考研数学题集第一书

全国十二大考研辅导机构指定用书

2011李永乐考研数学系列之一

数学基础过关660题

数学二

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660 TI (SHUXUEER)

主编　李永乐

六百六十题　一线名师精选精编　全面覆盖考试要点
六百六十题　以题为核心　深入剖析解题思路
六百六十题　解答详尽　举一反三　规避误区
六百六十题　注重基础　提高能力
六百六十题　深受广大学子信赖

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

考研数学题集第一书

全国十二大考研辅导机构指定用书

2011 李永乐考研数学系列之一

数学基础过关 660 题

数学二

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660 TI (SHUXUEER)

主编 李永乐

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

2011年全国硕士生入学统一考试数学基础过关660题. 2/李永乐主编. —西安:西安交通大学出版社, 2010.2

(金榜考研系列丛书. 数学篇)

ISBN 978-7-5605-3447-3

Ⅰ.①2… Ⅱ.①李… Ⅲ.①高等数学—研究生—入学考试—习题 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第019379号

敬告读者

本书封面贴有专用防伪标识,凡有防伪标识的为正版图书,请读者注意识别。

数学基础过关660题(数学二)

主　　编:李永乐
策　　划:张伟　陈丽
责任编辑:任振国
装帧设计:金榜图文设计室
出版发行:西安交通大学出版社
地　　址:西安市兴庆南路10号(邮编:710049)
电　　话:(029)82668315　82669096(总编办)
　　　　　(029)82668357　82667874(发行部)
印　　刷:保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本:787mm×1092mm　1/16
印　　张:15.75
字　　数:373千字
版　　次:2010年2月第1版
印　　次:2010年2月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5605-3447-3/O·315
定　　价:28.00元

前 言

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习备考用书，几年来本书逐步得到了广大考生的信任与好评。内容包括高等数学(微积分)、线性代数，题型为选择题(290)与填空题(190)。在题目的编制设计上我们有两个基本构思：一是选择题与填空题的模拟题，二是为解答题铺路的基础板块。

从教育部考试中心公布的统计结果来看：2005 年选择题难度 0.560，填空题难度 0.520；2006 年选择题难度0.688，填空题难度 0.792；2007 年选择题难度 0.514，填空题难度 0.575；2008 年选择题难度 0.683，填空题难度 0.687。是不是丢分丢的有点多了？对于往届考生的失误要引以为戒，应当重视选择题、填空题的复习吧。

硕士研究生入学考试的性质是“具有选拔功能的水平考试”，而“考查考生对基础知识的掌握程度，是数学考试的重要目标之一”，同时“由于数学学科本身的特点，考生的数学成绩历来相关较大，这说明数学学科的考试选拔性质更加突出”。近年来，一些考生的失误“并不是因为缺乏灵活的思维和敏锐的感觉，而恰恰是因对数学大纲中规定的基础知识和基本理论的掌握还存在某些欠缺，甚至有所偏废所致”。因此，希望广大考生要按考试大纲踏实、认真、全面、系统地复习，心态要平和，戒浮躁，要循序渐进，不断积累，逐步步提高。

希望本书的修订再版能对同学们的复习备考有更大的帮助。对书中不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

