



高等学校应用型特色规划教材

# 理论力学

## 简明教程(第2版)

景荣春 主编

郑建国 刘建华 宋向荣 副主编



清华大学出版社

高等学校应用型特色规划教材

# 理论力学简明教程

(第2版)

景荣春 主 编  
郑建国 刘建华 宋向荣 副主编

清华大学出版社  
北 京

## 内 容 简 介

本书为 2009 年江苏省立项建设精品教材。本书分 3 篇共 14 章,涵盖了教育部非力学专业课程指导分委员会编制的多学时理论力学基本要求的内容,包括:绪论、静力学基本概念和物体受力分析、力系的简化、力系平衡方程及应用、静力学应用专题、点的运动和刚体的基本运动、点的合成运动、刚体平面运动、动力学基础、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理及动力学普遍方程、单自由度系统的振动等。

本书的特色是内容突出理论力学基本概念、基本理论和基本方法,符号和插图规范,文字叙述简明易懂,精选各种类型例题、思考题和习题,例题分析突出启发式。

本书向使用本书的教师提供配套的“课堂多媒体教案.ppt”和书后全部“思考题及习题详解”光盘。需要者请与主编联系。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学简明教程/景荣春主编;郑建国,刘建华,宋向荣副主编. —2 版. —北京:清华大学出版社, 2009.11

(高等学校应用型特色规划教材)

ISBN 978-7-302-21202-7

I. 理… II. ①景… ②郑… ③刘… ④宋… III. 理论力学—高等学校—教材 IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 173735 号

责任编辑:张瑜

装帧设计:杨玉兰

责任校对:周剑云 李凤茹

责任印制:孟凡玉

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:19.75 字 数:474 千字

版 次:2005 年 8 月第 1 版 2009 年 11 月第 2 版

印 次:2009 年 11 月第 1 次印刷

印 数:8501~12500

定 价:28.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系  
调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:034693-01

## 第 2 版前言

本书自 2005 年出版以来,受到广大教师和学生的欢迎。2007 年本书被评为江苏科技大学精品教材,2009 年被江苏省评为立项建设精品教材。由于本书符合教育部非专业力学课程指导分委员会对理论力学所提出的基本要求,这次再版继承了原书的特点,突出工程概念和启发式分析,重点放在“基本概念、基本理论、基本方法”的掌握和应用上。这次修订,对少部分内容作了修改调整,使之更符合教学要求和规律,并在各章后增加了思考题,加强了对学生基本概念的训练,旨在使本教材为高校应用型人才培养发挥重要作用。

本书配有与全书内容完全一致的书后全部“思考题与习题详解”和界面非常友好、便于使用和二次开发的“课堂多媒体教案”光盘。这定将大大节省教师的备课时间。

本书使用对象定位于一般高等工科院校本科机械、动力、土建、水利、化工类等专业。

本书虽经修订,但限于编者水平,缺点和错误在所难免,衷心希望读者批评指正,以便重印或再版时不断提高和完善。主编联系电子邮箱: [jingrongchun@yahoo.com.cn](mailto:jingrongchun@yahoo.com.cn)。

