

威 斯 兩 氏 大 代 數

蕭 文 燦 譯

商 務 印 書 館 發 行

中華民國二十三年七月初版
中華民國二十四年三月三版

(55419)

威斯兩氏大代數一冊

College Algebra
With Applications

每冊定價大洋貳元伍角

外埠酌加運費匯費

原著者

E. J. Wilczynski
H. E. Slaught

譯述者

蕭文燦

發行人

王雲五

印刷所

商務印書館

發行所

商務印書館

版權所有
翻印必究

(本書校對者胡達聰)

• C 五五七

之潮流遂瀰漫全球。綜其所揭改造之旨，不外數端：(1)函數觀念宜早引入，(2)各科教材須融合教授，(3)教授方法須注重實驗觀察，(4)教材須注重實用，(5)摒除傳統之繁難事項。蓋數學教育之目的不在養成數學家，而在使青年學生能理解自然，利用自然，且進而理解社會，改造社會。此種改造運動所產生之新主義數學，似曾一度光臨吾國。即數年前混合教科之時髦與布利氏數學教本之流行是也。然一般數學教師根本即少知數學教育有此一段改造因緣，而平昔又從無此種新精神之陶冶，教授時常多扞格不入囿圖不化之弊。故結果成效毫無。至今不獨布利氏之書宣告死刑，即自編之混合教本亦早絕迹。蓋最初不過眩於‘新’之名，而不知所以新之故。徒襲皮毛而遺精神。迨乎失敗則又詛咒‘新’，而謳歌‘舊’。此吾國凡百事業之通病，何獨教育。是所以為最趨新之國家而又最無進步之國家也。

本書為芝加哥大學教授 Wilczynski 與 Slaughter 兩氏之作。穆爾即該校數學主任，其充滿數學改造之新精神有由然也。全書以函數觀念為中心，圖解為手段。於微積分概念亦行引入。於最重要之數之系統少見於他書者，用圖形之說明遂能深入顯出。對於應用事項應有盡有。讀是書而後於實用方面有左右逢源之樂。若再進而習解析幾何與微積分尤易如反掌。是蓋不僅為最良之教本，

而又爲從事於數學教育者必讀之書也。

抑有又言者吾國現時學術之不競已至其極。而所謂學者之流，或恥於翻譯，或則謂可逕讀原文無須翻譯，加以印刷出版機關多唯利是視，即有譯稿亦難印出，殊不知一國學術不獨立國家即無存在之價值，而欲求學術之獨立，其第一步必先從事於介紹之翻譯，不觀乎東隣乎？其先對於歐美之著作盡量翻譯，而現在自己之著作即以數學而論亦有幾幾乎超出歐美而上之趨勢，當此國難嚴重期間，吾人一提及彼仇者之所以興而我之所以敗之由，不禁感慨系之。

本書譯成實受陳建功蕭君絳兩先生之慫恿，全稿又承曾昭安先生校訂一遍，在此謹致其感謝之忱，而不佞淺學訛誤必多，尤希海內明達不吝指正。

蕭文燦序於國立武漢大學數學室

民國廿二年一月

原 序

對於初學數學者，未有比將複素數引入代數中之事再困難者也。學者知負數之平方根，既非正數，又非負數，且更不等於零。無人能告以正數負數與零而外，再有其他任何之數。若冒然不顧，而將負數之平方根使其引入計算之中；彼既不知其意義為何，當然成為疑團而莫能解。雖其後指以具體之代表，名此種數曰虛數，但此決不能將最初之疑團永釋。必仍不愜於中，覺虛數為不可能，而又無意義之數也。

在歷史上其引入虛數，亦如此法。學者今之致疑，古人亦復如是。對於虛數之懷疑，在全數學史上自十五世紀直至十九世紀。今之學者之致疑，不過歷史之重演而已。

歷史演進之次序，不定為教育上最良之次序。複素數即其最有力之例。教授時務須將歷史之次序避免之。

在本書之第一章代數的數之系統，即將複素數包含於其中。以有向線或向量之幾何的意義表之，乃最具體而又便利之法。學者熟讀此章之後，對於複素數之為數，尚有懷疑者未之有也。若有之，必仍為初等代數上所起者無疑。在此意義，第一章可視為代數基礎之專攻。雖基

