



全国高等职业教育示范专业规划教材
机械设计制造专业

工程力学

王亚双 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



全国高等职业教育示范专业规划教材
机械设计与制造专业

工 程 力 学

主 编 王亚双
副主编 赵玲亚
参 编 王艳彩 马 峻
宋 伟 侯如颖
主 审 孙宗华



机械工业出版社

本书是根据“以服务为宗旨，以就业为导向，以能力为本位”的职业教育办学方针，针对新形势下高等职业院校的生源现状和就业需要而编写的，体现了“以培养职业能力为核心、以工作实践为主线、理论与实践一体化”的课程改革思路。适合高等职业院校机类、近机类专业使用，也可作为职业技术培训教材或供有关技术人员参考。

本书主要内容包括静力学和材料力学两部分。每章都用一个工程中常见的实例导入新课程内容，激发学生的学习兴趣，并进行详细的讲解。本书通俗易懂，侧重基本概念和基本方法的阐述，同时注意理论与实践的紧密结合，增强了教学适用性。

图书在版编目（CIP）数据

工程力学/王亚双主编. —北京：机械工业出版社，2009.8
全国高等职业教育示范专业规划教材. 机械设计与制造专业
ISBN 978-7-111-27968-6

I. 工… II. 王… III. 工程力学—高等学校：技术学校—教材
IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 135250 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：王海峰 责任编辑：刘良超

版式设计：霍永明 责任校对：姜 婷

封面设计：鞠 扬 责任印制：洪汉军

北京瑞德印刷有限公司印刷（三河市胜利装订厂装订）

2009 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·14 印张·340 千字

0001-4000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-27968-6

定价：24.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010)88361066

门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010)68326294

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010)88379649

封面无防伪标均为盗版

读者服务部：(010)68993821

前 言

为深入贯彻落实教育部《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》（教高〔2006〕16号）精神，适应当前高等职业教育“大力推行工学结合，突出实践能力培养，改革人才培养模式”的教学改革需要，体现工学结合的职业教育特色，在机械工业出版社的大力支持下，我们组织了几名具有丰富教学经验的教师编写了这本《工程力学》。

本书主要包括静力学和材料力学两部分。每章都用一个工程中常见的实例导入新课程内容，激发学生的学习兴趣。编写过程中力争做到：精简内容，降低难度，减少理论，加强应用。本书通俗易懂，侧重基本概念和基本方法的阐述，同时注意理论与实践的紧密结合，增强了教学适用性。

本书由王亚双任主编，赵玲亚任副主编。其中绪论、第5、11章由王亚双编写，第1、2章由赵玲亚编写，第3、4章由宋伟编写，第6、7章由侯如颖编写，第8章由马峻编写，第9、10章由王艳彩编写。全书由孙宗华主审。

本书在编写过程中得到了机械工业出版社高职教育分社及廊坊职业技术学院各级领导、教师的大力支持和帮助，在此一并表示感谢。

借本书出版之际，特别对廊坊恒宇工具有限公司总经理孙宗华教授级高级工程师给予的指导和帮助表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免出现缺点和错误，恳请读者批评指正。

编 者
2009年3月

目 录

前言

绪论	1
----------	---

第一部分 静 力 学

第 1 章 静力学基础	3	3.1 力对点之矩	30
1.1 静力学基本概念	3	3.2 力偶	31
1.2 静力学公理	5	3.3 平面力偶系的合成与平衡	33
1.3 约束与约束反力	6	3.4 力的平移定理	36
1.4 受力分析与受力图	10	小结	37
小结	13	习题	38
习题	13	第 4 章 平面任意力系	40
第 2 章 平面汇交力系	17	4.1 平面任意力系的简化	40
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	17	4.2 平面任意力系的平衡方程及其应用	44
2.2 力的分解和力的投影	20	4.3 平面平行力系的平衡方程及其应用	49
2.3 平面汇交力系合成与平衡的解析法	21	4.4 物体系统的平衡	50
小结	27	小结	55
习题	27	习题	56
第 3 章 力矩和平面力偶系	30		

第二部分 材 料 力 学

第 5 章 轴向拉伸与压缩	60	习题	96
5.1 轴力和轴力图	61	第 7 章 圆轴的扭转	99
5.2 拉(压)杆的应力	64	7.1 扭转的概念	99
5.3 拉(压)杆的变形 胡克定律	67	7.2 外力偶矩、扭矩、扭矩图	99
5.4 材料在拉伸和压缩时的力学性能	69	7.3 圆轴扭转时横截面上的应力	102
5.5 拉(压)杆的强度条件及其应用	73	7.4 圆轴扭转时的变形	105
5.6 应力集中的概念	77	7.5 圆轴扭转时的强度和刚度计算	107
5.7 简单拉压超静定问题	78	小结	111
小结	81	习题	112
习题	82	第 8 章 直梁的弯曲	115
第 6 章 剪切和挤压	86	8.1 平面弯曲的概念、梁的计算简图	115
6.1 剪切变形和挤压变形的概念	86	8.2 梁的内力——剪力和弯矩	116
6.2 剪切实用计算	87	8.3 剪力图和弯矩图	119
6.3 挤压实用计算	88	8.4 剪力图和弯矩图的规律绘图法	123
6.4 切应变、剪切胡克定律	95	8.5 纯弯曲时梁横截面上的应力	126
小结	95	8.6 弯曲切应力	132