编者

2009 年 9 月

# 主要符号表

$a$	加速度	$a_{AB}$	点 $A$ 相对点 $B$ 的加速度
$a_{AB}^n$	点 $A$ 相对点 $B$ 的法向加速度	$a_{AB}^t$	点 $A$ 相对点 $B$ 的切向加速度
$a_a$	绝对加速度	$a_a^n$	法向绝对加速度
$a_a^t$	切向绝对加速度	$a_C$	科氏加速度
$a_C$	点 $C$ 的加速度, 质心加速度	$a_e$	牵连加速度
$a_e^n$	法向牵连加速度	$a_e^t$	切向牵连加速度
$a_n$	法向加速度	$a_r$	相对加速度
$a_r^n$	法向相对加速度	$a_r^t$	切向相对加速度
$a_t$	切向加速度	$A$	面积, 自由振动振幅
$b$	距离, 宽度	$c$	距离, 宽度, 常数
$C$	质心, 重心	$d$	距离, 直径
$D$	直径	$E$	弹性模量, 能
$E_k$	动能	$E_p$	势能
$e$	恢复因数, 偏心距	$F$	力, 动摩擦力
$f$	频率, 动摩擦因数	$f_s$	静摩擦因数
$F^e$	外力	$F_i$	第 $i$ 个力
$F^i$	内力	$F_l$	惯性力
$F_{IC}$	科氏惯性力	$F_{le}$	牵连惯性力
$F_n$	法向分力	$F_N$	法向约束力
$F_r$	径向力	$\bar{F}_g$	广义力
$F_R$	主矢, 合力	$F_s$	静摩擦力
$F_t$	圆周力, 切向力	$g$	重力加速度
$h$	高度	$I$	冲量
$i$	轴 $x$ 的基矢量	$j$	轴 $y$ 的基矢量
$J_z$	对轴 $z$ 的转动惯量	$J_{xy}$	对轴 $x, y$ 的惯性积
$J_C$	对质心的转动惯量	$k$	弹簧刚度系数
$k$	轴 $z$ 的基矢量	$l$	长度
$L$	长度, 拉格朗日函数	$L_C$	对质心的动量矩
$L_O$	对点 $O$ 的动量矩	$L_z$	对轴 $z$ 的动量矩
$m$	质量	$M$	平面力偶矩

$M_z$	对轴 $z$ 的矩	$M$	力偶矩矢, 主矩
$M_I$	惯性力的主矩	$M_O(F)$	力 $F$ 对点 $O$ 的矩
$n$	质点数目, 每分钟转速, 弹簧圈数	$O$	参考坐标系的原点
$P$	功率	$p$	动量
$q$	载荷集度, 广义坐标	$q_v$	体积流量
$q_m$	质量流量	$R$	半径
$r$	半径	$r$	矢径
$r_c$	质心的矢径	$r_o$	点 $O$ 的矢径
$s$	弧坐标, 频率比	$t$	时间, 温度
$T$	周期, 温度	$V$	体积
$v$	速度	$v_a$	绝对速度
$v_c$	质心速度	$v_e$	牵连速度
$v_r$	相对速度	$W$	力的功
$W$	重量	$x$	直角坐标
$y$	直角坐标	$z$	直角坐标
$\alpha$	角加速度, 角度	$\alpha$	角加速度矢量
$\beta$	角度, 振幅比		
$\delta$	滚阻系数, 阻尼系数, 厚度, 位移	$\varphi_f$	摩擦角
$\varphi$	角度, 初相角, 相位差	$\eta$	减缩因数, 效率, 隔振因数
$\gamma$	角度	$\theta$	角度
$\Lambda$	对数减缩	$\rho_A$	面密度
$\rho$	密度, 曲率半径	$\zeta$	阻尼比
$\rho_l$	线密度	$\omega$	角速度矢量
$\omega$	角速度	$\omega_a$	绝对角速度
$\omega_n$	固有角频率	$\omega_e$	牵连角速度
$\omega_a$	绝对角速度矢量	$\omega_r$	相对角速度
$\omega_e$	牵连角速度矢量	$\psi$	角度
$\omega_r$	相对角速度矢量		