礎一語，用於現時，並非一章書即能建立。然此章實為最初之基礎。

第一章又可救濟算術及代數初步複習之目的。若將複習而視為將從前之材料重演一次，此乃最廢時之事。以此理由，本書之始，並無專列循序複習之課程，僅將複習工作分配於各章之中。一方兼顧複習，而一方常於其前其後加以新的討論。本書固希望用之於大學，然其編纂皆建築於最初原理之上，且重要之事項皆一一提出。故於代數之初等書籍無須幾多之參考。若有良好之準備，用此為研究代數之發軔亦無不可。

世人對於“大代數”(College algebra)之評判，並不一致。惟吾人若將各種教科之內容一加批閱，則此課須為數學上良好基礎之建樹無疑。本書本此目的，乃就平日在大代數課程中口授之事項，取其緊要無疑者，加以編纂而成。務期每一標題之自身，毋使其稍有缺陷。今將本書之內容，及其如何聯絡之點，列舉於下。

函數概念乃本書之中心。吾人曾言第一章乃專攻數之系統。此為必須之預備。第二章開始即討論函數一般之概念，取其最簡單之情形盡量論之。如互變，及一元一次函數是也。第三章乃論二次函數及二次方程式。第四章論任何次之有理整函數及其對應之方程式與其根之代數的計算(方程式論)。第五章乃討論其根之代數的計

算,及其基本定理等等。第六章論有理分數函數,其特別之式如部分分數之分解,即附其中焉。第七章論最簡之無理函數,並示以代數函數與超越函數之區別。第八章論一般之冪函數。

第九章乃引入多變數之函數,以一次函數開其端。二階三階之行列式即於此導入,以爲一般 n 階行列式理論之準備。於第九章以後即插入排列配合(第十章)及概率(第十一章)。如斯預備,則第十二章 n 元一次函數及 n 階行列式,乃得而討論焉。第十三章討論兩自變數之二次函數及其聯立方程式。

且也,各種函數皆認爲以連續變數考之。若將其變數限爲整值,則敍列(Sequence)生焉。如等差級數即其一例。故等差級數即包含於第一章之中,而同類之等比級數調和級數亦附論於此。

第十四章注重在不連續變數。而其結果即對於敍列與有限級數與以充分討論。第十五章第十六章隨之而論極限及級數。蓋有十四章在其先,故不覺困難也。

此乃本書之崖略。本書尙有一特點,即應用豐富是也。蓋各項應用皆分見於本書之中,且可以形成一部。其所包含之事項,不僅一般應用加入,並使本課與物理化學成爲有價值之聯絡。其所含之事項如長度,時間,質量之測量,副尺之理論,滑尺,對數紙,及一般之尺度,速度,加速

度,密度,比重,力,等速運動,等加速運動,氣體壓力,拋物體運動,亞機點德氏原理 (Archimedes' principle), 達布勒氏原理 (Doppler's principle) 在物理中元之理論 (Theory of dimensions), 及分析化學等。其他尚有複利, 年金, 人壽保險之討論, 及複利定律對於振動之阻遏, 光之吸收, 大氣之壓力, 以及溫體之冷卻等等應用。龍教授 (A. C. Lunn) 對於此等論題, 曾與著者以許多之指導, 在此應極表感謝。

本書對於每個應用討論, 皆十分注意, 與在化學物理上者同。學者決不以爲關於應用問題, 因其基本原理未加解釋, 即不能了解。蓋所謂應用者, 仍由數學之觀點出發, 與由物理或化學之觀點所得結果之方式, 自然不同。但學者對於同一題目, 可於其數種課程中見其以相異之方法討論, 則融會貫通之效, 自易收也。

此乃解釋本書一般之方針, 尚有許多與他書不同之處, 如圖解之注重等, 則讀者可自己發現, 無須贅言。最後希望本書之用者, 更讀後附之告教師與告學生之文焉。

E. J. Wilczynski.

H. E. Slaught

告 教 師

本書包含之事項，或者每項皆包含於美國任何大學之‘大代數’一課中。但此內容比約五十講之課程較多，故教授時，常須加以選擇。下列課程之提要，即爲此而設。然須知教師若熟加考慮，尚可斟酌損益。因教師對其學生之需要，或比著者較晰也。

此書又可用以爲代數與解析幾何兩課聯絡教授之用，惟教者於解析幾何之標題，在代數中自可從略。又本書又可用爲專攻高等代數之基礎。

甲 課 程 A.