8.7 梁弯曲时的强度计算	133	习题	177
8.8 梁的弯曲变形和刚度计算	136	第 11 章 有限元法与 ANSYS 软件	
8.9 梁的合理设计	141	简介	179
小结	144	11.1 有限元结构分析的基础理论	179
习题	145	11.2 有限元软件 ANSYS 简介	181
第 9 章 组合变形	149	11.3 有限元静力分析实例	183
9.1 组合变形的概念	149	小结	206
9.2 拉伸（或压缩）与弯曲的组合变形	149	习题	206
9.3 弯曲与扭转的组合变形	158	附录 型钢规格表（摘录）	207
小结	163	附录 A 热轧等边角钢	
习题	163	（GB/T 706—2008）	207
第 10 章 压杆的稳定	166	附录 B 热轧工字钢	
10.1 压杆稳定的概念及失稳分析	166	（GB/T 706—2008）	211
10.2 临界力和临界应力	167	附录 C 热轧槽钢（GB/T 706—2008）	213
10.3 压杆的稳定性计算	173	参考文献	215
10.4 提高压杆稳定性的措施	175		
小结	176		

绪 论

1. 工程力学的研究内容和任务

工程力学是研究物体机械运动的一般规律以及工程构件的受力、变形和破坏规律的科学。

机械运动是指物体在空间的位置随时间而变化的现象。它是人们日常生活和工程实际中存在的最普遍、最常见的一种运动形式，如：汽车在公路上行驶，卫星绕地球运转，车床上的刀具切削工件等。平衡是机械运动的特殊情况。掌握物体机械运动的普遍规律，可以分析和解释许多发生在我们周围的机械运动现象。

在工程实际中，常常会遇到通过分析构件的受力情况、变形情况、破坏规律确定构件的形状和尺寸等问题，工程力学将为解决这些问题提供必要的理论基础。

本书介绍了工程力学中的静力学和材料力学两部分内容。其中静力学主要研究受力物体平衡时，作用力应满足的条件及其在工程上的应用；材料力学主要研究构件在外力作用下的变形和破坏规律，为合理设计构件提供有关强度、刚度、稳定性的基本理论和方法。

例 如图 0-1 所示，支承管道的三角托架由水平杆 AB 和斜杆 BC 两个构件组成。为设计这个结构，从力学角度来看，包括下述两方面的内容：

首先，必须确定作用在各个构件上的力，包括其大小和方向。概括来说就是对处于静止状态的物体进行受力分析、求解未知力。这是静力学所要研究的问题。

其次，在确定了作用在构件上的外力以后，还必须为构件选择合适的材料，确定合理的横截面形状和尺寸，以保证构件既能安全可靠地工作又符合经济要求。所谓安全可靠地工作，是指在载荷的作用下，构件不会破坏，即有足够的强度；不会产生过度的变形，即有足够的刚度；对于细长的受压杆件，如图 0-1 中的斜杆 BC ，还要不产生纵向弯曲而丧失其原有的直线平衡状态，即有足够的稳定性。这是材料力学所要研究的问题。

显然，如果不清楚作用在构件上的力，就谈不上研究构件的强度、刚度和稳定性问题。所以，静力学所提供的基本理论和方法是材料力学分析问题的基础，静力学和材料力学紧密联系，在解决工程实际问题中缺一不可。

2. 工程力学的研究对象

工程力学的研究对象往往相当复杂，因此在实际问题中，常常抓住一些带有本质性的主要因素，略去次要因素，将所研究的物体抽象成力学模型作为研究对象。例如，由观察和试验可知，在外力作用下，任何物体都会产生变形，为了保证构件的正常工作，在工程中通常把构件的变形限制在很小的范围内，它与构件的原始尺寸相比是微不足道的。当我们对物体进行受力分析，研究物体的平衡与运动时，为了简化问题，抓住重点，可以不计这些变形。因此在静力学中，我们把物体看成是不变形的刚性物体，称为刚体。不仅如此，当物体的运动范围比它本身的尺寸大得多时，还可以忽略其形状和大小，将其抽象为一个具有质量的