# 目 录

绪论 .....	1	2.3.4 固定端约束 .....	26
<b>第1篇 静力学</b>		小结 .....	28
<b>第1章 静力学基本概念与物体受力分析</b> .....	2	思考题 .....	29
1.1 静力学基本概念 .....	2	习题 .....	29
1.1.1 力与力系 .....	2	<b>第3章 力系平衡方程及应用</b> .....	32
1.1.2 平衡 .....	3	3.1 平面力系平衡方程 .....	32
1.1.3 刚体 .....	3	3.1.1 平面任意力系平衡方程的 基本形式 .....	32
1.1.4 力矩 .....	3	3.1.2 平面任意力系平衡方程的 其他形式 .....	35
1.1.5 合力矩定理 .....	5	3.1.3 平面平行力系平衡方程 .....	36
1.2 静力学公理 .....	6	3.1.4 平面汇交力系平衡方程 .....	37
1.3 基本约束及其约束力 .....	7	3.1.5 平面力偶系平衡方程 .....	37
1.3.1 柔性约束 .....	8	3.2 平面物体系平衡问题 .....	38
1.3.2 刚性约束 .....	8	3.3 静定和超静定问题概念 .....	44
1.3.3 约束力特点 .....	11	3.4 空间力系平衡方程 .....	45
1.4 物体的受力分析和受力图 .....	12	3.4.1 空间汇交力系平衡方程 .....	45
1.4.1 解除约束与受力图 .....	12	3.4.2 空间力偶系平衡方程 .....	46
1.4.2 画受力图的步骤 .....	12	3.4.3 空间平行力系平衡方程 .....	47
小结 .....	15	3.4.4 空间一般力系平衡方程 应用举例 .....	48
思考题 .....	16	小结 .....	50
习题 .....	16	思考题 .....	51
<b>第2章 力系的简化</b> .....	19	习题 .....	53
2.1 汇交力系 .....	19	<b>第4章 静力学应用专题</b> .....	61
2.2 力偶系 .....	20	4.1 平面简单桁架 .....	61
2.2.1 力偶的定义 .....	20	4.1.1 平面简单桁架的构成 .....	61
2.2.2 力偶的性质 .....	20	4.1.2 平面简单桁架的内力分析 .....	62
2.2.3 力偶系合成 .....	22	4.2 摩擦 .....	65
2.3 力的平移定理与任意力系简化 .....	23	4.2.1 滑动摩擦 .....	65
2.3.1 力的平移定理 .....	23	4.2.2 摩擦角与自锁现象 .....	66
2.3.2 空间任意力系简化 .....	24	4.2.3 考虑摩擦的平衡问题 .....	67
2.3.3 空间力系简化结果讨论 .....	25		

4.3 滚动阻力偶的概念 .....	70
小结 .....	72
思考题 .....	73
习题 .....	74

## 第2篇 运动学

### 第5章 点的运动和刚体的基本运动 .....

5.1 点的运动 .....	79
5.2 刚体的基本运动 .....	83
5.2.1 平移 .....	83
5.2.2 定轴转动 .....	84
小结 .....	88
思考题 .....	89
习题 .....	90

### 第6章 点的合成运动 .....

6.1 点的合成运动基本概念 .....	94
6.1.1 定参考系和动参考系 .....	94
6.1.2 绝对运动、相对运动和 牵连运动 .....	94
6.2 点的速度合成定理 .....	95
6.3 牵连运动为平移时的加速度 合成定理 .....	98
6.4 牵连运动为定轴转动时的 加速度合成定理 .....	99
6.4.1 一个反例 .....	99
6.4.2 定理证明 科氏加速度 .....	100
小结 .....	109
思考题 .....	110
习题 .....	112

### 第7章 刚体平面运动 .....

7.1 刚体平面运动方程及运动分解 .....	117
7.1.1 刚体平面运动力学模型的 简化 .....	117
7.1.2 刚体平面运动的自由度、 广义坐标和运动方程 .....	117
7.1.3 平面运动分解为平移和	

转动 .....	119
----------	-----

### 7.2 平面图形上各点的速度分析 .....

7.2.1 基点法 .....	120
7.2.2 速度投影定理法 .....	121
7.2.3 瞬时速度中心法 .....	122
7.3 平面图形上各点的加速度分析 .....	126
7.4 运动学综合应用举例 .....	129
小结 .....	135
思考题 .....	136
习题 .....	138

## 第3篇 动力学

### 第8章 动力学基础 .....

8.1 质点运动微分方程 .....	144
8.1.1 动力学基本定律 .....	144
8.1.2 质点运动微分方程 .....	145
8.2 质点动力学的两类基本问题 .....	147
8.3 质点的相对运动微分方程 .....	149
8.4 质点系的基本惯性特征 .....	152
8.4.1 质心 .....	152
8.4.2 转动惯量 .....	152
8.4.3 平行轴定理 .....	154
小结 .....	156
思考题 .....	157
习题 .....	157

