

高等学校交流讲义

GAODENG XUEXIAO JIAOLIU JIANGYI

热工测量仪表

天津大学等十院校集体选编



机械工业出版社

高等学校交流讲义



热工测量仪表

天津大学等十院校集体选编



机械工业出版社

本书包括下列部分：一、误差理论及测量的基本知识；二、压力及真空的测量仪表；三、流量测量仪表；四、料面测量仪表；五、温度测量仪表；六、气体分析器及物质性质测量仪表。

书中对上述各种仪表的作用原理、结构作了较全面的介绍，并分析了它们的测量误差产生的原因。

本书可供热工仪表、化工生产过程自动化及同类性质的专业作交流讲义。

本书由天津大学、浙江大学、华东化工学院、上海机械学院、哈尔滨工业大学、清华大学、北京化工学院、华南化工学院、成都工学院及华中工学院等十院校集体选编而成。

热工测量仪表

天津大学等十院校集体选编

(根据中国工业出版社模型重印)

*

第一机械工业部教材编审委员会编辑（北京复兴门外三里河第一机械工业部）

机械工业出版社出版（北京苏州胡同141号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $28 \frac{3}{8}$ · 字数 663 千字

1961年8月北京第一版

1965年6月北京新一版·1965年6月北京第一次印刷

印数 0,001—4,500 · 定价(科五)3.30元

*

统一书号：K15033·3827

目次

第一篇 緒論

第一章 測量誤差理論6

 第一节 測量的分類6

 第二节 誤差理論要點9

 第三节 測量儀表的一般知識14

第二篇 壓力和真空度的測量

第二章 液體壓力計19

第三章 彈簧機械式壓力計28

 第一节 膜式通風計、風壓計及壓力計29

 第二节 彈簧管壓力計、真空計和壓力-真空計32

第四章 活塞式壓力計38

第五章 電氣式壓力計和真空計46

 第一节 電阻式壓力計46

 第二节 電容式壓力計50

 第三节 壓電式壓力計50

 第四节 壓磁式壓力計53

 第五节 熱電阻真空計56

 第六节 電離真空計57

 第七节 放射性同位素真空計59

 第八节 一般工作法的和裝置儀表的主要規則60

第三篇 液體、氣體、蒸汽的總量 和流量的測量

第六章 速度式和容積式流量計和計量表63

 第一节 速度式流量計64

 第二节 扁圓齒輪式液體計量表67

第七章 用動壓測定管來測量液體和氣體的流速和流量71

第八章 用節流式測量裝置來測量液體、氣體和蒸汽的流量77

 第一节 理論基礎77

 第二节 節流式測量裝置的標準型式81

 第三节 在用標準節流裝置測量流量時所用計算公式中的系數和改正因數86

 第四节 關於物質重度的求法93

 第五节 計算的公式96

 第六节 流量測量的誤差99

 第七节 節流裝置的計算104

 第八节 液體、氣體和蒸汽流量測量的

 特殊情况108

 第九节 標準節流裝置的安裝116

第九章 差壓計144

 第一节 差壓計的一般知識及其分類144

 第二节 攜帶式液體差壓計145

 第三节 浮子式差壓計146

 第四节 環式差壓計158

 第五节 鐘罩式差壓計162

 第六节 彈簧式差壓計170

 第七节 差壓計的機械式積算器173

 第八节 遠距離傳訊差壓計176

 第九节 用節流裝置來測量物質流量的注意事項179

第十章 固定壓力降的流量計183

 第一节 轉子流量計183

 第二节 閘塞式流量計187

第十一章 電氣式流量計188

 第一节 電磁流量計188

 第二节 超聲波流量計191

 第三节 放射性同位素流量計192

 第四节 熱電式流量計194

第四篇 料面測量

第十二章 常用料面計197

第十三章 放射性同位素及超聲波料面計209

 第一节 放射性及其測量的原理209

 第二节 放射性料面計210

 第三节 超聲波料面計213

第五篇 溫度測量

概論215

 第一节 基本概念215

 第二节 溫度標尺的基本概念，攝氏、華氏和列氏溫標215

 第三节 熱力學溫度標尺216

 第四节 國際溫標218

 第五节 溫度計的分類219

第十四章 膨脹式溫度計220

 第一节 液體膨脹式溫度計220

 第二节 固體膨脹式溫度計224

第十五章 壓力表式溫度計225

 第一节 壓力表式溫度計的作用原理和構造225

 第二节 液體壓力表式溫度計的計算及

	其誤差	226	第一节	由于感受元件安装得不正确而 引起的誤差	344
第三节	气体压力表式溫度計的計算及 其誤差	230	第二节	測溫感受元件的动态誤差	347
第四节	蒸汽压力表式溫度計的計算及 其誤差	232	第三节	高速流动介质溫度的測量	348
第五节	压力表式溫度計的惰性以及三 种压力表式溫度計的比較	235	第四节	固体溫度和表面溫度的測量	350
第十六章	热电高温計	236	第五节	火焰溫度的測量	352
第一节	一般概念	236	第六篇 气体分析器和 物质性质測量仪表		
第二节	热电偶作用原理	236	概論	353	