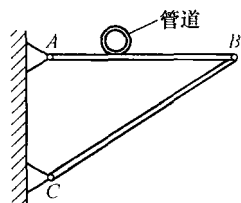


图 0-1

点，称为质点。刚体和质点是两种最基本的力学模型。但在材料力学中，研究构件的强度、刚度和稳定性问题时，变形则成为不可忽略的因素，这时，就不能把物体抽象为刚体和质点，而要把它作为变形体来研究。因此，工程力学的主要研究对象是刚体、质点、变形体。

3. 工程力学在专业学习中的地位和作用

工程力学是一门理论性较强同时又与工程实际紧密结合的技术基础课。这门课程讲述力学的基础理论和基本知识，以及处理工程力学问题的基本方法，在基础课和专业课之间起着桥梁作用。通过本课程的学习，可以培养学生分析和解决简单工程力学问题的能力，为后续专业课程的学习做好铺垫，为以后学习不断出现的新理论、新技术和将来从事科学研究工作打下基础。

第一部分 静 力 学

静力学主要研究物体在力系作用下的平衡规律。力系是指作用于同一物体上的若干个力。具体地说,静力学将研究两个问题,即物体的受力分析和物体在力系的作用下的平衡条件。

在工程实际中,平衡规律有着广泛的应用。各种机器或建筑物,在设计时往往首先要进行静力学分析,以确定其各构件或零件的受力情况,从而选择合适的材料、形状和尺寸。因此,静力学是工程力学的基础,学好这一部分是非常重要的。

第 1 章 静力学基础

曲柄滑块是机器中的常用机构之一。如图 1-1 所示,曲柄 OA 为原动件,力 F 作用在滑块 B 上,在机构启动的瞬间,滑块 B 的受力情况如何呢?学完本章内容之后同学们就可以轻松解决这样的问题了。

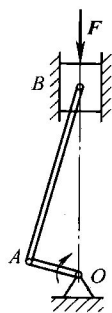


图 1-1

1.1 静力学基本概念

1.1.1 力的概念

在物理学中已经学过力的概念,即力是物体间相互的机械作用。力作用在物体上有两种效应:一是使物体的运动状态发生变化,称为力的外效应;二是使物体产生变形,称为力的内效应。静力学和运动力学主要研究力的外效应,材料力学主要研究力的内效应。

因为力是物体间相互的机械作用,所以它不能脱离物体而存在。

力对物体的作用效应取决于力的三要素:力的大小、方向和作用点。力的三要素中的任何一个要素发生变化,力的作用效应将随着发生变化。

在国际单位制中力的单位是牛[顿](N),在工程单位制中,力的单位是公斤力(kgf),二者之间的换算关系是:

$$1\text{kgf} \approx 9.8\text{N}$$

力是矢量,可用有向线段表示,如图 1-2 所示。线段的起点(或终点)表示力的作用点,线段的箭头表示力的方向,线段的长度(按照一定的比例尺画出)表示力的大小。本书中,力的矢量用黑体字母表示,如力 $\boldsymbol{F}$,而用普通字母 F 表示力 $\boldsymbol{F}$ 的大小。

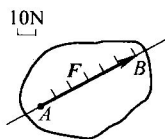


图 1-2

需要指出的是,力的作用点是力作用位置的抽象化。实际上,力的作

用位置一般来说并不是一个点，而是分布作用于物体的一定面积上。当力的作用面积很小时，可将其抽象为一个点，称为力的作用点。力学中，将作用于物体某个点上的力称为集中力。通过力的作用点代表力的方向的直线称为力的作用线。如果力的作用面积较大，不能抽象为点时，则将作用于这个面上的力称为分布力。分布力可能作用在面上也可能作用在直线上，当分布力在面上或在直线上均匀分布时，称为均布力或均布载荷。均布载荷的作用强度用单位面积（或长度）上力的大小来度量，称为载荷集度，用符号 q 表示，单位为 N/m^2 （或 N/m ）。

1.1.2 力系的概念

同时作用在一个物体上的若干个力称为一个力系。如果一个力系作用在物体上，物体处于平衡状态，则称此力系为平衡力系。一个力系只有在满足一定条件时才能成为平衡力系，此条件称为力系的平衡条件。若两个力系分别作用于同一物体时，物体的运动状态完全相同，则此两力系互为等效力系。如果一个力和一个力系等效，则称这个力为力系的合力，而将力系中的各个力称为该合力的分力。

有时，作用于物体上的力系十分复杂，为便于分析讨论，需将复杂力系用一个等效的简单力系或一个等效的合力来代替，求与复杂力系等效的简单力系或合力的过程称为力系的简化。力系的简化是静力学中理论推导的主要方法。

按力系中各力作用线的分布情况，可将力系进行分类。各力作用线共面的力系称为平面力系，否则称为空间力系。本书中主要讨论平面力系。在平面力系中，各力作用线汇交于一点的称为平面汇交力系；各力作用线相互平行的称为平面平行力系；各力作用线任意分布的称为平面任意力系或平面一般力系。

