



点击 小学数学解题方略

范例启示 😊

FANLI QISHI 和 CUOLI JINGSHI

错例警示 ☹️

主编 徐旭



宁波出版社

Ningbo Publishing House

点击小学数学解题方略——

范例启示和错例警示

徐 旭 主编

宁波出版社

图书在版编目(CIP)数据

点击小学数学解题方略——范例启示和错例警示 / 徐旭

主编. — 宁波: 宁波出版社, 2004.3

ISBN 7-80602-707-6

I. 点... II. 徐... III. 数学课—小学—解题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 112405 号

责任编辑	王松见
封面设计	王海明
出版发行	宁波出版社
社 址	宁波市苍水街 79 号
邮 编	315000
电 话	0574-87287264
印 刷	杭州钱江彩色印务有限公司
开 本	787×1092 毫米 16 开
印张字数	8.25 印张 165 千字
版 次	2004 年 3 月第 1 版 2004 年 4 月第 2 次印刷
书 号	ISBN 7-80602-707-6/G·329
定 价	10.00 元

版权所有 翻印必究



写在前面

《新课程标准》明确指出：“数学教学应从学生实际出发，创设有助于学生自主学习的问题情境，引导学生通过实践、思考、探索、交流，获得知识，形成技能，发展思维，学会学习，促使学生在教师的指导下生动活泼地、主动地、富有个性地学习。”为了适应新课程标准的要求，切实减轻学生的过重负担，有效指导高年级学生能科学、自主地解答热点题和考点题，我们组织了数学骨干教师编撰了《范例启示和错例警示》。在编撰过程中我们遵照“富有个性地学习”的精神，开拓解答数学题的思路和锻炼思维的灵活性，提高解答数学题的综合能力和正确率。真正让每一个学生亲历、感受数学的整体性，不断丰富解决问题的策略，开发解决数学实际问题的潜能。

《范例启示和错例警示》分以下几块内容编撰：

1. 数与计算
2. 数的整除
3. 几何图形
4. 简易方程
5. 统计图表
6. 比和比例
7. 典型应用

整个编撰过程与复习教材同步，紧扣高段数学学习内容。突出重点，突破难点，突击疑点。

特别是点击典型应用题解法时既有算术法，又有方程解法，且每种解法前面有简单的分析，力求阐明解题的关键，使学生能感悟解法的优劣。并总结概括出解题的规律，也为多数学生提供亲历、感受、思考、比较多种解法，使他们领悟到其中最合理、最简捷和最配自己“胃口”的捷径。使学有困难的学生也有慢慢品味、仔细琢磨最佳方法，从中悟出解题的路径，拓展每个人解题的思维空间。

本书对有共性的错误实例一一进行剖析，意在给“患者”以警示，给全体同学提供防错的建议。

本书可以作为小学高年级的复习用书，也可以作为初一新生自学的参考。愿本书成为体现义务教育阶段的基础性、普及性和发展性较强的一本好资料，使数学教学面向全体学生，实现：

- 人人学有价值的数学；
- 人人都能获得必需的数学；
- 不同的人在数学上得到不同的发展。

参加编写的有：来晓春、沈福美、叶青、李玉兰、王国方、龚国军、刘加勒、宣卓翔、周建娣、王玉瑛、邵汉民、汪素芬、沈条芬、周卫东、徐国刚、马金锋、汤瑛、徐奇江、孙莉莉、谢巧红、楼国义、杨天林、丁水法、韩桂芳、虞文华、张锡忠、陈炳良、徐伯平、章刘飞、徐敏平、孙国林、邓禄达、倪福泉、许少云、沈利刚、赵晨光、骆建华、钟利明、杜才锋、朱国芳、石高文、俞世祥、丁立、陈水龙、张继春、顾妙兴。

目 录

一、数与计算	1
范例启示	
错例警示	
针对性训练	
二、数的整除	7
范例启示	
错例警示	
针对性训练	
三、几何图形	13
范例启示	
错例警示	
针对性训练	
四、简易方程	22
范例启示	
错例警示	
针对性训练	
五、统计图表	30
范例启示	
错例警示	
针对性训练	
六、比和比例	40
范例启示	
错例警示	
针对性训练	
七、典型应用题	52
(一)一般应用题	52
范例启示	
错例警示	