祝考生复习顺利，心想事成，考研成功！

编 者

2010 年 2 月

目 录

第一部分　选择题

第二部分　填空题

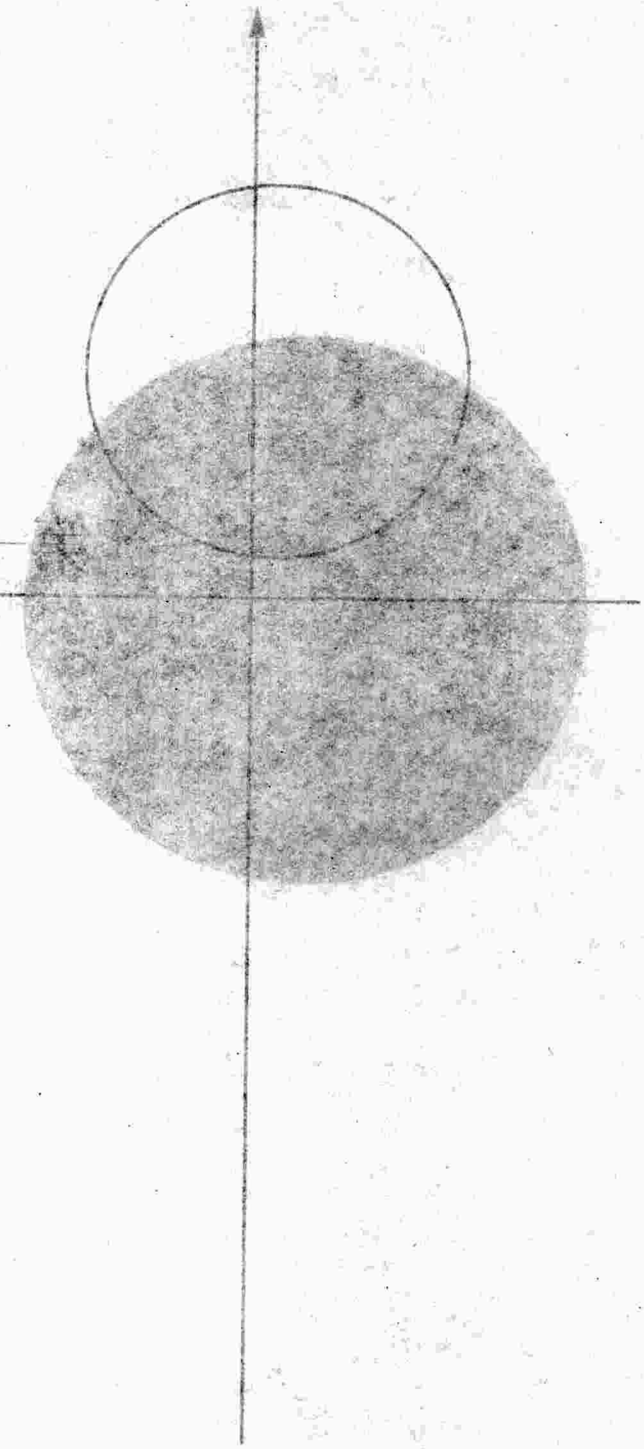
第一部分　选择题

高 等 数 学

线 性 代 数

参 考 答 案

第一部分 选择题



高等数学

线性代数

参考答案

高等数学

1 下列命题中正确的是

(A) 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\geqslant \lim\limits_{x\to x_0} g(x)\Rightarrow \exists\,\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时 $f(x)\geqslant g(x)$.

(B) 若 $\exists\,\delta>0$ 使得当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)>g(x)$ 且 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A_0$,$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=B_0$ 均 $\exists$,则 $A_0>B_0$.

(C) 若 $\exists\,\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时 $f(x)>g(x)\Rightarrow \lim\limits_{x\to x_0} f(x)\geqslant \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.

(D) 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>\lim\limits_{x\to x_0} g(x)\Rightarrow \exists\,\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)>g(x)$. [ ]

2 下列命题中不正确的是

(A) 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=a \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+l}=a$. 其中 l 为某个确定的正整数.

(B) 数列 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=a \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} x_{2n-1}=\lim\limits_{n\to\infty} x_{2n}=a$.

(C) 数列 x_n 收敛(即 $\exists$ 极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$),则 x_n 有界.

(D) $f(x)$ 定义于 $(a,+\infty)$,$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=A$,则 $f(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 有界. [ ]

3 设 $x_n\leqslant z_n\leqslant y_n$,且 $\lim\limits_{n\to\infty}(y_n-x_n)=0$,则 $\lim\limits_{n\to\infty} z_n$

(A) 存在且等于零.

(B) 存在但不一定等于零.

(C) 不一定存在.

(D) 一定不存在. [ ]

4 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$,$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$,$\lim\limits_{x\to x_0} h(x)=A$,则下列命题中不正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))=+\infty$.

(B) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)h(x))=\infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+h(x))=+\infty$.

(D) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)g(x))=+\infty$. [ ]

5 下列叙述正确的是

(A) 如果 $f(x)$ 在 x_0 某邻域内无界,则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$.