第三节	冷接点溫度补偿	240	第二十一章	化学式气体分析器	356
第四节	热电偶測量綫路	242	第一节	体积压力法(或称吸收式)气 体分析器	356
第五节	热电极材料和常用热电偶	245	第二节	化学反应热式气体分析器	359
第六节	热电偶的构造	248	第三节	比色式气体分析器	363
第七节	毫伏計的动作原理	251	第二十二章	热导式气体分析器	368
第八节	毫伏計測溫誤差以及毫伏計的 附加电阻	254	第一节	概述	368
第九节	毫伏計的构造	257	第二节	ГЭVK-21型CO ₂ 及CO+H ₂ 分析器	376
第十节	电位計及其作用原理	260	第二十三章	氧气分析器	379
第十一节	标准电池	262	第一节	磁性氧分析器	380
第十二节	實驗室用电位計	262	第二节	去极化式微量氧分析器	392
第十七章	电阻溫度計	277	第二十四章	紅外線分析器	396
第一节	作用原理	277	第一节	基本原理	396
第二节	热电阻材料	278	第二节	工业用紅外線气体分析器	404
第三节	热电阻的构造	280	第二十五章	电导式成分分析器	408
第四节	測量热电阻电阻值的仪表	283	第一节	基本作用原理	408
第五节	电阻溫度計的測溫誤差	290	第二节	电导池的結構問題和溫度的影响	411
第十八章	电子式二次仪表	292	第三节	电导式濃度測定儀的溫度补偿	412
第一节	概述	292	第四节	苏联 P3C-106型盐量計	416
第二节	电子自动电位計	293	第五节	DD-5型硫酸濃度計	420
第三节	电子自动平衡电桥	313	第六节	非接触电导式濃度計——电磁 濃度計	423
第四节	感应式电子仪表	316	第二十六章	色层分析仪	426
第五节	电子式二次仪表的測量誤差	322	第二十七章	质谱仪器	427
第六节	二次仪表的发展趋势	322	第一节	磁場偏轉式质谱仪器	428
第十九章	輻射式高温計	327	第二节	射頻质谱計	434
第一节	輻射高温計的理論基础	327	第二十八章	氫离子濃度(pH)的 測量及pH計	435
第二节	光学高温計的作用原理及其构造	331	第一节	作用原理	435
第三节	光学高温計讀数上应加的改正值	334	第二节	电极	437
第四节	光学高温計測溫誤差的估算	334	第三节	測量仪表	440
第五节	光电式高温計	335	第二十九章	物质性质測量仪器	444
第六节	全輻射高温計的作用原理及其 构造	337	第一节	粘度測量	444
第七节	全輻射高温計測溫誤差的估算法	338	第二节	湿度測量	445
第八节	比色式高温計	339	第三节	液体及气体比重的測量	450
第二十章	在測量溫度时發生的誤差 及特殊条件下的溫度測量	344			

第一篇 緒 論

在連續性的热力生产过程，如化工、石油炼制、热动力及冶金等生产过程中，必須在严格地保持預定的条件下，生产才有可能高效率地进行，最終产品的质量才会有所保証。为要达到这个目的，首先必須确切地知道表征过程进行情况的諸物理参数值，如温度、压力、流量以及成分等，而后根据了解的結果，通过人工或自动調整装置，改变輸入或輸出的物质或能量，使过程能随时都維持預定的条件。此外，由于高温和高压技术在生产中的应用，只有广泛地应用测量仪表，才有可能确保生产安全进行。因此就对测量技术提出一系列的要求。

热工仪表就是用来测量表征热力过程进行情况的諸物理参数的仪表，它是人們管理这类生产的重要工具。

因此世界各国都十分重視热工仪表生产的发展。尤其是在近廿年中，由于广泛地应用新科学成就的結果，热工仪表得到了巨大的发展。

解放前，我国是一个半封建半殖民地的国家，由于帝国主义和官僚买办资产阶级的残酷掠夺和压迫，生产极端落后，沒有自己的工业体系，更談不上仪表生产了，一些简单的仪表都必須依賴于外国。

解放后十多年来，在党的正确领导下，初步建立起自己的工业体系。随着社会主义建設事业的发展，热工仪表制造业也逐步建立起来，特别是在1958年以来，全国在工农业方面都取得了空前未有的成就。目前，在仪表生产方面，不仅初步建立起生产基地，而且也建立了科学研究和培养人才的基地；不但能生产一般的热工测量仪表，而且也完成了不少高、大、精、尖产品的研究和試制工作。所有这些成績是在党的总路綫的光輝照耀下取得的。

目前，工业生产和科学技术先进的世界各国，为了适应生产的高度机械化和自动化，热工仪表的研究和生产都发展得很快。总的看来，目前的情况和今后的趋势可以概括为以下几个方面。

首先是仪表的标准化和系列化。这一工作的目的，一方面在于大大地簡化仪表的生产过程，使得能以最少的零件（或元件），装配成适用于测量多种参数和不同测量范围的仪表，另一方面也簡化使用部門对仪表的安装和經常的維修工作。国外在这一方面已经作了不少研究。

在标准化系列化的基础上，进一步发展起来的是仪表的单元組合。所謂单元組合是将一个結構复杂的基地式仪表，分解成能完成一定作用的独立单元，根据生产上不同的要求，这些独立单元可以采用不同的方式进行組合来完成預定的作用。这就大大地增进了仪表在使用上的灵活性，降低了制造成本，消除了基地式仪表庞大复杂的缺点。