### 第9章 动量定理 .....

9.1 动量定理与动量守恒 .....	161
9.1.1 动量 .....	161
9.1.2 冲量 .....	162
9.1.3 动量定理与动量守恒 .....	162
9.2 质心运动定理 .....	166
9.2.1 质心运动定理 .....	166
9.2.2 质心运动守恒定律 .....	167
*9.3 流体在管道内定常流动时引起的 动压力 .....	170
小结 .....	171
思考题 .....	171



习题 .....	173	11.4.2 功率方程 .....	208
<b>第 10 章 动量矩定理</b> .....	176	11.4.3 机械效率 .....	209
10.1 动量矩 .....	176	11.5 势力场 势能 机械能守恒	
10.1.1 质点的动量矩 .....	176	定律 .....	210
10.1.2 质点系的动量矩 .....	177	11.5.1 势力场 .....	210
10.2 动量矩定理与动量矩守恒 .....	178	11.5.2 势能 .....	210
10.2.1 质点的动量矩定理 .....	178	11.5.3 有势力的功与势能的关系 .....	211
10.2.2 质点系的动量矩定理 .....	179	11.5.4 机械能守恒定律 .....	211
10.2.3 质点系动量矩守恒定律 .....	179	11.6 动力学普遍定理的综合应用举例 .....	212
10.3 刚体定轴转动微分方程 .....	181	小结 .....	217
10.4 质点系相对质心的动量矩定理 .....	184	思考题 .....	218
10.5 刚体平面运动微分方程 .....	184	习题 .....	220
*10.6 动量和动量矩定理在碰撞中的		<b>第 12 章 达朗贝尔原理</b> .....	225
应用 .....	188	12.1 达朗贝尔原理 .....	225
10.6.1 基本假定与恢复因数 .....	188	12.1.1 质点的达朗贝尔原理 .....	225
10.6.2 碰撞的基本定理 .....	189	12.1.2 质点系的达朗贝尔原理 .....	227
小结 .....	192	12.2 刚体惯性力系的简化 .....	228
思考题 .....	193	12.2.1 刚体作平移 .....	228
习题 .....	194	12.2.2 刚体作定轴转动 .....	228
<b>第 11 章 动能定理</b> .....	199	12.2.3 刚体作平面运动 .....	229
11.1 力的功 .....	199	12.3 定轴转动刚体的轴承约束力 .....	232
11.1.1 功的一般表达式 .....	199	12.3.1 一般状况下惯性力系的	
11.1.2 几种常见力的功 .....	200	简化 .....	233
*11.1.3 质点系内力的功 .....	202	12.3.2 轴承约束力 .....	234
11.1.4 约束力的功 .....	202	12.4 静平衡与动平衡简介 .....	235
11.2 质点系和刚体的动能 .....	203	小结 .....	236
11.2.1 质点的动能 .....	203	思考题 .....	237
11.2.2 质点系的动能 .....	203	习题 .....	239
11.2.3 平移刚体的动能 .....	203	<b>第 13 章 虚位移原理及动力学</b>	
11.2.4 定轴转动刚体的动能 .....	203	<b>普遍方程</b> .....	242
11.2.5 平面运动刚体的动能 .....	204	13.1 虚位移的基本概念 .....	242
11.3 质点系动能定理 .....	205	13.1.1 约束 .....	242
11.3.1 质点的动能定理 .....	205	13.1.2 虚位移 .....	244
11.3.2 质点系的动能定理 .....	205	13.1.3 虚功、理想约束 .....	244
11.4 功率和功率方程 .....	208	13.1.4 自由度和广义坐标 .....	244
11.4.1 功率 .....	208	13.2 虚位移原理及应用举例 .....	246