(B) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$,则 $f(x)$ 在 x_0 某邻域内无界.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 不存在,则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$.

(D) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=\infty$. [ ]

6 设$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A$,$\lim\limits_{x\to a}g(x)$ 不 ∃,$\lim\limits_{x\to a}h(x)$ 不 ∃,则下列结论中正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to a}f(x)\cdot g(x)$ 不 ∃.
(B) $\lim\limits_{x\to a}(g(x)+h(x))$ 不 ∃.
(C) $\lim\limits_{x\to a}(h(x)\cdot g(x))$ 不 ∃.
(D) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{1}{x-a}\sin\dfrac{1}{x-a}+f(x)\right)$不 ∃. [ ]

7 $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}e^{\frac{1}{x-2}}$,则当 $x\to 2$ 时有

(A) $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=4$.
(B) $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=0$.
(C) $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\infty$.
(D) $\lim\limits_{x\to 2}f(x)$ 不存在,且$\lim\limits_{x\to 2}f(x)\neq\infty$. [ ]

8 若$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin 3x^2+x^2f(x)}{x^6}\right)=0$,则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3+f(x)}{x^4}$ 为

(A)0. (B)3. (C) $\dfrac{9}{2}$. (D)∞. [ ]

9 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin x^2-(e^{x^2}-1)\sin x}{x^5}=$

(A)0. (B) $-\dfrac{1}{6}$. (C) $-\dfrac{1}{8}$. (D) $-\dfrac{1}{3}$. [ ]

10 已知 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax^2+bx+1-e^{x^2-2x}}{x^2}=2$,则

(A)$a=5,b=-2$.
(B)$a=-2,b=5$.
(C)$a=2,b=0$.
(D)$a=3,b=-3$. [ ]

11 下列各题计算过程中正确无误的是

(A) 数列极限$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln n}{n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(\ln n)'}{n'}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0$.

(B) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\pi x}{3x^2-2x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\pi\cos\pi x}{6x-2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\pi^2\sin\pi x}{6}=0$.

(C) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}}{\cos x}$不存在.

(D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+\sin x}{x-\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}=\infty$. [ ]

12 设 $x\to 0$ 时 $ax^2+bx+c-\cos x$ 是比 x^2 高阶无穷小,其中 a,b,c 为常数,则

(A)$a=\dfrac{1}{2},b=0,c=1$.
(B)$a=-\dfrac{1}{2},b=0,c=0$.
(C)$a=-\dfrac{1}{2},b=0,c=1$.
(D)$a=\dfrac{1}{2},b=0,c=0$. [ ]

13 当 $x\to 0$ 时,下列无穷小中阶数最高的是

(A)$(1+x)^{x^2}-1$.　　(B)$e^{x^4-2x}-1$.

(C)$\int_0^{x^2}\sin t^2\,dt$.　　(D) $\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1+3x}$.　　[　　]

14 设 $x\to a$ 时 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别是 $x-a$ 的 n 阶与 m 阶无穷小,则下列命题

①$f(x)g(x)$ 是 $x-a$ 的 $n+m$ 阶无穷小.

② 若 $n>m$,则 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 是 $x-a$ 的 $n-m$ 阶无穷小.

③ 若 $n\leqslant m$,则 $f(x)+g(x)$ 是 $x-a$ 的 n 阶无穷小.

中,正确的个数是

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)0.　　[　　]

15 以下极限等式(若右端极限存在,则左端极限存在且相等)成立的个数是

(1) 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=0(i=1,2)$ 且 $f_1(x)\sim f_2(x)(x\to a)$,又 $\lim\limits_{x\to a}g(x)=\infty$,则 $\lim\limits_{x\to a}(1+f_1(x))^{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}(1+f_2(x))^{g(x)}$.

(2) 设$\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=\lim\limits_{x\to a}g_i(x)=0,f_i(x)>0,(0<|x-a|<\delta),i=1,2$,且 $f_1(x)\sim f_2(x),g_1(x)\sim g_2(x)(x\to a)$,则$\lim\limits_{x\to a}f_1(x)^{g_1(x)}=\lim\limits_{x\to a}f_2(x)^{g_2(x)}$.