其次关于新技术应用在测量方面的研究工作已广泛开展起来了，而且已获得一定成果，如应用超声、微波、放射性同位素、质谱分析及半导体等新技术的仪表已出現不少种类型。这类仪表的特点是惰性小、反应快，而且能够完成許多在某些特殊条件下利用一般物理性质的仪表所不能胜任的测量任务。

在生产中不断提出对测量超高温、特低温、超高压、特低压以及微流量的要求，因此，

关于测量这类参数的热工仪表将成为研究工作的重要课题。

值得提出的是有关在热力过程中使用成分分析仪器的問題，已經引起了广泛的注意，而且各个国家都在大力开展这方面的研究工作。因为通过成分测量来管理生产和自动控制生产过程要比利用温度、压力或流量等参数来得及时可靠，有助于降低损耗提高设备的生产能力和产品的质量。这将是热工仪表发展的重要方向之一。

在提高现有各种热工仪表的精度和灵敏度方面，也是一个重要的問題。此外，有关远距离测量以及数字仪表，随着生产的发展，也日益显示出它的重要意义。

我国自1958年工农业全面大发展以来，对热工仪表提出了更高更多的要求。为了适应这种要求，有关以上几方面的研究工作都已开展起来，而且已获得很大的成果。但是与此同时，必须注意我国的具体情况。我国过去是一个一穷二白的国家，各工业部门正在成长壮大，一方面要继续建立新型的大企业，另一方面也必须大力发展中小型企业。特别是在党中央提出的以农业为基础大抓农业的前提下，为了满足农业战线上的要求，小型化学肥料工厂和农药厂不断增加。因此，在热工仪表工业中，也必须采取两条腿走路的办法，一方面要适应现代化大型企业的需要，同时也必须注意研究和制造结构简单，使用方便的仪表，以满足各种不同类型工厂配套的需要。

* * *

热工仪表根据不同的角度有不同的分类方法，目前用得比较普遍的仍是按测量参数进行分类。

热工仪表按参数分类计有：

1. 压力测量仪表；
2. 流量及总量测量仪表；
3. 液面及料面测量仪表；
4. 温度测量仪表；
5. 气体分析器及物性测量仪表。

本书就按这种系统进行介绍。

第一章 测量误差理论

第一节 测量的分类

测量是一种辨别性的工作过程，主要是用实验的方法来决定所测物理量与被采用的测量单位之间的数字比值。

这个关系可以表示为：

$$Q = qU \quad (1-1)$$

式中 Q ——被测量数值；
 U ——测量单位；
 q ——所求的数字比值。

当测量单位 U 改变后, 则所求数字比值 q 也随之而变, 但它们之間存在着一定的相互轉換关系, 即

$$q_1 = q \frac{U}{U_1}$$

例如在测量标准大气压时, 如果采用物理大气压为测量单位, 则

$$p = 1 \text{ 物理大气压}$$

式中 $q = 1$

假如采用毫米水銀柱为测量单位时, 则

$$p = 760 \text{ 毫米水銀柱}$$

式中 $q_1 = 760$, 同时 q 和 q_1 之間的关系是

$$q_1 = q \frac{760}{1}$$

测量的方式可按各种不同的观点来分类, 按如何得到测量的結果来分类, 可分为直接测量、間接测量和組合测量三类。

凡由实验数据直接得出测量結果的测量方式称为直接测量, 例如用尺量长度, 用溫度計量溫度, 用压力計量压力等。

凡是基于直接测量得出的数据, 再按一定的函数关系, 通过計算才能求得测量結果的测量方式称間接测量, 例如用节流设备的压降来計算流量等。在間接测量中, 测量結果 y 与直接测量值 x_i 之間的关系可用下式表示:

$$y = f(x_1, x_2, x_3 \dots)$$

凡是需要由一种数值或几种同类的数值的多次测量, 然后把测得数值組合起来, 以得出最后結果的测量方式称为組合测量。各次测量的数值可由下列联立方程式表示:

$$\left. \begin{aligned} f_1(y_1, y_2, y_3 \dots x'_1, x'_2, x'_3 \dots) &= 0 \\ f_2(y_1, y_2, y_3 \dots x''_1, x''_2, x''_3 \dots) &= 0 \\ f_3(y_1, y_2, y_3 \dots x'''_1, x'''_2, x'''_3 \dots) &= 0 \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\}$$

式中 $y_1, y_2, y_3 \dots$ 为所求测量結果;

$x_1, x_2, x_3 \dots$ 为各次直接测量值。

例如在用铂电阻溫度計测量溫度时, 其电阻值和溫度的关系为:

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$$

式中 R_t —— 在 t °C 时铂电阻值;

R_0 —— 在 0 °C 时铂电阻值;

