



广东省中学试用课本

数 学

(初中三年级用)



目 录

第一章 一元一次不等式	1
第一节 不等式和它的性质	1
第二节 一元一次不等式和它的解法	6
第三节 一元一次不等式组	11
第二章 一元二次方程	15
第一节 方根	15
第二节 二次根式	23
第三节 一元二次方程	41
第三章 函数及其图象	77
第一节 函数	77
第二节 一次函数	94
第三节 二次函数	104
第四节 一元二次不等式	120
第四章 指数与常用对数	133
第一节 指数概念的扩充	134
第二节 常用对数	145
第五章 解斜三角形	175
第一节 三角函数	175
第二节 解斜三角形	186

第六章 直线和圆的方程	210
第一节 直线的方程	210
第二节 圆的方程	244
第七章 视图	256
第一节 正投影和三视图	256
第二节 简单体的视图	270
第八章 统计初步	283
第一节 总体、样本和频率分布	284
第二节 样本均值、样本方差和标准差	298

第一章 一元一次不等式

前面我们学习了方程的知识，它是研究有关等量的问题。但是，在实际中，还常常遇到不等量关系的问题。这一章我们来研究有关不等量关系的问题。

第一节 不等式和它的性质

我们来看下面的一些式子：

$$-2 < 1, x+1 > 5, 2y > 6,$$

$$|x-3| > 5, x^2-4 < 0.$$

这些式子，都是用不等号连结两个代数式所成的式子，叫做不等式。

不等式有下面的一些性质：

(1) 不等式两边都加上（或者减去）同一个数或者同一个整式，所得的不等式仍能成立。

例如，不等式 $6 > 2$
的两边都加上4，得 $10 > 6$ ，
仍能成立。

又如，不等式 $-8 < -2$
的两边都减去5（就是加上-5），得

$$-13 < -7,$$

仍能成立.

一般地说, 如果 $a > b$, 那么

$$a + c > b + c, \quad a - c > b - c.$$

(2) 不等式的两边都乘以(或者除以)同一个正数, 所得的不等式仍能成立.

例如, 不等式 $6 > 2$

的两边都乘以 3, 得 $18 > 6$,

仍能成立.

又如, 不等式 $-8 < -2$

的两边都除以 2 (就是乘以 $\frac{1}{2}$), 得

$$-4 < -1,$$

仍能成立.

一般地说, 如果 $a > b$, $c > 0$, 那么

$$ac > bc, \quad \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$$

(3) 不等式的两边都乘以(或者除以)同一个负数, 并且把不等号的方向改变, 所得的不等式仍能成立.

例如, 不等式 $6 > 2$

的两边都乘以 -3 , 并且把不等号的方向改变, 得

$$-18 < -6,$$

仍能成立.

又如，不等式 $-8 < -2$

的两边都除以 -2 （就是乘以 $-\frac{1}{2}$ ），并且把不等号的方向改变，得

$$4 > 1,$$

仍能成立。

一般地说，如果 $a > b$ ， $c < 0$ ，那么

$$ac < bc, \quad \frac{a}{c} < \frac{b}{c}.$$

能够使不等式成立的未知数的值，叫做不等式的解。例如，小于3的任何数值能使不等式 $2x < 6$ 成立，所以小于3的任何数值都是不等式 $2x < 6$ 的解，表示为 $x < 3$ 。又如，大于8的任何数值能使不等式 $x - 3 > 5$ 成立，所以大于8的任何数值都是不等式 $x - 3 > 5$ 的解，表示为 $x > 8$ 。

求不等式的所有的解的过程，叫做解不等式。以后我们所说的不等式的解指的都是不等式所有的解。

不等式所有的解，一般是一定范围里的数值，它可以在数轴上直观地表示出来。例如：

(1) 如果不等式的解是 $x < 3$ ，就可以用数轴上表示3的点的左边部分来表示，如图1—1（圆圈表示不包括“3”这一点）。

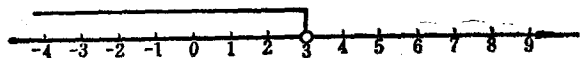


图 1-1

(2) 如果不等式的解是 $x \geq -2$ (符号 $\geq$ 读作大于或等于), 就可以用数轴上表示 -2 的点和它的右边部分来表示, 如图 1-2 (黑点表示包括“ -2 ”这一点)。