(二)相遇问题应用题	57
范例启示	
错例警示	
(三)求平均数问题应用题	65
范例启示	
错例警示	
(四)归一问题应用题	69
范例启示	
错例警示	
(五)列方程解应用题	75
范例启示	
错例警示	
(六)平面图形应用题	81
范例启示	
错例警示	
(七)分数、百分数应用题	86
范例启示	
错例警示	
(八)工程问题应用题	97
范例启示	
错例警示	
(九)几何形体应用题	104
范例启示	
错例警示	
(十)比和比例应用题	110
范例启示	
错例警示	
针对性训练	115
模拟试卷	118
参考答案	123



一、数与计算

1. 范例启示

例1 近似数7.45是由一个三位小数用四舍五入法截取得到的。这样的三位小数一共有几个？其中最大的数是多少？最小的数是多少？

分析

(1) 7.45的百分位上的“5”可能是从千分位上“五入”得到的。那么，百分位上原来是“4”，千分位上可以是5~9。

(2) 7.45的百分位上的“5”可能就是原来的数。那么，千分位上的数可以是0~4。于是其中最大的和最小的数就很明显了。

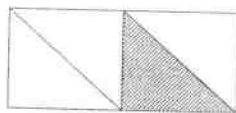
解

$$7.44 \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline 8 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array} \approx 7.45$$

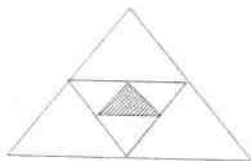
$$7.45 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array} \approx 7.45$$

答：这样的三位小数一共有10个，其中最大的是7.454，最小的是7.445。

例2 用分数表示下面各图中阴影部分的面积。



(1)



(2)

分析 图(1)中的阴影部分表示先把单位“1”平均分成4份后，取其中一份的数，因此阴影部分是它的 $\frac{1}{4}$ 。

图(2)中是先把单位“1”平均分成4份，又把4份中的每一份再平均分成4份，因此阴影部分表示的是 $4 \times 4 = 16$ 份中的1份，阴影部分面积是大三角形面积的 $\frac{1}{16}$ 。

例3 $\frac{1}{7}=0.14285714285714\cdots$ 小数部分第1000位上的数字是几? 一千位数字的和是多少?

分析 因为 $\frac{1}{7}=0.14285714285714\cdots$ 是纯循环小数, 每个循环节共有6个数字: 1, 4, 2, 8, 5, 7。用 $1000 \div 6 = 166 \cdots 4$, 余数4表示小数部分第1000位数字正好是循环节中的第4个数字。

所以小数部分第1000位上的数字是8。

又因为 $\frac{1}{7}$ 每个循环节数字的和是27。所以, 一千位数字的和是: $27 \times 166 + 15 = 4497$ 。

例4 (1, 1, 1), (2, 4, 9), (3, 9, 17), (4, 16, 25) ……是按一定的规律和顺序排列的数组数。试求出第100组数中的三个数之和是多少?

分析 通过观察得出各组数中第一个数排列的规律是: 1, 2, 3, 4, ……第二个数排列的规律是: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \cdots$ 第三个数排列的规律是: $1+8, 9+8, 17+8, \cdots$ 因此第100组三个数的和是:

$$100 + 100^2 + [1 + 8 \times (100 - 1)] = 100 + 10000 + 793 = 10893。$$

方法要领

从以上4题我们可以明白, 解此类题主要是在于仔细观察数字和运算符号的特征, 在正确理解相关概念的基础上, 综合运用多种方法解题。

2. 错例警示

例1 口算下面各题。

$$0.7 \times 0.03$$

$$0.25 \times 0.004$$

错算 $0.7 \times 0.03 = 2.1$

$$0.25 \times 0.004 = 10$$

分析 小数乘法口算仍然用整数乘法口诀, 但要注意积的小数位数, 如 0.7×0.03 仍用口诀“三七二十一”, 积应该有三位小数, 上面计算的口诀没错, 错在积的小数点的位置不对。既要用对口诀, 又要根据因数一共有几位小数来确定积有几位小数, 如第一小题的积有三位小数, 第二小题的积应有五位小数(去掉末尾两个0还有三位小数)。

订正 $0.7 \times 0.03 = 0.021$

$$0.25 \times 0.004 = 0.00100 = 0.001$$

练习

口算下面各题。

0.5×0.3

0.9×0.08

0.125×0.08

例2 计算: 0.56×0.15 错算 $0.56 \times 0.15 = 0.0084$

$$\begin{array}{r}
 0.56 \\
 \times 0.15 \\
 \hline
 280 \\
 56 \\
 \hline
 0.00840
 \end{array}$$