A, B —— 溫度系数。

要确定溫度系数就需先求出不同溫度下铂的电阻值, 再經組合及解联立方程而求得 A, B 。組合测量一般只在实验室工作中才用到。

按获得测量值的方法来分, 测量可分为直讀法、零值法和微差法三种。

(一) 直讀法 (或称伸展法): 采用这种方法时, 被测量值直接从仪表上讀出, 例如用压力計来测量压力。

(二) 零值法 (或称补偿法): 采用此法时, 被测量将被另一已知量的作用所平衡 (相互补偿), 仪表指針趋近于零。例如用天秤称重量, 用平衡电桥测量电阻等。

(三) 微差法: 就是未进行到底的零值测量法, 当被测量尚未被另一已知量完全补偿时, 量出剩余的偏差而达到测量目的的测量方法; 例如不平衡电桥测量电阻。

在热工测量中的直读法一般采用指示式仪表, 它具有刻度盘和一个动体 (例如指针或液柱), 通过动体的直动或转动, 在刻度盘上指出读数。动体的运动一般是由被测量产生的力所推动, 这个力称为内力, 当指示值稳定时, 亦即动体停止运动时, 作用在动体上的力已被另一外力所平衡。外力系由仪表结构本身产生, 一般是重量或弹簧等等。如图 (1-1) 被测重量 G 产生一力矩增量, 此增量将逐渐被平衡质量 M 上升时所产生的反力矩增量所抵消, 在完全抵消时, 动体即达到平衡状态, 这时就可以读数。又如图 (1-2) 中压力 p 所具有的内力, 可迫使一管中的液面下降, 同时使另一管中的液面上升, 造成一个液柱高度差 h , 当它的重量 (外力) 与内力平衡时, 液体停止运动, 即可读数。同样图 (1-3) 中压力 p 可迫使弹性膜片移动, 当膜片的弹力 (外力) 与压力 (内力) 平衡时, 指针停止运动并指示出读数。图 (1-4) 是用热电偶测量温度的示意图。由于 t 与 t_0 间的温度差, 在热电偶中会产生一个热电势 e (内力), 因而线路中就有电流 i 通过, 电流可使毫伏计的动线圈产生一个力矩, 并使指针偏转, 直到此力矩被毫伏计的游丝所产生的反力矩 (外力) 所平衡时, 指针才停止转动。

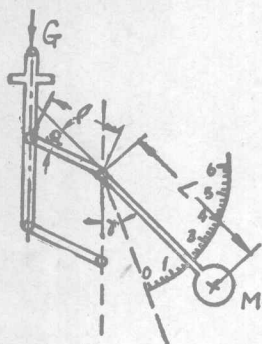


图 1-1

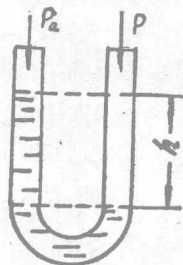


图 1-2

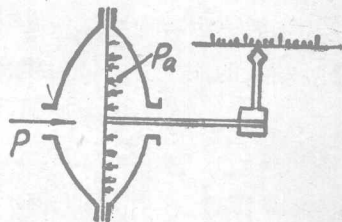


图 1-3

直读法的精度较差, 但简单迅速, 故在工业中被广泛采用。零值法不同于直读法的地方主要是外力系由另一已知量所产生, 当它补偿了内力时使仪表恢复到原始位置 (即零值), 因此, 在原则上仪表只须一个刻度即零值。进行此法时, 必须设法产生外力 (不论是人为的或自动的), 使其恰能补偿内力, 当仪表处于无荷载状态, 然后再读出产生此外力的已知量。

在图 (1-5) 中所示的天秤称重量, 这是最显著的零值法。图 (1-6) 是用补偿法测量热电势 e , 电池 B 在电阻 R 上产生一个电压降 (外力), 当其大小与热电势相等而方向相反时, 微安表 A 将指示零值, 这时就可用毫伏计上的 E 值求出温度差来。

补偿法测量比较精确, 但手续较繁而且费时, 故一般只用在实验室中, 尤其是当被测量是个变动量时, 补偿法往往不能及时跟上。在最近的测量技术中, 已尽量设法采用补偿法。

除上述分类法外, 也可把测量分为实验室用的和工程上用的两种。在实验室用的测量中, 需要考虑到测量结果的精确程度, 那就是说, 应知道测量值的误差大小和可靠程度,

因此一般需要作多次重复的测量。在工程用的测量中，只要误差不出预先规定的范围，一般只作单次测量就够了。

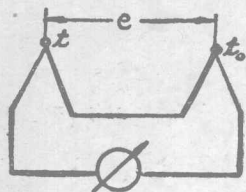


图 1-4

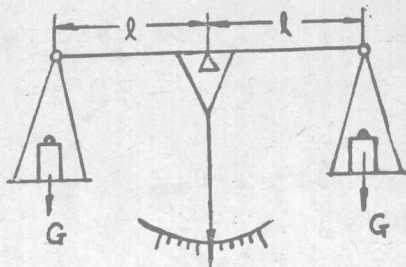


图 1-5

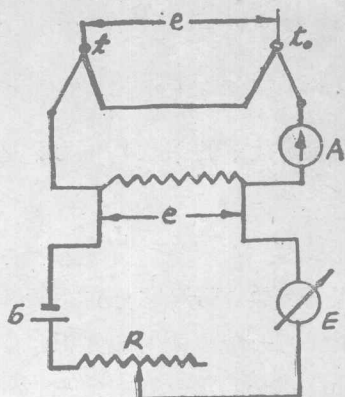


图 1-6

第二节 误差理论要点

任何的测量不可避免地会有些误差，可能是由于所用仪表有缺点、观察者的主观性或条件的不恒定等原因所造成。不管是那种原因造成在测量工作中的误差统称为测量误差。既然有误差，我们就需要知道它，以判断测量结果的可靠程度，否则所测得的数值就没有任何价值。