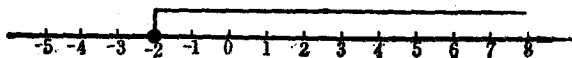


图 1-2

(3) 如果不等式的解是 $2 < x \leq 6$ (符号 $\leq$ 读作小于或等于), 就可以用数轴上表示 2 和 6 两点之间的部分 (包括 6 而不包括 2) 来表示, 如图 1-3。

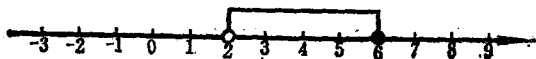


图 1-3

练 习 一

1. 根据下面的数量关系列出不等式:

(1) x 的 2 倍减去 3 大于 1;

(2) x 的 $\frac{1}{3}$ 与 4 的和是正数;

(3) 20 减去 x 的 5 倍的差是负数;

(4) 7 与 x 的和的一半小于 10;

(5) x 与 a 的差的绝对值小于 b 。

2. 用不等号连结下列两式:

(1) $3-5$ 和 $4-7$;

(2) $2 \cdot (-5)$ 和 $3 \cdot (-2)$;

(3) $(-3)^2$ 和 $(-3)^3$;

(4) $(-2)^3$ 和 $(-3)^3$.

3. 在下列各题的横线上, 填上不等号, 并说明理由.

(1) $\because 3+4>5$,

$\therefore 3_5-4$;

(2) $\because 4<7$,

$\therefore -40_ -70$;

(3) $\because -1>-2$,

$\therefore -\frac{1}{3}_ -\frac{2}{3}$;

(4) $\because a^2+1>0$,

$\therefore (a+1)^2_2a$;

(5) 如果 $-a<-5$, 那么 a_5 ;

(6) 如果 $a+2>3$, 那么 a_1 ;

(7) 如果 $3a<6$, 那么 a_2 ;

(8) 如果 $-\frac{a}{4}<-\frac{b}{2}$, 那么 a_2b .

4. 按照下列条件, 作出仍旧能成立的不等式:

(1) $7<8$, 两边都加上9; (2) $7<8$, 两边都加上-9;

(3) $5>2$, 两边都乘以3; (4) $5>2$, 两边都乘以-3;

(5) $-18<16$, 两边都除以2;

(6) $-18<16$, 两边都除以-2;

(7) $-4<-3$, 两边都乘以-1.

5. 已知 $a<b$, 用不等号连结下列两式:

(1) $a+5$; 和 $b+5$;

(2) $a-b$ 和 0;

(3) $-5a$ 和 $-5b$;

(4) $\frac{a}{-3}$ 和 $\frac{b}{-3}$.

6. 在数轴上表示下列不等式的解:

(1) $x>7$;

(2) $x\geq 2$;

(3) $x\leq 3$;

$$(4) x < -3\frac{1}{2}, \quad (5) -3 \leq x < -1, \quad (6) -2 \leq x \leq 2.$$

第二节 一元一次不等式和它的解法

我们来看下面的不等式：

$$2x < 6, \quad x - 3 > 5, \quad 3x - 1 > 2x + 5,$$

$$8(1-y) > 5(4-y) \quad \frac{2x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2}.$$

这些不等式，两边的代数式都是整式，这样的不等式，叫做整式不等式。

只含有一个未知数，并且含有未知数的项的次数都是一次的整式不等式，叫做一元一次不等式。如上面的不等式都是一元一次不等式。不等式 $x + y > 5$ 不是一元一次不等式，因为这个不等式含有两个未知数 x 和 y ； $x^2 < 4$ 也不是一元一次不等式，因为未知数 x 的次数不是 1 次。