(3) 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=\lim\limits_{x\to a}g_i(x)=0(i=1,2)$,$\lim\limits_{x\to a}h(x)=0,f_1(x)\sim f_2(x),g_1(x)\sim g_2(x)(x\to a)$ 又$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f_1(x)}{g_1(x)}=r\neq 1$,则$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f_1(x)-g(x)}{h(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f_2(x)-g_2(x)}{h(x)}$.

(A)0.　　(B)1.　　(C)2.　　(D)3.　　[　　]

16 设$f(x)$ 对一切 x_1,x_2 满足 $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$,$f(x)$ 在 $x=0$ 连续.设 $x_0\neq 0$ 为任意实数,则

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在.

(B) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在,但 $f(x)$ 在 x_0 不连续.

(C)$f(x)$ 在 x_0 连续.

(D)$f(x)$ 在 x_0 的连续性不确定.　　[　　]

17 设 $f(x)=\begin{cases}(x+1)\arctan\dfrac{1}{x^2-1}, & x\neq\pm 1,\\ 0, & x=\pm 1,\end{cases}$ 则

(A)$f(x)$ 在点 $x=1$ 连续,在点 $x=-1$ 间断.

(B)$f(x)$ 在点 $x=1$ 间断,在点 $x=-1$ 连续.

(C)$f(x)$ 在点 $x=1,x=-1$ 都连续.

(D)$f(x)$ 在点 $x=1,x=-1$ 都间断.　　[　　]

18 设数列极限函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\arctan\left(1+\dfrac{x^{2n}}{1+x^n}\right)$,则 $f(x)$ 的定义域 I 和 $f(x)$ 的连续区间 J 分别是

(A) $I=(-\infty,+\infty),J=(-\infty,+\infty)$.

(B) $I=(-1,+\infty),J=(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(C) $I=(-1,+\infty),J=(-1,+\infty)$.

(D) $I=(-1,1),J=(-1,1)$. [ ]

19 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义,且 $f(x)$ 在 x_0 间断,则在点 x_0 处必定间断的函数是

(A) $f(x)\sin x$. (B) $f(x)+\sin x$.

(C) $f^2(x)$. (D) $|f(x)|$. [ ]

20 设 $f(x)$ 在 x_0 点连续,且在 x_0 的一空心邻域中有 $f(x)>0$,则

(A) $f(x_0)>0$. (B) $f(x_0)\geqslant 0$.

(C) $f(x_0)<0$. (D) $f(x_0)=0$. [ ]

21 设 $f(x)=g(x)\varphi(x)$,其中 $g(x),\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 邻域 U 有定义,$g(x)$ 在 $x=x_0$ 连续,$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续,但在 U 有界,则 $g(x_0)=0$ 是 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 连续的

(A) 充要条件. (B) 充分非必要条件.

(C) 必要非充分条件. (D) 既非充分也非必要条件. [ ]

22 "$f(x)$ 在 x_0 点连续"是 $|f(x)|$ 在 x_0 点连续的

(A) 充分条件,但不是必要条件. (B) 必要条件,但不是充分条件.

(C) 充分必要条件. (D) 既不是充分,也不是必要条件. [ ]

23 $f(x)$ 在 x_0 处存在左、右导数,则 $f(x)$ 在 x_0 点

(A) 可导. (B) 连续. (C) 不可导. (D) 不连续. [ ]

24 下列命题

①$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 连续.

②$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 不连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 不连续.

③$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 不连续.

④$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 不连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 可能连续.

中正确的个数是

(A)1. (B)2. (C)3. (D)4. [ ]

25 设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 连续,则 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A(\exists)$ 是 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 有界的

(A) 充分非必要条件. (B) 必要非充分条件.

(C) 充要条件. (D) 既非充分又非必要条件. [ ]

26 设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 连续，则“$\exists x_n \in [a,+\infty)$ 有 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = \infty$”是 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 无界的　[　]

(A) 充分非必要条件.　(B) 必要非充分条件.

(C) 充要条件.　(D) 既非充分又非必要条件.