测量误差可以分为三类：

(一) **固定误差** (或称系统误差，规律误差) 大部分是由于仪表本身的指示或测量方法不正确所引起的，或是由于一种固定不变，但却是单方面的外来影响所引起。例如周围环境温度对于仪表的影响，抑或是观察者的主观性等。在一定程度上系统误差的数量或符号都是比较固定的，可以设法在测量值中加入修正值以消除之；

(二) **疏忽误差** (或称粗差) 是由于测量错误或计算错误，抑或是由于疏忽大意的结果。具有疏忽误差的测量结果，必需从测量值中除去；

(三) **偶然误差** 凡是在数量和本质上都沒有一定规律的误差叫偶然误差，它们是由于测量工作中不可避免的不精确度而引起的。这一类误差虽然从每一次测量值来看是沒有规律的，但是从多次测量结果来看，它却服从概率论的一定法则，因而我们还可以把这类误差计算出来，用以衡量测量结果的可靠程度。

在这一节里主要是针对偶然误差来进行讨论，同时在讨论中假定固定误差及疏忽误差都已从测量值中除去了。

1. **概率论浅释** 假定我们对于一个真实值进行测量，无疑地每次测得的数值都会或多或少地与真实值有一点距离。如果是测量了很多次以后，可以发现离开真实值远的次数很少，而离开真实值近的次数很多。如果将出现的次数作为纵座标，用测量值作为横座标可以得到

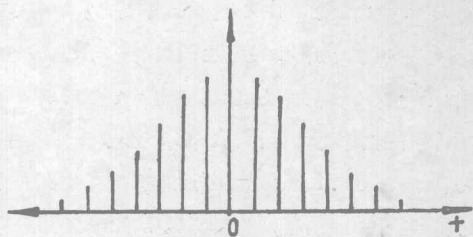


图 1-7 测量分布图。

图(1-7)的形状。从这个图上可以看到出现正的误差及出现负的误差的次数几乎相等，对于

同一誤差数值，出現正值与出現負值的次数也几乎相等。这些性质与总的測量次数有关，次数越多則越接近于对称。假若用曲綫来表示这些測量数值的分布情况，我們可以得到一条对称的中間凸起的曲綫。根据无数次的試驗，这条曲綫可以用下列函数表示：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-L)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2)$$

上面函数中的系数 $1/\sigma\sqrt{2\pi}$ 是由于选择曲綫下面的面积等于 1 的結果，也就是

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1. \quad (1-3)$$

这个函数叫做正态分布函数，所代表的曲綫叫做正态分布曲綫如图 1-8 所示，在这个曲綫下任何一个范围内的面积，如图中划引綫的一部分，就是測量得到大于 x_1 及小于 x_2 的次数。由于选择了曲綫下面的总面积等于 1，这就相当于把所得到的次数被总的測量次数除，也就是出現的概率。这个面积与概率的关系以后我們要經常提到。

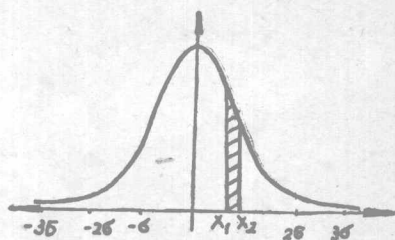


图 1-8 正态分布曲綫。

正态分布函数可以代表任何种測量結果的分布情况，而且可以証明測量的平均值(很多次的測量)

就是 L ，同时測量誤差的平方平均值就是 σ^2 。或者用方程式表示之如下：

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = L. \quad (1-4)$$

$$\overline{(x-L)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (x-L)^2 f(x) dx = \sigma^2. \quad (1-5)$$

上面二式中每个符号上面加一橫表示平均值的意思，也就是說假定我們对真实值进行了很多次的測量，那么算术平均值就很接近于真实值，同时均方根誤差(誤差平方和的平方根)是一个衡量单个測量值离开真实值的情况，均方差 σ 的意义是，当我们測量了很多次以后測量值在 $L \pm \sigma$ 范围内的机会是 68.3%，也就是在这些測量值中有 68.3% 的讀数是在 $L \pm \sigma$ 之間，同时測量值在 $L \pm 2\sigma$ 范围内的机会是 95.4%，在 $L \pm 3\sigma$ 内的机会是 99.7%，反过來說如果一种測量工作的均方根誤差是知道的話，那么由于概率是对称的关系，从一个測量值可以估計出真实值的范围，也就是真实值有 68.3% 的机会是在 $x \pm \sigma$ 的范围内，或 95.4% 的机会在 $x \pm 2\sigma$ 亦或 99.7% 的机会在 $x \pm 3\sigma$ 的范围内。所以在决定測量值的可靠范围时，也就是 $x \pm k\sigma$ 中的数值 k ，是与我們所願意接受的机会(或概率)有关。假若是須要安全可靠的話，就应当用較大的范围，所謂願意接受的机会也可以这样来理解，假定我們用一支水銀溫度計来測量一个溫度，得到的讀数是 50°C ，通过应用这支溫度計多次的結果，估計出均方差为 1°C ，那么当我們在写出 $50 \pm 1^\circ\text{C}$ 时，我們写对的机会是 68.3%，写錯的机会是 31.7%。也可以說如果每次測量以后我們都写上正負 1°C 时，我們会有 31.7% 的时间是不正确的。在这 31.7% 的次数，真空溫度是大于 51°C 或是小于 49°C 。