解一元一次不等式的一般步骤和解一元一次方程相类似，根据不等式性质，一般都可以通过去分母、去括号、移项，合并同类项、最后求出不等式的解。但是要特别注意：不等式的两边都乘以（或者都除以）同一个负数时，要把不等号的方向改变。

例 1 解不等式： $3x - 1 > 2x + 5$ 。

解： 移项，得 $3x - 2x > 5 + 1$ ，

合并同类项，得 $x > 6$ 。

例2 解不等式: $\frac{x+1}{-2} < 2(2x-1)$.

解: 两边乘以 -2 , 得 $x+1 > -4(2x-1)$,

去括号, 得 $x+1 > -8x+4$,

移项和合并同类项, 得 $9x > 3$,

两边除以 9 , 得 $x > \frac{1}{3}$.

例3 解不等式: $\frac{2x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2}$, 并且在数轴

上表示出它的解.

解: 两边乘以 10 , 得 $4x-2 \leq 5x+5$,

移项和合并同类项, 得 $-x \leq 7$,

两边乘以 -1 , 得 $x \geq -7$.

这个解在数轴上表示如图1—4.

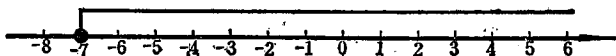


图1—4

例4 解不等式 $-7 < 3-2x \leq 1$ 并且在数轴上表示出它的解.

解: 各减去 3 , 得 $-10 < -2x \leq -2$

各除以 -2 得 $5 > x \geq 1$.

这个解在数轴上表示如图1—5.



图1—5

例 5 解不等式: $2[x - 2(x - 2)] > x - 3(x - 3)$.

解: 去括号和合并同类项, 得

$$-2x + 8 > -2x + 9,$$

移项, 得 $0 > 1$.

$\therefore$ 原不等式无解.

带有绝对值符号的不等式, 叫做绝对值不等式.

下面, 我们介绍绝对值不等式的解法.

例 6 解不等式: (1) $|x| < 5$, (2) $|2x - 3| < 5$,

(3) $|x| > 5$, (4) $|2x - 3| > 5$.

解: (1) 我们知道, 在数轴上表示一个数的点, 它离开原点的距离叫做这个数的绝对值. 因此, 解不等式 $|x| < 5$, 就是要找出那些在数轴上到原点的距离小于 5 的点所表示的数. 因为 -5 与 5 之间的数符合这个要求, 所以不等式 $|x| < 5$ 的解是 $-5 < x < 5$ (图 1-6).