1.1.3 刚体的概念

所谓刚体，是指在力的作用下不产生变形的物体，即在力的作用下物体内任意两点间的距离始终保持不变。刚体是静力学的主要研究对象。

事实上，任何物体在力的作用下总要产生一定程度的变形。但在一般情况下，工程中的构件和机械零件的变形都是很微小的，这种微小的变形对构件和机械零件的受力平衡没有实质性影响。这样，就可以忽略这种微小变形而将构件和机械零件抽象为刚体，这种抽象会使我们所研究的问题大大简化。所以，刚体是在静力学中对物体进行抽象简化后得到的一种理想化的力学模型。在不加说明时，静力学中所研究的物体均可视为刚体。

当变形这一因素在所研究的问题中不容忽略时（如研究材料力学问题时），便不能再把物体视为刚体。

与刚体相对应的受力以后非常容易变形的物体称为变形体或柔体，如绳索、传送带、链条等。

1.1.4 平衡的概念

所谓平衡，是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动，即指物体相对于地面的平衡。平衡是物体机械运动的一种特殊情况。

1.2 静力学公理

公理是人们通过长期观察和反复实践得到的结论,已被实践所证实,并为大家所公认。静力学公理是对力的基本性质的概括和总结,是静力学理论的基础。

公理一 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力,使刚体处于平衡状态的充分必要条件是此二力大小相等,方向相反,且作用在同一条直线上(简称等值、反向、共线),如图1-3所示。二力平衡公理总结了作用于刚体上的最简单力系平衡时必须满足的条件。

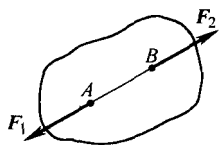


图 1-3

公理一只适用于刚体,不适用于变形体。对于刚体,等值、反向、共线作为二力平衡条件是必要的,同时也是充分的;但对于变形体,这个条件不是充分的。例如,绳索受到两个等值、反向的拉力作用时可以平衡,如图1-4a所示,而受到两个等值、反向的压力作用时则不能平衡,如图1-4b所示。

仅受两个力作用而处于平衡状态的构件称为二力构件。特殊的,如果构件为杆件则称为二力杆。如图1-5a所示的支架,其中AB杆不计重力,则其仅在A、B两点受到力的作用,是一个二力杆。根据二力平衡公理可以确定,AB杆所受的力必定沿着A、B两点的连线,如图1-5b所示。

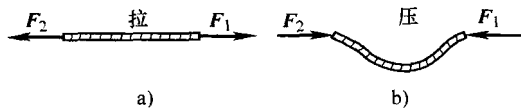


图 1-4

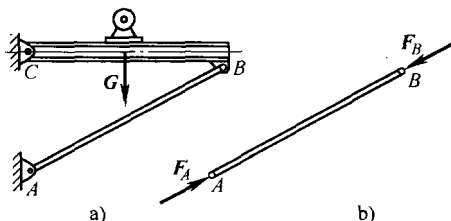


图 1-5

公理二 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向由这两个力所构成的平行四边形的对角线确定,如图1-6所示。

这种求合力的方法,称为矢量加法,合力矢量等于原来两力的矢量和。用公式表示为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

公理二不仅适用于刚体,也适用于变形体。

力的平行四边形法则总结了最简单力系的简化规律,它是复杂力系简化的基础。

公理三 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系中,加上或减去任意的平衡力系,不会改变原力系对刚体的作用效应。也就是说,加上或减去的平衡力系对刚体的平衡或运动状态毫无影响。

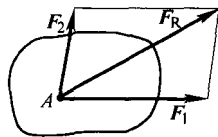


图 1-6

公理三只适用于刚体，不适用于变形体。

推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上的力，可沿其作用线移动至刚体上任意一点，而不改变原力对刚体的作用效应，如图 1-7 所示。

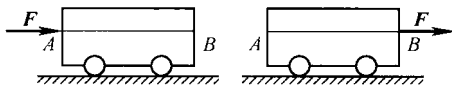


图 1-7

由力的可传性原理可知，对刚体而言力的作用点已不再是决定其作用效应的要素之一，取而代之的是力的作用线。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

在应用力的可传性原理时，应注意下面两点：

- 1) 力在移动过程中必须沿着作用线移动。
- 2) 力在移动后必须作用在原刚体上，不能移动到其他刚体上去。

推论 2 三力平衡汇交原理

刚体受到同平面内互不平行的三个力作用而处于平衡状态，则此三力的作用线必汇交于一点。

当刚体受到同一平面内互不平行的三个力作用而处于平衡状态时，若已知其中两个力的方向，则可应用三力平衡汇交原理确定第三个力的方向。如图 1-8 所示的杆 AB，已知 F 和 F_{NA} 的方向，则可应用三力平衡汇交原理确定 F_{NB} 的方向。