2. 均方根誤差的估計 上面談到当測量次数很多时，均方根誤差可以应用下面的公式求出：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-L)^2}{n}} \quad (1-6)$$

上式中 n 是测量的次数，事实上在具体测量中，我们不可能进行无数次的测量，同时真实值也是不知道的，但是我们知道测量值的平均值随着测量次数的多少，可以很近似或近似于真实值。通过实践的证实假若测量的次数在20次以上时，平均值可以用来代替上式中的 L ，而不产生显著的误差，这样上式就可以变成

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-7)$$

上式中的分母不再是 n 而是 $n-1$ 了，这是因为在计算平均值时，已经用去了一个自由度（在这里就等于测量次数）的关系。

假若测量次数少于20次，公式（1-7）仍然可以用来估计均方根误差，但是在误差范围的计算时就会引入较大的不可靠性。严格地说在应用由较少测量次数所估算出来的均方根误差时，误差范围和概率之间的关系，不再符合正态分布的规律，而应当采用 t ——分布的规律来获得。这一点读者可以参阅有关数理统计的书籍。

3. 算术平均值及其均方根误差 在上面一段中我们应用了算术平均值来代替真实值，这在估算均方根误差的时候是可以的，但是不能用它来代替真实值本身。因为它与真实值之间还有差别，而我们希望找到这个差别。

从过去实践的结果证明，如果应用 \bar{x} 作为一个测量值，并进行一组、一组的很多组测量，每组的平均值也符合于正态的分布规律，当测量组数很多时，各组平均值的总平均仍然是真实值，同时分布情况也可以用平均值的均方根误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 来衡量。所以只要将 \bar{x} 及 $\sigma_{\bar{x}}$ 用在前面一节中 x 及 σ 的地位，一切误差与概率（机会）之间的关系都是一样的。

对于一组测量值来说，可以有不同的方法来取其平均值，常用的有算术平均值、几何平均值、对数平均值等。不过假若用测量值与平均值之差的平方作为衡量标准的话，算术平均值是最好的一个，因为这个衡量标准与均方根误差有直接的关系，而且从统计学的角度也是一个最好的衡量偏差的指数，目前在数据处理中普遍地应用，为了进一步说明算术平均值（以后就简称为平均值）是最好的具有代表性的数值，可以作如下的数学推导。假设几次测量的结果是 x_1, x_2, \dots, x_n ，同最好的平均值为 A ，那么

$$(x_1-A)^2 + (x_2-A)^2 + \dots + (x_n-A)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i-A)^2 \quad (1-8)$$

就应当有一个最小的数值，应用最大（或最小）的条件，即其一阶导数为零的条件，将上式对 A 取一阶偏导数，然后令其等于零可得

$$\sum_{i=1}^n -2(x_i-A) = 0,$$

或

$$(x_1-A) + (x_2-A) + \dots + (x_n-A) = 0。$$

从上式可得

$$A = \frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n} = \bar{x} \quad (1-9)$$

上式说明最好的平均值也就是算术平均值。

算术平均值的均方根误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 可以从测量值的均方根误差 σ 来得出，因为算术平均值的均方误差可以表示为

$$(\bar{x}-L)^2 = \left[\frac{1}{n}(x_1+x_2+\dots+x_n) - L \right]^2 = \frac{1}{n^2} [(x_1-L)^2 + (x_2-L)^2 + \dots + (x_n-L)^2 + 2(x_1-L)(x_2-L) + \dots + 2(x_{n-1}-L)(x_n-L)] \quad (1-10)$$

当测量次数很多，即 $n \rightarrow \infty$ 时，从正态分布的对称性可以证明

$$\sum_{i,j} 2(x_i-L)(x_j-L) = 0 \quad (1-11)$$

(1-10)式就可以改写成

$$(\bar{x}-L)^2 = \frac{1}{n^2} [(x_1-L)^2 + (x_2-L)^2 + \dots + (x_n-L)^2] \quad (1-12)$$

从均方根误差的定义：

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\Sigma(\bar{x}-L)^2}{n} \quad (1-13)$$

综合公式 (1-12) 及 (1-13) 可以得到

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}}^2 &= \frac{1}{n^2} [\Sigma(x_1-L)^2 + \Sigma(x_2-L)^2 + \dots + \Sigma(x_n-L)^2] \\ &= \frac{1}{n^2} \Sigma(x-L)^2 = \frac{1}{n} \sigma^2, \end{aligned} \quad (1-14)$$

或

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-15)$$

上式就是平均值的均方根误差与测量值的均方根误差之间的关系，假若均方根误差是按照第二段中公式 (1-7) 估计出来的，那么平均值的均方根误差按公式 (1-15) 计算出来的也是一个估计的数值。