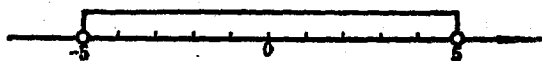


图 1-6

(2) 原绝对值不等式可写成

$$-5 < 2x - 3 < 5,$$

各加 3, 得 $-2 < 2x < 8$,

各除以 2, 得 $-1 < x < 4$,

所以绝对值不等式 $|2x - 3| < 5$ 的解是 $-1 < x < 4$

(图1-7)。

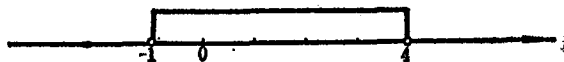


图1-7

(3) 根据绝对值的意义,从数轴上(图1-8)可以看出绝对值不等式 $|x| > 5$ 的解是 $x > 5$ 或 $x < -5$ 。

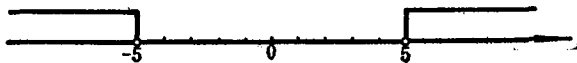


图1-8

(4) 原绝对值不等式可写成

$$2x - 3 > 5, \quad \text{①}$$

$$\text{或 } 2x - 3 < -5. \quad \text{②}$$

解①得 $x > 4$,

解②得 $x < -1$ 。

所以绝对值不等式 $|2x - 3| > 5$ 的解是 $x > 4$ 或 $x < -1$ (图1-9)。

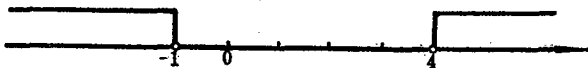


图1-9

注意: 绝对值不等式 $|x| < 5$ 的解是一个范围内的数, 而绝对值不等式 $|x| > 5$ 的解则是两个范围内的数。

例7 “工农”农械厂生产的一种产品每100件的成本是350元。改进技术后, 成本可降低10%到20%,

求改进技术后每件产品的成本在多少元之间？

解：设改进技术后每件产品的成本为 x 元 依题意得：

$$\frac{350}{100}(1-20\%) \leq x \leq \frac{350}{100}(1-10\%).$$

解这个不等式：

$$3.5(1-0.2) \leq x \leq 3.5(1-0.1)$$

$$2.8 \leq x \leq 3.15.$$

答：改进技术后每件产品的成本在2.8元到3.15元之间。

练 习 二

1. 解下列不等式：

$$(1) 3x+1 < -2x-5; \quad (2) -2x-5 > x+4;$$

$$(3) 3(1-y) > 2(y-6); \quad (4) 3(4x-3) < 5(5x+6);$$

$$(5) \frac{2t-1}{5} < \frac{t+6}{2};$$

$$(6) \frac{5(t-1)}{6} + 1 > \frac{2(t+1)}{3};$$

$$(7) -3(x+1) + 6x < 3(x-4).$$

2. 解下列不等式，并且在数轴上把不等式的解表示出来：

$$(1) \frac{x-1}{2} < \frac{x-2}{3}; \quad (2) \frac{x}{2} - \frac{x-5}{3} \leq x;$$

$$(3) \frac{x-2}{3} \leq 2(x+3); \quad (4) y - \frac{3y-8}{2} > \frac{2(25+y)}{7};$$

$$(5) -9 \leq 2x-1 < 9; \quad (6) 2 \geq 5+3x \geq -7;$$

$$(7) (3x-4)^2 > (3x+2)(3x+2) - 4;$$

$$(8) 5(y-1)^2 - 2(y+3)^2 < 3(y+2)^2 - 7(6y-1).$$

3. 解下列绝对值不等式:

$$(1) |3x+1| > 10; \quad (2) |x-2| < 7;$$

$$(3) |x+4| > 9; \quad (4) |-3x+2| < \frac{1}{2};$$

$$(5) \left| \frac{3x-5}{4} - 1 \right| < 0.003.$$

4. 建新生产队早造水稻平均亩产 1260 斤。晚造估计平均亩产可在 1400 斤到 1575 斤之间，晚造比早造平均亩产可增产百分之几到百分之几之间？

5. 红卫中学初三同学进行一次行军练习。每小时走 4 公里，出发后 1 小时，学校有紧急通知，通信员骑自行车要以多大速度才能在 20 分钟内把通知送到？

第三节 一元一次不等式组

把含有两个或两个以上的一元一次不等式合在一起，叫做一元一次不等式组。

一元一次不等式组里，所有不等式的公共解，叫做这个不等式组的解。求不等式组的解的过程，叫做解不等式组。

例 1 解不等式组：

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > -1, & \text{①} \\ 2(x-3) - 3(x-2) < 0. & \text{②} \end{cases}$$

解：由①得 $3x - 2x > -6$,

$$x > -6;$$

由②得 $2x - 6 - 3x + 6 < 0$,

$$-x < 0,$$

$$x > 0.$$

把①、②的解 $x > -6$ 和 $x > 0$ 在数轴上表示如图1—10.

$\therefore x > 0$ 是这两个不等式的公共解,

$\therefore$ 原不等式组的解是 $x > 0$.