以下各節組成一短課，係欲注重應用者。

16—75, 78—113, 126—132, 135—146, 148—151, 156—182, 185—212, 各節

此中有許多已包括於中學代數中，可以短時間複習之。167—175(對數之計算)各節可移至三角中習之。80, 195, 196 各節可以省略。其次序可略加顛倒。如第一章，第二章，第九章，第三章，第四章等；或第一章，第二章，第三章，第九章，第四章等等，均可。

課 程 B.

213—217, 219—227, 238—240, 243—252, 256 各節,
乃排列,組合,概率,及二次聯立方程式,可以加入課程
A 中授之。

課 程 C.

257—297 各節,乃級數總和法,極限,無限級數等,亦可以
加入課程 A 中授之。

乙 課 程 D.

以下各節又可組成一短課,爲注重純粹數學者。

1—38, 50—78, 82—111, 114—120, 126—145, 147—184,
197—210 各節,其內容可視課程 A.

課 程 E.

213—217, 219—227, 238—240, 243—252 各節。

乃排列,組合,概率,及二次聯立方程式,可加入課程 D
中授之。

課 程 F.

257—297 各節爲級數總和法,極限,及無限級數,可加入
課程 D 中授之。

告 學 生

用 品

學生須備兩腳規一付，米達尺一根，須劃分粉及厘者。
方格紙若干(很好的米厘紙)以備畫圖之用。

研究之一般方針

1. 須預先注意細讀指定之課。

2. 關於以下所示之各原理須看是否自己能了解：

(a) 對於論證之理論，其每步之論斷，是否能自信
確能明白詳細解釋其理由。

(b) 對於所用之論證與解釋，試發現其基本觀念。
此與(a)合併，則對於教師教授時之全個論證，如同重述。
並在別處遇着同一情形，即能用同一之理由解釋。

(c) 能否尋出此題目之實例，加以討論而求其應用。

3. 自試對於第2款中所舉各條，皆能自己認為滿足，
再進行演題。

4. 如自試有不能滿足之結果，須求出其難點是屬於
2(a), 2(b), 或 2(c). 若係在 2(a), 則須搜尋此論證在何時始不
能了解。在此點即須固着注意，將此陳述中所有名詞之

定義注意複習。在數學中，未有比不知定義云何爲再困難之事。如發現困難並非定義，須搜尋記憶，凡關於發生困難之論題，在教科書中皆須盡量涉獵。此點可以應用目錄及索引以求之。最後仍不能將難點解釋，可以將此疑問書出請教於師。常有將疑問擬成條文之後，而自己卽能解答之者。

若難點不在 2(a) 而在 2(b) 或 2(c)，則習題或者於你有所幫助。

5. 試清清楚楚毫不含糊地口述或筆書各個陳述。至清晰與否，只須設想有人聽此解釋是否能夠了解卽得。卽須自問，若對人解釋，他是否知我說些什麼書？寫之工作甚爲重要。因無有不合字義之陳述也。好紙好墨，及清潔之形式，其對於思想之力甚大。

6. 關於此課中提出若干問題，請教於師。但皆須先自擬答。

7. 有許多學生不讀教科書，卽突進而演題，如有此計劃，必遭失敗。蓋縱能解出問題，但對於其所包含原理之解釋必失敗。本課之目的，並非將某種規則能機械的覆演爲已足。且須使此等規則能自己應用，而又能記憶。尤重要者，乃須能了解此等規則之基礎原理。