*13.3 动力学普遍方程.....	252	14.2.1 振动微分方程.....	269
小结.....	254	14.2.2 欠阻尼状态.....	270
思考题.....	255	14.2.3 临界阻尼状态.....	272
习题.....	257	14.2.4 过阻尼状态.....	272
<b>第14章 单自由度系统的振动.....</b>	<b>262</b>	14.3 单自由度系统的受迫振动.....	274
14.1 单自由度系统的自由振动.....	262	14.3.1 运动微分方程及其解.....	274
14.1.1 自由振动微分方程.....	262	14.3.2 幅频特性与相频特性.....	275
14.1.2 自由振动的周期、频率、 振幅和相位.....	263	14.3.3 隔振.....	281
14.1.3 扭振系统.....	265	小结.....	282
14.1.4 弹簧的并联与串联.....	265	思考题.....	283
14.1.5 计算固有频率的能量法.....	267	习题.....	284
14.2 单自由度系统的衰减振动.....	269	<b>习题答案.....</b>	<b>290</b>

# 绪论

## 1. 理论力学的研究对象

理论力学研究物体机械运动的基本规律。机械运动是指物体在空间的位置变化。

## 2. 理论力学的内容

理论力学研究的是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，它以牛顿总结的三个基本定律和力的平行四边形法则为基础。本书分为以下三部分。

- (1) 静力学——主要研究力的基本概念、力系等效简化和平衡及其应用。
- (2) 运动学——从几何角度研究物体运动。
- (3) 动力学——研究物体的运动与所受力之间的关系。

## 3. 学习理论力学的目的

理论力学是一门理论性较强的技术基础课，又是学生接触工程实际的第一门课程。学习该课程的主要目的如下。

- (1) 理论力学是一切力学课程的基础，也是许多专业课程的基础。
- (2) 有些工程问题直接利用理论力学知识解决。因此，通过理论力学的学习，学生要初步学会近似处理工程实际问题的方法，包括工程实际问题的力学建模。
- (3) 理论力学是一门演绎性较强的课程，对训练逻辑思维颇有好处；同时，习题变化多端，可以培养学生的分析能力和灵活运用能力。

## 4. 学习理论力学的方法

理论力学属经典力学，理论性强，它是认识自然的基础、解决实际问题的基础，也是一系列相关后续课程的基础，因此要求读者具备较好的数学物理基础和对力学模型的工程背景有较多的认识。学生在学习理论力学时，除了认真听课和精读课本基本内容外，还要注意观察周围工程实际构件及其运动状态，同时一定要独立按时完成相应内容的习题作业，这是消化及掌握课程基本概念、基本理论、基本方法至关重要的一步。初学理论力学的人，往往因理论力学中一些名词与大学物理课程中的相同而觉得理论好懂，但又深感其习题难做，这主要是对理论力学研究对象的广泛性认识不足。工科大学培养的学生要能解决实际问题，是在培养“演员、运动员”而不是培养“观众”，因此要求学生通过及时认真做习题来逐步掌握课程知识和提高解决问题的能力。

# 第1篇 静力学

本篇主要研究三个问题：

- (1) 物体的受力分析。
- (2) 力系等效和简化。
- (3) 平衡力系作用下物体的受力。

静力学的理论和方法在解决工程技术问题中有着广泛的应用。静力学知识是学习本课程后续内容和后续课程所必需的。

## 第1章 静力学基本概念与物体受力分析

本章将介绍静力学的基本概念，阐述静力学公理，并介绍工程中几种常见的典型约束、约束力的分析和物体的受力图。

### 1.1 静力学基本概念

#### 1.1.1 力与力系

##### 1. 力

力是物体间的相互作用，这种作用将使物体的运动状态发生变化(外效应)，或使物体变形(内效应)。力是定位矢量，其量纲为牛顿(N)。力在直角坐标系中表示为

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} = (F_x, F_y, F_z) \quad (1-1)$$

力在直角坐标系中的表示如图 1.1 所示。式(1-1)中， $F_x$ ， $F_y$ ， $F_z$  分别为力矢  $\mathbf{F}$  在轴  $x$ ， $y$ ， $z$  上的投影，为代数量。