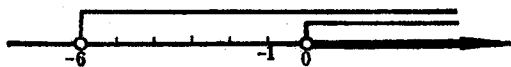


图 1—10

例 2 解不等式组

$$\begin{cases} (x-1)^2 \leq (x+1)^2 - 4, & \text{①} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(x+2) < (x+3)(x-4) + 20. & \text{②} \end{cases}$$

解：由①得 $x^2 - 2x + 1 \leq x^2 + 2x + 1 - 4$,

$$x \geq 1;$$

由②得 $x^2 + 2x - x - 2 < x^2 - 4x + 3x - 12 + 20$,

$$x < 5.$$

把①、②的解 $x \geq 1$ 和 $x < 5$ 在数轴上表示如图1—11.

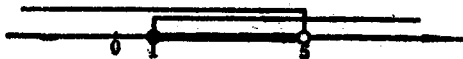


图 1—11

$\therefore 1 \leq x < 5$ 是这两个不等式的公共解,

$\therefore$ 原不等式组的解是 $1 \leq x < 5$.

例 3 解不等式组:

$$\begin{cases} 3x - 5 > 2x - 3, & \text{①} \\ 4x + 6 < 3x + 7. & \text{②} \end{cases}$$

解: 由①得 $x > 2$,

由②得 $x < 1$.

把①、②的解 $x > 2$ 和 $x < 1$ 在数轴上表示如

图1-12.

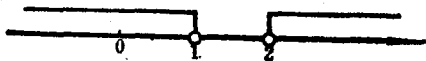


图 1-12

$\therefore$ 这两个不等式没有公共解,

$\therefore$ 原不等式组无解.

练 习 三

解下列不等式组, 并且把不等式组的解在数轴上表示出来:

$$(1) \begin{cases} 3x + 14 > 4(2x - 9), \\ \frac{x + 3}{2} > x - \frac{3}{2}, \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x - 2(x - 3) > 4, \\ \frac{x}{2} - (x - 3) > \frac{1}{4}, \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 5(x - 3) > 3(2x - 3), \\ 5(x - 2) < 3(x - 1), \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 1 - \frac{x + 1}{2} > 2 - \frac{x + 2}{3}, \\ x(x - 1) < (x + 3)(x - 3). \end{cases}$$

习 题 一

1. x 是什么数值时, 代数式 $-5x+8$ 大于零?
2. y 是什么数值时, 代数式 $4x+8$ 少于零?
3. m 是什么数值时, 代数式 $(2m-1)^2-4m(m+2)$ 的值:
(1) 是正数? (2) 是负数?
4. 解下列不等式, 并且在数轴上把不等式的解表示出来:

$$(1) \quad 1 + \frac{x}{8} > 3 - \frac{x-2}{2},$$

$$(2) \quad (2x+1)^2 - 1 > 4(x-1)(x+2);$$

$$(3) \quad \frac{3x-2}{3} - \frac{9-2x}{3} > \frac{x+2}{2},$$

$$(4) \quad x - \frac{3x-8}{2} < \frac{2(10-x)}{7} - 1,$$

$$(5) \quad \frac{3x+2}{18} - \frac{5x-8}{24} > \frac{3(2x+1)}{36} - \frac{x-1}{6} - \frac{2}{9},$$

$$(6) \quad \begin{cases} 2x+4 > 0, \\ x-3 < 0, \end{cases} \quad (7) \quad \begin{cases} 3x+7 > 7x-9, \\ x-3 > -3x+1, \end{cases}$$

$$(8) \quad \begin{cases} 8 - \frac{8-7x}{10} + \frac{x+1}{2} > 4 - \frac{7-3x}{5}, \\ 7(3x-6) + 4(17-x) > 11 - 5(x-3), \end{cases}$$

$$(9) \quad |2-3x| > \frac{1}{2},$$

$$(10) \quad \left| \frac{3x-5}{4} - 1 \right| < \frac{3}{8}.$$

5. 某校小农场早造种水稻12亩, 总产量是9600斤, 晚造种同样多的水稻, 总产量估计可以比早造增产10%以上(包括10%在内), 估计晚造平均亩产量在多少斤以上?