强调指出，三力平衡汇交原理是刚体在共面、互不平行的三个力作用下处于平衡状态的必要条件，但不是充分条件。这一点与二力平衡公理不同。

公理四 作用与反作用定律

两个物体间的相互作用力总是同时存在，并且大小相等、方向相反，沿同一条直线分别作用于两个物体上，如图 1-9 所示。

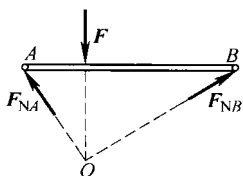


图 1-8

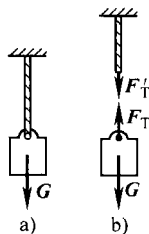


图 1-9

作用与反作用定律概括了自然界中物体间相互作用的关系。表明力总是成对出现的，有作用力就有反作用力，两者同时存在、同时消失。

作用与反作用定律不仅适用于刚体，也适用于变形体。

作用与反作用定律中讲的两个力，决不能与二力平衡公理中的两个力相混淆，作用力与反作用力分别作用于两个物体上，而一对平衡力则只作用于同一个物体上。这两个公理有本质的区别。

1.3 约束与约束反力

力学中常把物体分为两大类：自由体和非自由体。能在空中自由运动的物体称为自由

体。例如，在空中飞行的飞机、炮弹和火箭等。受到其他物体的限制，不能自由运动的物体称为非自由体。例如沿钢轨运动的火车、夹持在机床刀架上的刀具等。

限制非自由体运动的物体称为该非自由体的约束。在上面的例子中，钢轨是火车的约束，刀架是刀具的约束。既然约束能阻碍物体的运动，亦即能改变物体的运动状态，因此约束对物体的作用，实际上是力的作用，约束施加给被约束物体的力称为约束反力，简称反力。

除了约束反力以外，物体上还常常作用着主动改变物体运动状态的力，如重力、推力等，这类力称为主动力。主动力的方向和大小一般是预先给定的，彼此是独立的。通常，主动力决定约束反力的大小。在静力学中，可以根据力系的平衡条件由主动力求得约束反力的大小。

本节中主要讨论约束反力的作用点和方向。因为约束反力是限制物体运动的力，所以它的作用点在约束与被约束物体相互连接或接触之处，反力方向与约束所限制的运动方向相反，这是判断约束反力方向和作用点位置的准则。

如图 1-10 所示，灯是非自由体，重力 G 是灯的主动力，绳索是灯的约束， F_T 是灯受到的约束反力，因为绳索限制灯竖直向下运动，所以约束反力 F_T 的方向为竖直向上。

工程实际中，约束的种类很多，根据特性可将其分为几类。下面介绍几种常见的典型约束及其反力的确定方法。

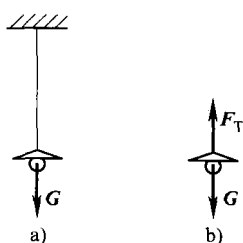


图 1-10

1.3.1 柔体约束

由绳索、传送带、链条等柔体所形成的约束称为柔体约束。因为柔体只能受拉不能受压，不能抵抗弯曲变形，所以它只能限制被约束的物体沿柔体伸长方向的运动，而不能限制其他方向的运动。因此，柔体对物体的约束反力只能是沿着柔体背离物体的拉力。即柔体的约束反力作用在接触点，方向沿着柔体背离物体，恒为拉力，用符号 F_T 表示，如图 1-11 所示。

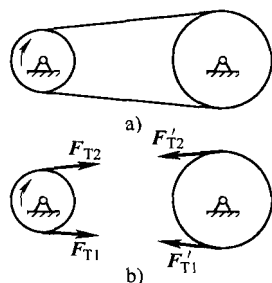


图 1-11

1.3.2 光滑接触面约束

如图 1-12 所示，两物体以点、线、面接触，略去接触处的摩擦所形成的约束称为光滑接触面约束，简称光滑面约束。

由图 1-12 可见，光滑面约束只能限制被约束的物体沿接触面公法线方向向约束体内的运动，而不能限制物体其他方向的运动。因此，光滑面约束的约束反力只能是沿着接触面的公法线指向被约束物体的压力。即光滑接触面约束的约束反力作用在接触点，方向沿着接触面的公法线方向，指向物体，恒为压力，用符号 F_N 表示。

