数的目标值,这种方法将是一种十分有效的方法,并且计算量较小。然而和线性加权法一样,该方法也要求决策者事先决定目标值,可是在优化开始的阶段,由于对搜索空间的形状及其他特征缺乏足够的认识,使

得这个目标值的确定具有主观性和随意性。并且,若可行域是难以达到的,那么这种方法也会变得效率低下。因此,此法适用于目标函数是线性的或者是部分线性的情况,对于非线性情况可能不太适用。

3. 最小最大法(minmax method)

这一方法试图最小化个体最优的单个目标函数的相关偏差,也就是尽可能最小化目标冲突。对于最小化问题,相应的最小最大问题的通式如下:

$$\text{Minimize } F(x) = \max[Z_j(x)], \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1-10)$$

其中 $x \in X$, X 为可行域; $Z_j(x)$ 由非负目标最优值 $\bar{f}_j > 0$ 如下计算得到:

$$Z_j(x) = \frac{f_j - \bar{f}_j}{f_j}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1-11)$$

当要优化的目标优先权相同时,这一方法能产生最好的折中解。通常可通过引入小范围权重改变每一目标的优先权,也可以引入需求标准矢量化为目标规划技术。

1.1.3.2 基于群体的非 Pareto 法

1. Aggregating Approaches

这种方法采用 fitness combination 方法(线性或非线性的),对所求取的个体适应度进行选择操作的一类方法,每次运行时产生一组解。不足之处是因为采用了带权组合法求个体的适应度,因此,将会丢失一些属于最优边界上的解。

2. Vector Evaluated Genetic Algorithm(VEGA)

向量评估遗传算法 VEGA(Steuer, 1986)将一个规模为 M 的群体分成 k 个子群体并分别针对不同的子目标进行进化,每个子群体规模为 M/k (k 为目标数),然后将 k 个子群体混合到一起进化。其优点是简单、易于实现,一次运行可以产生多个解,不足之处是当 True Pareto Front 呈非凸时难以找到最优解。

3. Lexicographic Ordering

Fourman 于 1985 年提出首先将目标按重要性排序,然后依次选择目标进行优化;也可以在每一代进化中随机地选择一个目标进行优化。

4. 可变目标权重聚合法(HLGA)

HLGA 是基于权重理论,按适应度分配使用各目标函数加权和方法。但与传统的权重方法不同。为了并行搜索,每个个体的适应度即目标函数权重的组合各不相同,问题解和权重同时实施进化操作。

5. The ϵ -constraint Method

这种方法提出对所有目标函数中首要的一个进行最小化,而将其余各个目标函数视为在某种程度上 ϵ_i 可以违反的约束条件,然后通过选取不同的 ϵ_i 可以得到非劣解集。这种方法最明显的缺点就是耗时太多,而且如果某个问题具有太多目标函数时,针对其进行编码时可能会有很大困难,甚至不可能。这种方法还试图找到一些较非劣解稍次的解,但是在某些

实际问题(如结构优化)中是不合适的。

6. Target-vector Approaches

这种方法的特点在于将一个目标与其期望的目标之间的距离作为组合适应度。

不基于 Pareto 优化的方法,其主要优点是简单、易于实现,同时具有较高的效率;最大的不足是限制了搜索空间,从而不能找出所有的可能解。

1.1.3.3 基于 Pareto 优化的方法

1. Pure Pareto Ranking

这种方法引入了 Pareto Rank 机制来实现选择操作,不足之处是通用性不好,因为它需要依据具体的优化问题来选择维持解群体多样性的方法。

2. MOGA

Fonseca 和 Fleming 提出算法 MOGA(Multiobjective Genetic Algorithm)(Fonseca and Fleming, 1993)。它采用了基于一代个体数量的排序方法:如果个体 x_i 在 t 这一代有 p_i 个体优于它,那么它的等级(即 rank)就是 $\text{trank}(x_i, t) = 1 + p_i$,所有的非劣解的等级都为 1,而那些较次的点则 t 根据在 trade-off 平面上对应域的种群密度加上一个惩罚函数。MOGA 主要的不足是如果小生境信息是基于目标函数的,那么两个具有相同目标函数向量的不同的个体是无法在同一代种群中存在的,而这样两个解可能恰恰就是决策者想要得到的结果。这种方法的优点是效率较高,而且易于实现。

3. NSGA

Srinivas 和 Deb 等基于个体的多层次分类,提出了新的构造非支配集的方法,即非支配排序遗传算法 NSGA(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm)(Srinivas and Deb, 1994)。首先通过一个二重循环计算每个个体的 n_i 和 s_i ,其中 n_i 记录支配个体 i 的个体数, s_i 记录被个体 i 支配的个体的集合。按方法 $P_k = \{\text{所有个体 } i \mid n_i - k + 1 = 0\}$ 求支配集和非支配集,其中 P_1 为非支配集(即当 $n_i = 0$ 时,个体 i 是非支配的),其他的为支配集。

4. NPGA 和 NPGA2

Horn 和 Nafpliotis 基于 Pareto 支配关系,提出了基于小生境的进化算法 NPGA(Niched-Pareto Genetic Algorithm)(Jeffrey and Nicholas, 1993)。随机地从进化群体中选择两个个体,再随机地从进化群体中选取一个比较集 CS,如果其中一个个体不受 CS 的支配,则这个个体将被选中参与下一代进化,否则采用小生境技术(niching)实现共享来选取其中之一参与下一代进化。NPGA 的主要优点是运行效率比较高,且能获得较好的 Pareto 最优边界。不足之处是小生境半径的选取与调整比较困难。Erickson 于 2001 年提出了 NPGA2,它采用了 Pareto Ranking 机制,同时也保留了锦标赛选择,另外还采用了 Oei 于 1991 年提出的改进的共享适应度策略来计算小生境值。不足之处是通用性不好,因为它需要依据具体的优化问题来选择维持解群体多样性的方法。

后来引入了外部集这个概念,外部集存放的是当前代的所有非支配个体,从而使解集保