分析 计算小数乘法,先按照整数乘法的法则计算,再看因数中一共有几位小数,就从积的右边起数出几位,点上小数点。等到积的小数点的位置确定后,再去掉末尾的零,决不能先去掉末尾的零再点小数点。此题错在先去掉末尾的零再确定小数点的位置,因此积多了一位小数。

订正 $0.56 \times 0.15 = 0.084$

练习

1. 1.25×0.18

2. 0.625×1.6

例3 计算: $7 - 5\frac{3}{4}$ 错算 $7 - 5\frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$

分析 被减数是整数,减数是带分数,就要从整数中减去带分数的整数部分和分数部分。从计算的结果可以看出 $2\frac{3}{4}$ 是由 $7 - 5 + \frac{3}{4}$ 得来的,就是说只减去了减数的整数部分,没有减去分数部分,这是一个严重的错误。造成错误的原因,是搬用了整数加带分数的法则。整数加带分数就是把整数与带分数的整数部分相加,如 $3 + 2\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3}$ 。若误认为整数减带分数也只从被减数中减去减数的整数部分,计算的结果决不会正确。整数减带分数一般先把整数化成带分数的形式,然后按照带分数减带分数的方法计算。

订正 $7 - 5\frac{3}{4} = 6\frac{4}{4} - 5\frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$

练习

计算：

1. $11 - \frac{11}{9}$

2. $11 - 9\frac{5}{8}$

例4 计算： $4\frac{1}{3} \times \frac{9}{20} \div 8\frac{2}{3}$

错算 $4\frac{1}{3} \times \frac{9}{20} \div \frac{26}{3}$

$$= \frac{13}{3} \times \frac{20}{9} \div \frac{26}{3}$$

$$= \frac{13}{3} \times \frac{20}{9} \div \frac{3}{26}$$

$$= \frac{10}{9}$$

$$= 1\frac{1}{9}$$

分析 此题有两处错误：一处是把乘数变成了它的倒数，第二处是除数虽换成了它的倒数但运算符号没有改变。计算分数乘除混合运算题，首先要把所有的带分数都化成假分数，再进一步把乘除混合运算式子变成分数连乘式，原来的乘数一律不变，原来的除数，都换成它的倒数。在没有变成分数连乘式以前不要约分。

订正 $4\frac{1}{3} \times \frac{9}{20} \div 8\frac{2}{3}$

$$= \frac{13}{3} \times \frac{9}{20} \div \frac{26}{3} = \frac{13}{3} \times \frac{9^1}{20^1} \times \frac{3}{26} = \frac{9^1}{40^2}$$

例5 用简便算法计算。

错算 $11\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} \div 1\frac{1}{3}$

$$= \frac{93}{8} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{1488}{72}$$

$$= 20\frac{48}{72}$$

$$= 20\frac{2}{3}$$

分析 除法的性质在分数除法中同样可以适用。运用除法的性质，可以进行简便计算。本题的两个除数乘积是1，若用简便算法，可以很容易地算出正确的得数。由于计算时不采用简便算法，第二个除数没有换成它的倒数，出现了错误的结果。

$$\begin{aligned} \text{订正 } 11\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} \div 1\frac{1}{3} \\ = 11\frac{5}{8} \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \right) = 11\frac{5}{8} \end{aligned}$$

3. 针对性训练

1. 填空题

(1) 在括号里填上合适的数。

$$4.56 \times 0.8 = 456 \times 8 \times (\quad)$$

$$2.4 \times 25 = 2 \times 25 + (\quad) \times (\quad)$$

$$0.85 \times 125 + (\quad) \times (\quad) = 125$$

$$6.1 \times (\quad) + (\quad) \times 43 = 430$$

$$(2) \underbrace{1250 \times 1250 \times \cdots \times 1250}_{10 \text{ 个}} \times \underbrace{8 \times 8 \times \cdots \times 8}_{11 \text{ 个}} = (\quad)$$

$$(3) \underbrace{19\ 991\ 999 \cdots 1\ 999}_{100 \text{ 个 } 1999} \div 1\ 999 = (\quad)$$

$$\underbrace{A + A + \cdots + A}_{1999 \text{ 个 } A} - A + A \div A = 3\ 997 \quad A = (\quad)$$

2. 选择题 (将正确答案的序号填在括号内)