27 下列函数中在 $[1,+\infty)$ 无界的是

(A) $f(x) = x^2 \sin \dfrac{1}{x^2}$.　(B) $f(x) = \sin x^2 + \dfrac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}$.

(C) $f(x) = x\cos\sqrt{x} + x^2 e^{-x}$.　(D) $f(x) = \dfrac{\arctan \frac{1}{x}}{x^2}$.　[　]

28 设 α 是实数，$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x-1)^{\alpha}} \cos \dfrac{1}{x-1}, & x > 1, \\ 0, & x \leqslant 1, \end{cases}$

$f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导，则 α 的取值为

(A) $\alpha < -1$.　(B) $-1 \leqslant \alpha < 0$.

(C) $0 \leqslant \alpha < 1$.　(D) $\alpha \geqslant 1$.　[　]

29 设 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x^2}{x^3}, & x > 0, \\ g(x)\arcsin^2 x, & x \leqslant 0, \end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数，则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

(A) 极限不存在.　(B) 极限存在，但不连续.

(C) 连续，但不可导.　(D) 可导.　[　]

30 设 $f(x)$ 有二阶连续导数，且 $f(0) = f'(0) = 0$，$f''(x) > 0$，又设 $u = u(x)$ 是曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x, f(x))$ 处的切线在 x 轴上的截距，则 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{u(x)} =$.

(A) 1.　(B) 2.　(C) $\dfrac{1}{2}$.　(D) 0.　[　]

31 设存在常数 $K > 0$ 使得 $|f(x_2) - f(x_1)| \leqslant K|x_2 - x_1|^2$ $(\forall x_1, x_2 \in (a,b))$ 则

(A) $f(x)$ 在 (a,b) 有间断点.　(B) $f(x)$ 在 (a,b) 连续，但有不可导点.

(C) $f(x)$ 在 (a,b) 可导，$f'(x) \not\equiv 0$.　(D) $f(x)$ 在 (a,b) 可导，$f'(x) \equiv 0$.　[　]

32 设 $f(0) = 0$，则 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x^2)}{x^2}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x = 0$ 可导的

(A) 充分非必要条件.　(B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件.　(D) 既非充分又非必要条件.　[　]

33 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在(a,b) 上可导,考虑下列叙述:

(1) 若 $f(x)>g(x)$,则 $f'(x)>g'(x)$

(2) 若 $f'(x)>g'(x)$ 则 $f(x)>g(x)$

则

(A)(1)、(2) 都正确. (B)(1)、(2) 都不正确.

(C)(1) 正确,但(2) 不正确. (D)(2) 正确,但(1) 不正确. [ ]

34 设 $f(x)$ 是以 3 为周期的函数且 $f'(2)=-1$,则$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h}{f(5-2h)-f(5)}$ 等于

(A)2. (B) -2. (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $-\dfrac{1}{2}$. [ ]

35 设 $y=f(x)$ 在(a,b) 可微,则下列结论中正确的个数是

①$x_0\in(a,b)$,若 $f'(x_0)\neq 0$,则 $\Delta x\to 0$ 时 $\mathrm{d}y\Big|_{x=x_0}$ 与 Δx 是同阶无穷小.

②$\mathrm{d}f(x)$ 只与 $x\in(a,b)$ 有关.

③$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$,则 $\mathrm{d}y\neq\Delta y$.

④$\Delta x\to 0$ 时,$\mathrm{d}y-\Delta y$ 是 Δx 的高阶无穷小.

(A)1. (B)2. (C)3. (D)4. [ ]

36 设函数 $f(x)$ 在$(-\infty,+\infty)$ 存在二阶导数,且 $f(x)=f(-x)$,当 $x<0$ 时有 $f'(x)<0,f''(x)>0$,则当 $x>0$ 时,有:

(A)$f'(x)<0,f''(x)>0$. (B)$f'(x)>0,f''(x)<0$.

(C)$f'(x)>0,f''(x)>0$. (D)$f'(x)<0,f''(x)<0$. [ ]

37 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导,且$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{2^{f(x)}-1}=1$,则 $f'(0)=$

(A)ln2. (B)$\dfrac{1}{\ln 2}$. (C)1. (D)2. [ ]

38 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 连续且满足

$$f(x)=2(x-x_0)+o((x-x_0))\quad(x\to x_0)$$

则 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的微分 $\mathrm{d}y\Big|_{x=x_0}$ 当 $x\to x_0$ 时是$(x-x_0)$ 的

(A) 同阶非等价无穷小. (B) 等阶无穷小.