目 錄

第一章 代數數之系統	1
1. 正整數	1
2. 正整數之加法減法及乘法	1
3. 整數之因數或約數	3
4. 整數之除法	4
5. 兩整數之最大公約數	7
6. 整數之質因數	6
7. 正整數之幾何表示	7
8. 有理數	7
9. 有理數之幾種性質	9
10. 有理數之加減法	11
11. 有理數之乘法	12
12. 兩有理數之積之幾何作圖	13
13. 正有理數之除法	13
14. 有理數之又一性質	16
15. 無理數之存在	17
16. 負數與零	19
17. 有向線及有向線分	20
18. 正數與負數之加法及減法	23
19. 正數與負數之乘法	25

20. 以正數或負數爲除數之除法	26
21. 零爲除數	27
22. 單調定律之於正負數	28
23. 平面上之有向線分	29
24. 複素數	32
25. 兩複素數之相等	33
26. 向量, 向量加法, 及複素數加法	34
27. 向量及複素數之減法	37
28. 以正數或負數乘複素數之乘法	38
29. 以 i 乘複素數之乘法	39
30. 複素數之極形	40
31. 兩複素數相乘之乘法	41
32. 複素數之除法	44
33. 實數與虛數	46
34. 共軛複素數	47
35. 基本定律對於複素數之效力	47
36. 代數數之系統之歷史	48
第二章 一次函數及級數	50
37. 常數與變數	50
38. 互變	52
39. 名數問題之應用	54
40. 長之測量	54
41. 長度, 面積, 體積	56
42. 時間	57
43. 質量	57

44. 密度與比重	58
45. 速度	59
46. 加速度	59
47. 等加速度運動	60
48. 落體	61
49. 元符號之重要	61
50. 數對之圖表法	64
51. 互變之圖表法	66
52. 函數 $y=mx+b$ 之圖表法	67
53. 直線之斜度	67
54. 直線之方程式	69
55. 一次函數之零	71
56. 等差級數	74
57. 等差中項之插入	77
58. 調和級數	78
59. 等比級數	79
60. 等比級數 n 項之和	80
61. 等比中項	81
62. 無窮項之等比級數	83
63. 循環小數	85
第三章 二次函數及方程式	88
64. 二次函數之標準形	88
65. 二次函數之圖表	88
66. 二次函數之極大及極小	90
67. 二次函數之零之圖解	93

68. 二次函數之實零之計算	94
69. 求二次方程式根之公式之別法	97
70. 二次方程式之複根(虛根)	98
71. 解二次方程式或分解二次函數之因數之各法	101
72. 二次方程式之特形	103
73. 以二次方程式之法解高次方程式	104
74. 二次方程式之有理根及無理根	105
75. 二次不盡根	106
76. $a+b\sqrt{x}$ 之形之式之平方根	105
77. 關於二次不盡根數值計算代數之單調定律之應用	111
78. 名數問題中負根, 分數根, 複根之解釋	112
79. 等速直線運動	113
80. 力	114
81. 重力對於投射物體之影響	118

第四章 n 次有理整函數及其實零之數值之計算.....121

82. 有理整函數數值之計算	121
83. 函數之記號	123
84. 因數定理	124
85. 剩餘定理	125
86. 綜合除法	126
87. 切線之斜度	128
88. 二項式定理	132
89. 有理整函數之導來函數	137
90. 高階之導來函數	138
91. 戴勞氏之展開式	139

92. 方程式根之減縮.....	140
93. 計算之排列	142
94. 方程式根之 m 倍	144
95. 根之符號之變換.....	145
96. 有理整函數之連續性	146
97. 牛頓之求近似值法	148
98. 牛頓法之幾何的意義	149
99. 擬位法	149
100. 牛頓法之例	151
101. 忽拿氏法.....	155
102. 省略算	156
103. 實根	156
104. 一個以上之實根之求法.....	156
115. 方程式正根之上限	157
106. 笛卡兒之符號律.....	159
107. 有理整函數之極大及極小	163
108. 羅爾氏定理	166
109. 重根	166
110. 有理係數方程式之有理根	168
111. 解數字係數方程式所需運算之提要	172
112. 三次方程式對於浮球之應用	173
113. 三次方程式對於三角之應用	175

第五章 n 次之有理整函數之零之代數解決之問題, 及

一般性質.....177

114. 方程式之代數的解與數字的解之分別.....	177
----------------------------	-----