(1) 被除数扩大10倍, 除数缩小5倍, 商

A. 扩大2倍

B. 扩大5倍

C. 扩大15倍

D. 扩大50倍

$$(2) \underbrace{809\ 809 \cdots 809}_{9 \text{ 个 } 809} \div 809 =$$

$$\text{A. } \underbrace{111 \cdots 1}_{9 \text{ 个 } 1}$$

$$\text{B. } \underbrace{100 \cdots 01}_{7 \text{ 个 } 0}$$

$$\text{C. } \underbrace{10\ 101 \cdots 01}_{4 \text{ 个 } 01}$$

$$\text{D. } \underbrace{1\ 001\ 001 \cdots 001}_{8 \text{ 个 } 001} 1$$

(3) 被除数、除数与商的和是151, 已知商是11, 余数是8, 除数是

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

3. 判断题 (对的打“√”, 错的打“×”)

$$(1) 3200 \div (800 \div 17) = 3200 \div 800 \div 17$$

$$(2) (64 \times 75 \times 81) \div (32 \times 25 \times 27) = (64 \div 32) \times (75 \div 25) \times (81 \div 27)$$

$$(3) 0.125 \times 10 > 1.25 \div 10$$

4. 解答题

- (1) 小花在计算一道除数是三位数的除法时, 由于漏写了除数十位上的0而把除数写成15, 除得商是126, 这道题的正确商是多少?



- (2) 在一道减法算式中, 被减数、减数与差这三个数的和是630, 已知差比减数多25, 减数是多少?

- (3) 一个小数与它自己相加、相减后, 其和与其差相加得7.8, 这个小数是多少?



二、数的整除

1. 范例启示

例1 把210分解质因数是()

分析 把一个合数用质因数相乘的形式表示出来,叫做分解质因数。本题要把210分解质因数,可以用短除法进行。

$$\begin{array}{r}
 \text{解} \quad 2 \overline{) 210} \\
 \quad \quad 3 \overline{) 105} \\
 \quad \quad \quad 5 \overline{) 35} \\
 \quad \quad \quad \quad 7
 \end{array}$$

$$210=2 \times 3 \times 5 \times 7$$

例2 把20、26、33、35、39、42、44、55、91这九个数平均分成三组,使每组数相乘的积相等。这三组数分别是(), (), ()。

分析 要把九个数平均分成三组,每组应是三个数,要使每组数中三个数相乘的积相等,可以先把九个数分解质因数,然后根据九个数的质因数进行分组就可以了。

$$20=2 \times 2 \times 5$$

$$26=2 \times 13$$

$$33=3 \times 11$$

$$35=5 \times 7$$

$$39=3 \times 13$$

$$42=2 \times 3 \times 7$$

$$44=4 \times 11$$

$$55=5 \times 11$$

$$91=7 \times 13$$

解 这三组数分别是:(20、33、91), (26、42、55) (35、39、44)

例3 能同时被2、5、3整除的最小的三位数、最大的三位数各是多少?

分析 能同时被2、5、3整除的三位数要同时具备两个条件:(1)个位数是0(能被2、5整除的数的共同特征);(2)十位和百位上的数字的和应是3的倍数。因此,所要求的最小的三位数是120,最大的三位数是990。这道题还可以这样考虑,能同时被2、5、3整除的数必定是2、3、5的公倍数,我们先求出它们的最小公倍数($2 \times 3 \times 5 = 30$),然后在三位数范围内,将最小公倍数(30)翻倍,即可得到最小的三位数和最大的三位数。

解 能同时被2、5、3整除的最小三位数是120,最大的三位数是990。

例4 把1米3分米5厘米长、1米5厘米宽的长方形纸,裁成同样大的正方形而没剩下纸。这些正方形的边长最大是多少?共可裁成几个?

分析 将长方形纸裁成尽可能大的正方形,不得有剩余。这个正方形的边长应是长方形长和宽的公约数,并且是最大公约数。正方形边长求出后,根据长方形面积和每个小正方形面积,便可得出可裁正方形的个数。

解 1米3分米5厘米=135厘米

1米5厘米=105厘米

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 135 & 105 \\ \hline 5 & 45 & 35 \\ \hline & 9 & 7 \end{array}$$

$$3 \times 5 = 15 (\text{厘米})$$

$$(135 \times 105) \div (15 \times 15) = 63 (\text{个})$$

例5 从甲地到乙地原来每隔45米要装一根电线杆,加上两端的两根一共有53根电线杆。现在改成每隔60米安装一根电线杆,除两端的两根不需移动外,中途还有多少根不必移动?

分析 因为每隔45米要装一根电线杆,共有53根电线杆,所以甲地到乙地的距离是 $45 \times (53 - 1) = 2340$ (米)。45和60的最小公倍数是180,从第一根开始,每隔180米的那一根不必移动,因为 $2340 \div 180 = 13$ (根),去掉最后一根,中途有12根不必移动。

解 (略)

方法要领

从以上5个例题可以看到:要解答数的整除的相关题目,关键在于明晰“题意”的含义,尤其要结合整除知识在实际问题中的适宜性和局限性,这样才能明确最大公约数、最小公倍数的应用。

2. 错例警示

例1 $7 = 7 \times 1$ 是不是分解质因数?