4. 误差表示法 从上面几段中可以知道误差的表示法和概率（或机会）有着不可分离的关系，只有确定了人们所愿意接受的概率后，误差才有意义，由于所碰到的场合不同和各人所愿接受的概率的不同，习惯上有下面几种：

1) 均方根误差 它的意义及用途已经在上几段中讨论过了，简单的说就是均方根误差范围内包含了真实值的概率是68.3%。

2) 偶然误差 通常用符号 ρ 来代表，它是一个50%概率的界限，在正态分布曲线上，在 $L - \rho$ 到 $L + \rho$ 的间隔内，曲线下面的面积是 $\frac{1}{2}$ 。所以当我们将应用偶然误差时，意思是在 $x \pm \rho$ 之整个范围内有50%的概率包含着真实值，有50%的概率不包含它。也就是说如果我们每次都这样表示的话，有一半的时间是对的，在所写出来的范围内包含着真实值，也有一半的时间是错的，在我们所写出来的范围内不包含真实值。从正态分布曲线下面的面积，可以得到下列偶然误差与均方差的关系

$$\rho = 0.6745 \sigma \cong \frac{2}{3} \sigma \quad (1-16)$$

3) 最大误差（极限误差） 这个误差的范围是均方根误差的三倍，从正态分布曲线可以知道在这个范围内真值出现的概率是99.7%，几乎是等于百分之百，这是一个最安全的误差范围。

最后必须注意，这些误差是在概率的基础上提出的，在应用的时候也就一定要联系到

概率，所謂概率就是在我們做很多次試驗的結果，其中有多少次是正面的結論，有多少次是反面的結論，假若是只作了一次或少數幾次試驗（或測量）那麼根據概率所得到的結論就不一定符合了。前面已經一再說明了這一點。為了徹底明確現在再重復一次。當我們估計出來一個儀表（或任何一個測量過程）的均方根誤差是 σ ，在每次應用這個儀表進行測量而得到一個讀數 x ，那麼 $x \pm \sigma$ 表示在很多很多次的測量中，有 68.3% 次所測量的值是在這個範圍內，其他 31.7% 次不在這個範圍內。但是對於任何一次測量來說概率就沒有意義了，因為對於一次測量，被測量的值只有在或者不在這個範圍內的兩種可能性，假若說有 68.3% 在這個範圍內，到底測量值的那一部分是屬於這裡所說的 68.3% 呢？這顯然是沒有意義的。

上面幾種誤差表示方法，同樣可以用作對平均值的誤差，只不過每一種中用 $\sigma_{\bar{x}}$ 代替 σ 就可以了。

例一 某一長度經過十次重復測量，所得數值列於上表第一行中，試求各種誤差。

按公式 (1-6) 及 (1-16) 可以得到：

$$\text{均方根誤差} \quad \sigma = \sqrt{\frac{70 \times 10^{-4}}{9}} = 27.9 \text{ 微米}$$

$$\text{偶然誤差} \quad \rho = \frac{2}{3} \sigma = 18.6 \text{ 微米}$$

$$\text{極限誤差} \quad 3\sigma = 83.7 \text{ 微米}$$

按公式 (1-15) 可以得到

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{27.9}{\sqrt{10}} = 8.80 \text{ 微米}$$

$$\rho_{\bar{x}} = \frac{18.6}{\sqrt{10}} = 5.85 \text{ 微米}$$

5. 加權平均值 在很多情況下，決定測量結果時，需要把不同精度的測量值來進行平均。這時就要考慮到各個讀數的可靠程度，衡量可靠程度的表示方法是重度（或權數） P ，考慮到重度的平均值可以計算如下：

$$\bar{x} = \frac{x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_n P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} \quad (1-17)$$

對於誤差的計算也應當按照加權平均來進行，

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 P}{(n-1) \sum P}} \quad (1-18)$$

應用公式 (1-17) 和 (1-18) 求出加權平均值及加權均方根誤差以後，其他的計算可以按照前面所討論的方法進行。同時各項誤差與概率之間的關係也是一樣的。

關於指定各個測量值的重度，在各種不同情況就需採用不同的方法決定。一般在用同樣精度的儀表進行測量時，重度 P_i 就等於測量出 x_i 的次數。在用不同精度的儀表進行測量時，可以指定最不精確的一種測量具有重度一，精度高的可靠的測量的重度為大於一的一

x (毫米)	$x - \bar{x}$ (毫米)	$(x - \bar{x})^2$
4.74	-1×10^{-2}	1×10^{-4}
4.78	+3	9
4.71	-4	16
4.80	+5	25
4.72	-3	9
4.77	+2	4
4.73	-2	4
4.75	0	0
4.74	-1	1
4.76	+1	1
$\Sigma x = 47.5$ $\bar{x} = 4.75$		$\Sigma (x - \bar{x})^2 = 70$

个数值，至于应当是三呢还是五，则看各种情况而定。总之重量越大就表示我們对于这个测量越相信。假若应用各种测量的均方根誤差知道的話，可以指定权数的比是等于相应的均方根誤差倒数的比，即

$$P_1 : P_2 : \dots : P_n = \frac{1}{\sigma_1^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} : \dots : \frac{1}{\sigma_n^2} \quad (1-19)$$