(C) 高阶无穷小. (D) 低阶无穷小. [ ]

39 设 $y=\int_0^{2x}e^{t^2}\mathrm{d}t+1$,它的反函数是 $x=\varphi(y)$,则 $\varphi''(y)$ 和 $\varphi''(1)$ 分别是.

(A) $-4xe^{-8x^2}$,0. (B) $-2xe^{-8x^2}$, $-2e^{-8}$.

(C) $-2xe^{-8x^2}$,0. (D) $-4xe^{-4x^2}$, $-4e^{-4}$. [ ]

40 设 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f'(x) = \lim\limits_{x\to x_0^-} f'(x) = a$，则

(A) $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必可导且 $f'(x_0) = a$.

(B) $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必连续，但未必可导.

(C) $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处必有极限但未必连续.

(D) 以上结论都不对.

[ ]

41 设 $f(x) = \begin{cases} g(x), & x_0 - \delta < x \leqslant x_0, \\ h(x), & x_0 < x < x_0 + \delta, \end{cases}$ δ 为大于零的常数，又 $g'_-(x_0)$，$h'_+(x_0)$ 均存在，则 $g(x_0) = h(x_0)$，$g'_-(x_0) = h'_+(x_0)$ 是 $f(x)$ 在 x_0 可导的

(A) 充分非必要条件.

(B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 非充分非必要条件.

[ ]

42 设 $f(x)$ 在点 $x = a$ 处可导，则函数 $|f(x)|$ 在点 $x = a$ 处不可导的充分必要条件是：

(A) $f(a) = 0$，且 $f'(a) = 0$.

(B) $f(a) = 0$，且 $f'(a) \neq 0$.

(C) $f(a) > 0$，且 $f'(a) > 0$.

(D) $f(a) < 0$，且 $f'(a) < 0$.

[ ]

43 设 $f(x) = |(x-1)(x-2)^2(x-3)^3|$，则 $f'(x)$ 不存在的点个数是

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

[ ]

44 设 $F(x) = g(x)\varphi(x)$，$x = a$ 是 $\varphi(x)$ 的跳跃间断点，$g'(a)$ 存在，则 $g(a) = 0$，$g'(a) = 0$ 是 $F(x)$ 在 $x = a$ 处可导的

(A) 充分必要条件.

(B) 充分非必要条件.

(C) 必要非充分条件.

(D) 非充分非必要条件.

[ ]

45 函数 $f(x) = (x^2 + x - 2)|\sin 2\pi x|$ 在 $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$ 区间上不可导点的个数是

(A) 3.　　(B) 2.　　(C) 1.　　(D) 0.

[ ]

46 如下四个函数中，在 $x = 0$ 处可导的函数是

(A) $f(x) = e^{|x|}$.

(B) $f(x) = \arctan|x|$.

(C) $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{4}{3}} \sin \dfrac{1}{x}, & (x \neq 0) \\ 0, & (x = 0) \end{cases}$.

(D) $f(x) = \arcsin\sqrt{|x|}$.

[ ]

47 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 连续，又 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{|x|} = 1$，则

(A) $f(x)$ 在 $x = 0$ 可导，$f'(0) = 0$.

(B) $f(x)$ 在 $x = 0$ 可导，$f'(0) \neq 0$.

(C) $f'_+(0)$，$f'_-(0)$ 均存在但 $f'_+(0) \neq f'_-(0)$.

(D) $f'_+(0)$ 与 $f'_-(0)$ 不存在.

[ ]

48 设

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x} & (x<0)\\ a+bx & (x\geqslant 0)\end{cases}$$

处处可导,则(a,b) 等于

(A)a 任意,$b=\frac{1}{4}$.　　(B)$(\frac{1}{2},\frac{1}{8})$.