错答 $7 = 7 \times 1$ 叫做分解质因数。

分析 分解质因数的意义是:“把一个合数用质因数相乘的形式表示出来。”7是质数,不能进行分解,而且 7×1 中,1既不是质数又不是合数,怎能叫分解质因数呢?

订正 $7 = 7 \times 1$ 不叫分解质因数。

练习

1. 把180分解质因数。
2. 30和24中有哪些相同的质因数？

例2 因数与约数有何区别？

错答 因数和约数只是两种提法，如3是6的因数，3也是6的约数，没有什么区别。

分析 约数和因数是概念不同的两种数。约数是对整除讲的，数a若能被数b整除，b是a的约数。因数是对乘积说的， $a \times b = c$ ，a和b都是c的因数。从适用范围来说，约数只适用扩大的自然数列，而因数可适用于整数、小数、分数，甚至适用于有理数、实数等。

订正 因数和约数是有很大区别的。约数是在整除条件下产生的，而因数是在相乘的条件下产生的，因此因数是对乘积而言，约数是在整除时，除数对被除数而言。被乘数和乘数都叫做积的因数，不论整数乘法、小数乘法、分数乘法都适用。而约数适用的范围很小，当被除数除以除数能整除时，除数才是被除数的约数。

练习

1. $4 \times 3 = 12$, $1.5 \times 0.4 = 0.6$, 这两个乘式中谁是谁的因数？
2. $18 \div 3 = 6$, 谁是谁的约数？

例3 互质数与质数有什么区别？

错答 互质数和质数都是质数，不过互质数是两个质数，而质数只是一个质数。

分析 互质数和质数是概念不同的两种数，决不是一个质数与两个质数的问题。上边答案是错的。互质数是两个数的公约数只有1，互质的两个数是相关的，是相互依存的。而质数是一个独立数的概念。

订正 两个数只有公约数1，这两个数叫做互质数。一个数的约数只有1和它本身，这个数叫做质数。

练习

下面的数，哪些是互质数？哪些是质数？

3和5 11 8和13 17

例4 互质的两个数都必须是质数吗？

错答 互质的两个数都必须是质数，否则就不是互质数。

分析 这个错误的答案,仍是对互质数的概念不清楚。判断两个数是不是互质数,只能以互质数的定义为依据,不能附加任何条件。不论两个数的本身是不是质数,只要两个数只有公约数1,这两个数就是互质数。

订正 互质的两个数不一定是质数,主要看这两个数是否只有公约数1。互质的两个数可能都是质数,如2和3;也可能都是合数,如8和9;也可能有质数有合数,如3和8。

10

练习

1. 写出三组互质数,每一个数都不是质数。
2. 写出三组互质数,每一组数中有一个数是1。

例5 求24、32、60的最小公倍数,下面的算法对不对?

$$\begin{array}{r|rrr}
 2 & 24 & 32 & 60 \\
 6 & 12 & 16 & 30 \\
 2 & 2 & 16 & 5 \\
 & 1 & 8 & 5
 \end{array}$$

24、32、60的最小公倍数是 $2 \times 2 \times 5 \times 6 \times 8 = 960$ 。

错答 此题算法是对的。因为960是24、32和60的公倍数,最后面的商1、5、8又是两两互质,所以960是24、32、60的最小公倍数。

分析 答案不对。960虽然是24、32、60的公倍数,但960不是这三个数的最小公倍数。因为这三个数的公倍数还有480,比960小。造成错误的原因是在求三个数的最小公倍数的过程中,当三个数还有公约数(1除外)时,就不能用两个数的公约数来除,否则就会发生错误。本例题第一步用公约数2除,得到商是12、16、30,这三个数仍有公约数2,应该用2作除数,却误用12和30两个数的公约数6来除,因此所求的960不是这三个数的最小公倍数。

订正

$$\begin{array}{r|rrr}
 2 & 24 & 32 & 60 \\
 2 & 12 & 16 & 30 \\
 2 & 6 & 8 & 15 \\
 3 & 3 & 4 & 15 \\
 & 1 & 4 & 5
 \end{array}$$

24、32、60的最小公倍数是 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 480$ 。

练习

1. 比一比,哪种算法错? 错在哪里?