光滑面约束在工程中极为常见。例如，图 1-13a 所示凸轮曲面对从动件的约束，图 1-13b 所示啮合齿轮的齿面约束等都是光滑面约束。

画光滑面约束的约束反力时，应注意下面两种情况：

1) 当两个物体的接触点，有一物体无法线时，则约束反力沿另一物体的法线方向，如

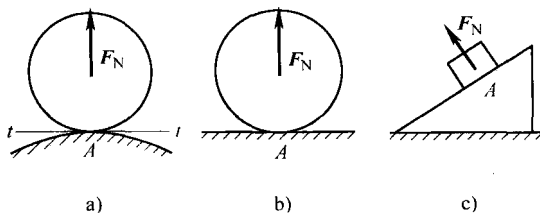


图 1-12

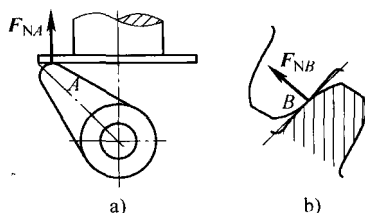


图 1-13

图 1-14 所示的 F_{NA} 、 F_{NB} 。

2) 光滑面约束有单面约束和双面约束之分。如图 1-12a、b、c 所示, 支承面只能单一地阻止物体向一个方向的运动, 称为单面约束。如图 1-15 所示, 物块放在水平槽中, 槽面能阻止物体向两个方向的运动, 称为双面约束。由于间隙的存在, 在一种受力状态下, 只有一面存在约束反力。在具体问题中, 究竟哪一个面起作用, 应根据受力分析及物体的平衡条件来确定。

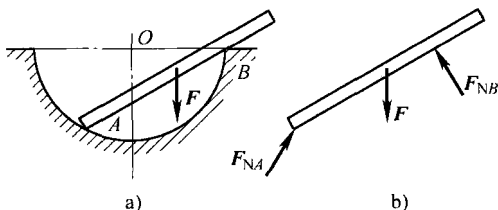


图 1-14

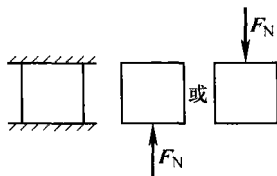


图 1-15

例 1-1 如图 1-16a 所示, 直杆的棱角与方槽在 A、B、C 三点接触。画出直杆在 A、B、C 三点的约束反力。

解 A、B 两点处直杆无法线, 约束反力 F_{NA} 、 F_{NB} 沿方槽的法线方向, 指向直杆。C 点处方槽无法线, 约束反力 F_{NC} 沿直杆的法线方向, 指向直杆, 如图 1-16b 所示。

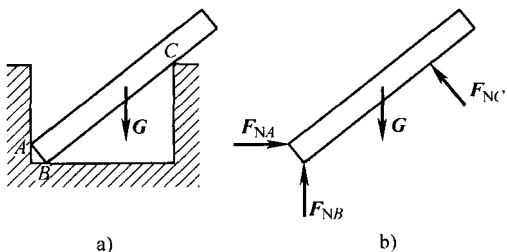


图 1-16

1.3.3 光滑圆柱铰链约束

两构件通过圆柱销连接, 略去接触处的摩擦所形成的约束称为光滑圆柱铰链约束, 简称铰链约束。铰链约束在结构上的共同特点是采用圆柱形销钉 C 将两个构件 A 和 B 连接在一起, 如图 1-17a、c 所示。

铰链约束通常分为以下三种形式:

(1) 固定铰链约束 相连的两个构件 A 和 B 中有一个固定作为机架或支承面, 称为固定铰链约束, 又称为固定铰链支座, 如图 1-17a 所示。其结构示意图如图 1-17b 所示。

(2) 中间铰链约束 相连的两个构件 A 和 B 中均无固定, 称为中间铰链约束, 如图 1-17c 所示。其结构示意图如图 1-17d 所示。

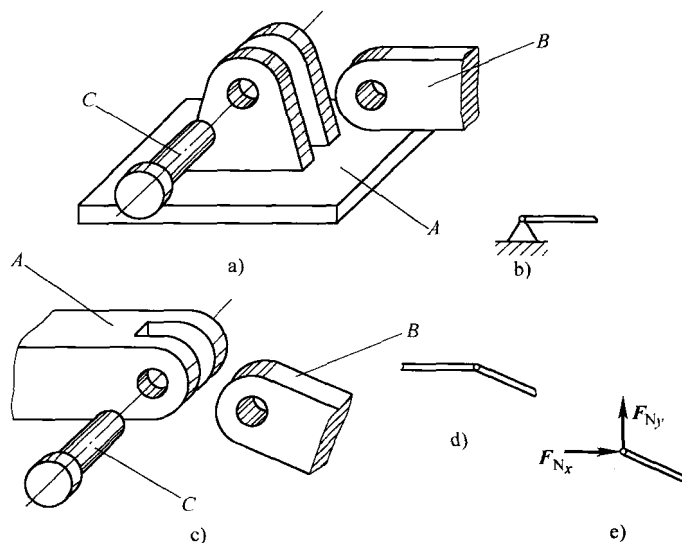


图 1-17

此两类约束的本质仍为光滑面约束，故约束反力沿圆柱面接触点的公法线方向，通过圆柱销中心。在构件所受外力未知的情况下，不能确定圆柱面的具体接触位置。因此，一般情况下这两类约束的约束反力为一个通过圆柱销中心的、大小和方向均为未知的力。通常此力用一对大小未知的正交分力表示，常用符号为 F_{Nx} 、 F_{Ny} ，如图 1-17e 所示。