(C)$(\frac{1}{4},\frac{1}{8})$.　　(D)$(\frac{1}{2},\frac{1}{4})$.　　[　]

49 设 $f(x)=\begin{cases}e^{\frac{1}{x^2-1}}, & |x|<1,\\ x^4-bx^2+c, & |x|\geqslant 1,\end{cases}$ 可导,则$(b,c)=$

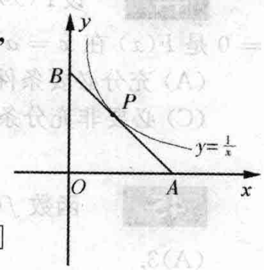
(A)$(2,1)$.　　(B)$(1,0)$.

(C)$(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$.　　(D)$(3,2)$.　　[　]

50 在曲线 $y=x^2+x+1$ 上横坐标为 $x_1=0,x_2=-1,x_3=-\frac{1}{2}$ 三点处的法线交点的个数为

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)0.　　[　]

51 在曲线 $y=\frac{1}{x}(0<x<+\infty)$ 上任一点 $P(x,y)$ 处作切线,该切线分别交 x 轴与 y 轴于 A 和 B(如右图所示),则



(A) $\overline{PA}<\overline{PB}$.

(B) $\overline{PA}=\overline{PB}$.

(C) $\overline{PA}>\overline{PB}$.

(D) $\overline{PA},\overline{PB}$ 的大小关系与 P 的位置有关.　　[　]

52 设曲线 $y=\ln x$ 与曲线 $y=k\sqrt{x}$ 在点(x_0,y_0)处有公切线,则常数 k 与切点分别为

(A) $\frac{1}{\sqrt{e}},(e,1)$.　　(B) $\frac{4}{e^2},(e^4,4)$.

(C) $\frac{3}{e^{3/2}},(e^3,2)$.　　(D) $\frac{2}{e},(e^2,2)$.　　[　]

53 设 $f(x)=|x|\sin^2 x$,则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 $n=$

(A)0.　　(B)1.　　(C)2.　　(D)3.　　[　]

54 设 $f(x)$ 在 x_0 可导,且 $f'(x_0)>0$,则 $\exists\,\delta>0$,使得

(A)$f(x)$ 在$(x_0-\delta,x+\delta)$ 单调上升.

(B) $f(x) > f(x_0), x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta), x \neq x_0$.

(C) $f(x) > f(x_0), x \in (x_0, x_0 + \delta)$.

(D) $f(x) < f(x_0), x \in (x_0, x_0 + \delta)$. [ ]

55 设 $f(x)$ 在 $x = a$ 邻域有连续的二阶导数，且 $f(a) = 0$，则函数

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{\sin(x-a)}, & x \neq a \\ f'(a), & x = a \end{cases}$$ 在 $x = a$ 处

(A) 不连续.

(B) 连续，但不可导.

(C) 可导，但 $F'(x)$ 在 $x = a$ 不连续.

(D) $F'(x)$ 在 $x = a$ 连续. [ ]

56 设 $f(x)$ 一阶可导，$f(x) > 0$，$f'(x) > 0$，则当 $\Delta x > 0$ 时

(A) $\int_x^{x+\Delta x} f(t)\mathrm{d}t > f(x)\Delta x > 0$.

(B) $\int_x^{x+\Delta x} f(t)\mathrm{d}t < f(x)\Delta x < 0$.

(C) $f(x)\Delta x > \int_x^{x+\Delta x} f(t)\mathrm{d}t > 0$.

(D) $f(x)\Delta x < \int_x^{x+\Delta x} f(t)\mathrm{d}t < 0$. [ ]

57 设 $f(x)$ 对一切 $x \in (-\infty, +\infty)$ 满足方程 $(x-1)f''(x) + 2(x-1)[f'(x)]^3 = 1 - \mathrm{e}^{1-x}$，且 $f(x)$ 在 $x = a(a \neq 1)$ 处 $f'(a) = 0$，则 $x = a$

(A) 是 $f(x)$ 的极小值点.

(B) 是 $f(x)$ 的极大值点.

(C) 不是 $f(x)$ 的极值点.

(D) 是 $f(x)$ 的拐点. [ ]

58 数列 $1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \cdots, \cdots, \sqrt[n]{n}, \cdots$ 的最大项为

(A) $\sqrt{2}$.