式中 P_i ——测量值 x_i 的重量；

σ_i ——测量值 x_i 的均方根誤差。

6. 間接测量和联立测量的誤差 在間接或联立测量中，根据测量結果只能估算出各个直接测量的誤差，怎样从直接誤差求出所要求的間接量的誤差，目前还没有严格的办法。近似地可以用下面的方法求得。假定間接测量值为 y ，直接测量值为 x_1, x_2, \dots, x_n 。則他們之間可以用下面函数表示

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2-20)$$

将上式微分，

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_n} dx_n$$

再近似写成偏差的形式可得

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_n} \Delta x_n$$

如果将上式平方之，就可以得到与前面的 (1-10) 式相同的形状。应用从 (1-10) 式推导出 (1-14) 式的相同的原理，可以得到

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_n^2} \quad (1-21)$$

应用 (1-21) 式来估計間接测量值的誤差一般是近似的，在一个特殊情况，即当 y 是各个 x 的綫性函数时，同时各个 x 都是独立的相互沒有影响的，那么 (1-21) 式的估計可以从統計学的角度証明为完全正确严格的。这种特殊情况用方程式表示之，即

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \quad (1-22)$$

式中 a_1, a_2, \dots, a_n 都是常数，同时

$$\sigma_y = \sqrt{a_1^2 \sigma_1^2 + a_2^2 \sigma_2^2 + \dots + a_n^2 \sigma_n^2} \quad (1-23)$$

第三节 测量仪表的一般知識

凡是用来直接或間接将被测量的数值和测量单位作比較的设备，就称测量仪表。它們可作如下之分类：

- 1) 比較式仪表——例如电位計，活塞式压力計。
- 2) 指示式仪表——例如溫度計，彈簧压力計（能指示瞬时值）。
- 3) 自动記錄式仪表——例如自动記錄压力計，高溫計，流量計等（具有定时的自动記錄机构）。
- 4) 积算式仪表——例如流速式及容积式液体流量計，煤气表等（具有特殊的累积机构）。
- 5) 調节式仪表——是指一些仪表，在一些附加设备的輔助下，它們可以根据被测数量的給定值来自动地調节生产过程。

除上述的分类方法以外，如果将檢驗测量仪表，按其所起的作用含义来分，又可划分为两种类型：

1) 范型仪表——用以复制及檢驗其它工作仪表。

2) 实用仪表——供实际测量之用，它又可分为实验室用和工程用两种。

在使用这些仪表时，一定要考虑到周围环境（例：温度、压力、磁場等）对示数的影响，应该注意到它們需要在什么标准情况下工作的，然后对这些示值加以校正。

测量仪表的品质，可以通过下列品质来表示。

1) 仪表的指示誤差、相对誤差及基本誤差。

指示誤差——即所测数值对实际值間之差。

$$\gamma = A - A_0 \quad (1-24)$$

式中 γ ——指示誤差；

A ——指示值；

A_0 ——实际值。

实际上这个数值不能充分表示出来一个测量仪表的品质。在工作中多用下面相对的方法表示。

相对誤差——指示誤差对某一值之百分率，可有以下几种表示法。

相对于仪表刻度标尺上的最大讀数，可以表示为

$$\gamma_0 \% = \frac{\gamma}{A_{Bn}} 100 \% \quad (1-25)$$

式中 A_{Bn} 是最大刻度。通常热工仪表的精度等級就是这个数字，并且是印在仪表的表面上的。有时也有用相对于实际值或测量值来表示的，它仍分别表示于后，

$$\gamma'_0 \% = \frac{\gamma}{A_0} 100 \% \quad (1-27)$$

此式相对于实际值，

$$\gamma''_0 \% = \frac{\gamma}{A} 100 \% \quad (1-28)$$

此式相对于指示值

基本誤差——相当于仪表在标准情况下工作的指示誤差。

2) 精确度 是指用仪表进行测量所得結果的可靠程度。精确度可以用均方差，或然誤差，极限誤差等来表示（須要注明是用的那一种）。当誤差的绝对值越小，則仪表越精确或精确度越高。精确度有下面几种情况之分，必須分辯清楚。

仪表的标准精确度——指在标准工作情况下所能得到的精确度。

仪表校驗精确度——与范型仪表作比較加了改正值后，所能达到的精确度。

仪表实际精确度——在一个仪表的标准工作情况下，加上必要改正值后，用它来确定被测数量的实际值时所能达到的精确度。

在具体的测量过程中，不管测量工作做得怎样仔細，也不管测量是重复了多少次数，测量的精确度不能高于仪表的校驗精确度。

3) 灵敏度 是指仪表指針的直綫或角度位移，与造成該項位移的被测数量之变量間的比例关系，即

$$S = \frac{\Delta a}{\Delta A}$$

式中 Δa ——指针的角度或直线位移；

ΔA ——所测数量的变量；

S ——灵敏度。

4) 恒定度 是指仪表指示值在相同的外界工作条件下的稳定程度。恒定度是以仪表的变差表示，而所谓变差就是在外界条件不变的情况下，用一个仪表对于一个被测数量的实际值作重复测量时，所得到的最大差别。