但在某些特殊情况下，这两类约束也能确定出约束反力的具体方向，此时应用的原理有：二力平衡公理、作用与反作用定律、三力平衡汇交原理。

在用上述原理确定铰链约束的约束反力时，应注意以下两点：

- 1) 能用二力平衡公理或作用与反作用定律确定约束反力的具体方向时，必须画出具体方向，不允许画成一对正交分力。
- 2) 能用三力平衡汇交原理确定约束反力的具体方向时，可以画出具体方向，也可以画成一对正交分力。

例 1-2 如图 1-18a 所示，支架 ABC 受到主动力 F 作用，画出 AB 杆和 BC 杆的受力图。

解 A、C 处为固定铰链约束，B 处为中间铰链约束，应用上述原理，可确定三处约束反力的具体方向。BC 杆为二力杆，故可用二力平衡公理确定 F_{NB} 、 F_{NC} 的具体方向，如图 1-18b 所示。根据作用与反作用定律可确定出 F'_{NB} 的具体方向，用三力平衡汇交原理可确定出 F_{NA} 的具体方向，如图 1-18c 所示。还可以将约

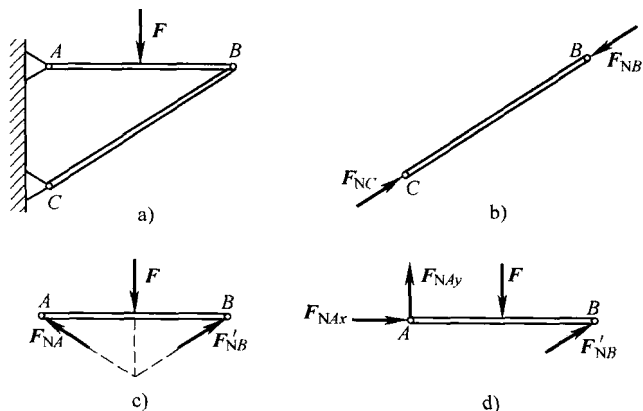


图 1-18

束反力 F_{N_A} 画成一对正交分力, 如图 1-18d 所示。

(3) 活动铰链约束 在铰链约束下面装几个滚轮, 使它能在支承面上任意移动, 这种约束称为活动铰链约束, 又称为活动铰链支座, 如图 1-19a 所示。其结构示意图如图 1-19b 所示。此类约束常见于屋架、桥梁等结构中。它只能限制构件沿支承面法线方向的运动, 故其约束反力通过铰链中心并与支承面相垂直, 用符号 F_N 表示, 如图 1-19c 所示。

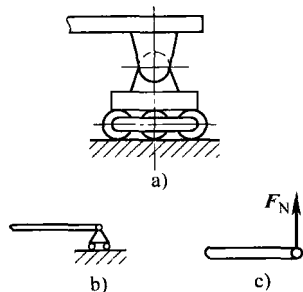


图 1-19

1.4 受力分析与受力图

工程中所遇到的物体几乎都是受到一定约束的非自由体, 它们与周围的物体相互连接着, 在主动力和约束反力的作用下保持平衡。为了分析某一物体的受力情况, 需要把该物体从与它相联系的周围物体中分离出来, 使研究对象成为自由体, 单独画出它的简图, 这个步骤叫做选研究对象或取分离体。确定所研究的物体受到哪些力的作用, 搞清约束的类型和约束反力的方向, 这个分析过程称为物体的受力分析。在研究对象上画出所有的主动力, 并解除全部约束, 代之以相应的约束反力, 这样得到的图形称为受力图。画受力图具体步骤如下:

- 1) 明确研究对象, 画出分离体。
- 2) 在分离体上画出全部主动力。
- 3) 在分离体解除约束处画出约束反力。

例 1-3 小球的重力为 G , 在 A 处用绳索系在竖直墙上, 如图 1-20a 所示。球与墙面间的摩擦不计, 画出小球的受力图。

解 1) 选小球为研究对象, 画出分离体。

2) 画出主动力 G 。

3) 画出全部约束反力。绳索的约束反力 F_T 沿着绳索背离物体; 光滑面约束的约束反力 F_{NB} 垂直于墙面指向物体, 如图 1-20b 所示。

例 1-4 杆 AB 如图 1-21a 所示, 中点 C 作用一主动力 F 。不计自重, 画出杆 AB 的受力图。

解 1) 选杆 AB 为研究对象, 画出分离体。

2) 画出主动力 F 。

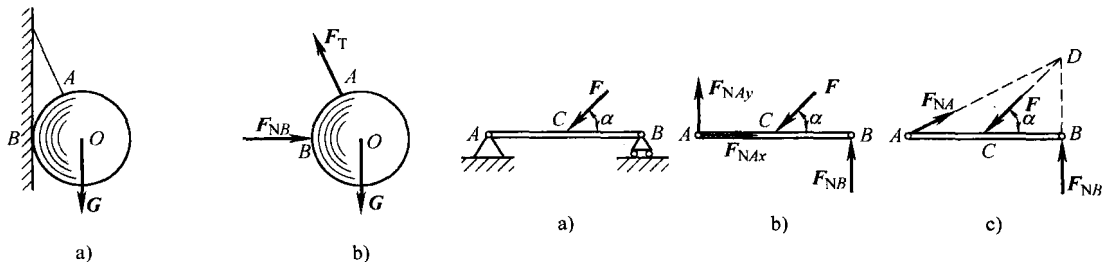


图 1-20

图 1-21

3) 画出全部约束反力。活动铰链的约束反力 F_{NB} 竖直向上通过铰链中心；固定铰链的约束反力可用一对正交分力 F_{NAx} 、 F_{NAy} 表示，如图 1-21b 所示。也可以根据三力平衡汇交原理确定其具体方向，如图 1-21c 所示。

例 1-5 如图 1-22a 所示，平面机构 ABC 中，力 F 作用在杆 BC 上。不计自重，画出构件 AB 、 BC 的受力图。

解 1) 选构件 AB 为研究对象，画出分离体。由于自重不计，构件 AB 仅在 A 、 B 两点受到固定铰链和中间铰链的约束反力，所以 AB 是一个二力构件，可根据二力平衡公理确定约束反力 F_{NA} 和 F_{NB} ，如图 1-22b 所示。

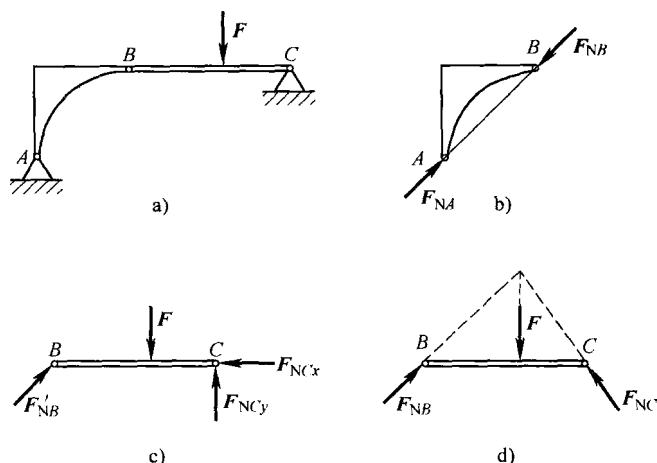


图 1-22

2) 选 BC 杆为研究对象，画出分离体。 BC 杆受到三个力作用：主动力 F ； B 点受到中间铰链约束，其约束反力 F'_{NB} 可根据作用与反作用定律确定； C 点为固定铰链约束，其约束反力可用一对正交分力 F_{NCx} 、 F_{NCy} 表示，如图 1-22c 所示。也可以根据三力平衡汇交原理确定 F_{NC} 具体方向，如图 1-22d 所示。

例 1-6 如图 1-23a 所示，三角架由 AC 、 BC 两杆铰接而成，力 F 作用在销钉 C 上。两杆和销钉的自重不计，分别画出杆 AC 、 BC 及销钉 C 的受力图。

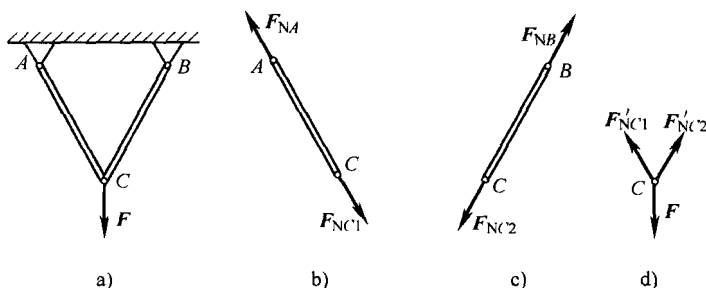


图 1-23

解 1) 选 AC 杆为研究对象，画出分离体。由于不计杆的自重， AC 杆仅在 A 、 C 两处受到固定铰链和中间铰链的约束反力，所以 AC 杆是一个二力杆，可根据二力平衡公理确定约束反力 F_{NA} 和 F_{NC1} ，如图 1-23b 所示。

2) 选 BC 杆为研究对象，画出分离体。同理可确定约束反力 F_{NB} 和 F_{NC2} ，如图 1-23c 所示。

3) 选销钉 C 为研究对象，画出分离体。销钉 C 受到三个力作用：主动力 F ； AC 杆和 BC 杆对销钉 C 的反作用力 F'_{NC1} 和 F'_{NC2} ，此二力可根据作用与反作用定律确定，如图 1-23d 所示。