(B) $\sqrt[3]{3}$.

(C) $\sqrt[4]{4}$.

(D) $\sqrt[5]{5}$. [ ]

59 函数 $f(x) = x\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}x^2}(-\infty < x < +\infty)$ 的最大值为

(A) $\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$.

(B) $\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}}$.

(C) $2\mathrm{e}^{-1}$.

(D) $3\mathrm{e}^{-\frac{9}{4}}$. [ ]

60 设 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 连续，又 $f(x)$ 在 $[a, x_0]$ 单调上升，在 $[x_0, +\infty)$ 单调下降，$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = l$，则 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上相应的值域是

(A) $[f(a), f(x_0)]$.

(B) $[l, f(x_0)]$.

(C) $(l, f(x_0)]$.

(D) 以上均不对. [ ]

61 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 可导，$f(a) = \max\limits_{[a,b]} f(x)$，则

(A) $f'_+(a) = 0$.

(B) $f'_+(a) \geqslant 0$.

(C) $f'_+(a) < 0$.

(D) $f'_+(a) \leqslant 0$. [ ]

62 设 $f(x)$ 处处可导，则下面命题正确的是

(A) 若 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$，则必有 $\lim\limits_{x \to -\infty} f'(x) = -\infty$.

(B) $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=-\infty$,则必有 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$,则必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$.

(D) $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$,则必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. [ ]

63 设 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 二阶可导,满足 $f(0)=0$,$f''(x)<0(x>0)$,又设 $b>a>0$,则 $a<x<b$ 时恒有

(A)$af(x)>xf(a)$. (B)$bf(x)>xf(b)$.

(C)$xf(x)>bf(b)$. (D)$xf(x)>af(a)$. [ ]

64 设 $f(x)$ 在 $(1-\delta,1+\delta)$ 内存在导数,$f'(x)$ 严格单调减少,且 $f(1)=f'(1)=1$,则

(A) 在 $(1-\delta,1)$ 和 $(1,1+\delta)$ 内均有 $f(x)<x$.

(B) 在 $(1-\delta,1)$ 和 $(1,1+\delta)$ 内均有 $f(x)>x$.

(C) 在 $(1-\delta,1)$ 内有 $f(x)<x$,在 $(1,1+\delta)$ 内有 $f(x)>x$.

(D) 在 $(1-\delta,1)$ 内有 $f(x)>x$,在 $(1,1+\delta)$ 内有 $f(x)<x$. [ ]

65 设函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x-x, & (x\geqslant 1),\\ x^2-2x, & (x<1),\end{cases}$ 则

(A)$x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点. (B)$x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点.

(C)$(1,f(1))$ 是 $y=f(x)$ 拐点. (D)$(1,f(1))$ 不是 $y=f(x)$ 拐点. [ ]

66 设 $f(x)=\begin{cases}2-\cos x, & x\leqslant 0\\ \sqrt{x}+1, & x>0\end{cases}$,则

(A)$x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点,但 $(0,1)$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(B)$x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点,但 $(0,1)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(C)$x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点,且 $(0,1)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(D)$x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点,$(0,1)$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点. [ ]

67 设 $f(x)$ 具有二阶连续导数,且 $f'(1)=0$,$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f''(x)}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{2}$,则

(A)$f(1)$ 是 $f(x)$ 的极大值.

(B)$f(1)$ 是 $f(x)$ 的极小值.

(C)$(1,f(1))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标.

(D)$f(1)$ 不是 $f(x)$ 的极值,$(1,f(1))$ 也不是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标. [ ]

68 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 可导,$x_0\neq 0$,$(x_0,f(x_0))$ 是 $y=f(x)$ 的拐点,则

(A)x_0 必是 $f'(x)$ 的驻点.

(B)$(-x_0,-f(x_0))$ 必是 $y=-f(-x)$ 的拐点.

(C)$(-x_0,-f(-x_0))$ 必是 $y=-f(x)$ 的拐点.

(D) 对 $\forall x>x_0$ 与 $x<x_0$,$y=f(x)$ 的凹凸性相反. [ ]