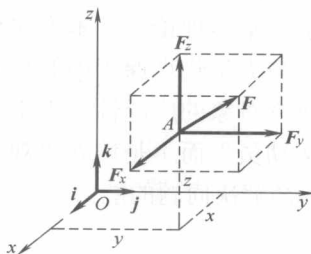


图 1.1 力在直角坐标表示

物体相互接触时，无论是施力体还是受力体，总是受到分布作用在一定的接触面上的

分布力。例如，作用在烟囱上的风压力和水平桌面对粉笔盒的支承力(图 1.2(a))。很多情况下，这种分布力比较复杂，例如，人的鞋底对地面的作用力及鞋底上各点受到的地面支承力都是不均匀的。如果分布力作用的面积很小，为了分析计算方便，可以将分布力简化为作用于一点的合力，称为**集中力**。例如，静止的汽车通过轮胎作用在马路上的力(图 1.2(b))。

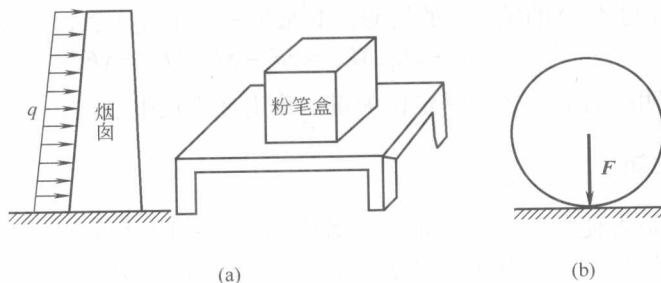


图 1.2 分布力与集中力示意

## 2. 力系

力系是指作用在物体上的一群力。若两力系分别作用于同一物体且效应相同，则将这两力系称为**等效力系**。若力系与一力等效，则此力就称为该力系的**合力**，而力系中的各力，则称为此合力的**分力**。

### 1.1.2 平衡

平衡是指物体相对于惯性参考系(如地面)保持静止或匀速直线运动状态。如桥梁、机床的床身、作匀速直线飞行的飞机等，都处于平衡状态。平衡是物体运动的一种特殊形式。物体平衡时，其所受的力系称为**平衡力系**。平衡力系中的任一力都是其余力的**平衡力**，即与其余的力相平衡的力。

### 1.1.3 刚体

刚体是指在力的作用下，其内部任意两点之间的距离始终保持不变的物体。这是实际物体经过简化与抽象理想化的力学模型。在静力学中所说的物体或物体系均指刚体或刚体系，静力学也称为**刚体静力学**。

### 1.1.4 力矩

#### 1. 力对点之矩

力矩是力使物体绕某一点转动效应的量度。因为是对一点而言，故称为力对点之矩，该点称为**力矩中心**，简称**矩心**。

考察空间任意力  $F$  对点  $O$  之矩，如图 1.3 所示。设力  $F=(F_x, F_y, F_z)$ ，点  $O$  到力  $F$  作用

点  $A$  的矢量称为矢径, 在三维坐标系中, 矢径  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 。定义: 力对点  $O$  之矩等于矢径  $\mathbf{r}$  与力  $\mathbf{F}$  的矢积, 即

$$\mathbf{M}_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = M_{Ox}\mathbf{i} + M_{Oy}\mathbf{j} + M_{Oz}\mathbf{k} \quad (1-2)$$

$M_{Oz}$  称为  $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$  在过点  $O$  的轴  $z$  上的投影, 其余类推。由式(1-2), 显然

$$M_{Ox} = yF_z - zF_y, M_{Oy} = zF_x - xF_z, M_{Oz} = xF_y - yF_x \quad (1-3)$$

上述定义表明: 力对点之矩是定位矢量, 作用在力矩中心。

## 2. 力对轴之矩

力对轴之矩是力使物体绕某一轴转动效应的量度。图 1.4(a)所示可绕轴转动的门, 在其上点  $A$  作用有任意方向的力  $\mathbf{F}$ 。将  $\mathbf{F}$  分解为  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_z + \mathbf{F}_{xy}$ , 其中  $\mathbf{F}_z$  平行于轴  $Oz$ ,  $\mathbf{F}_{xy}$  垂直于轴  $Oz$ 。力  $\mathbf{F}$  对门所产生的绕轴  $Oz$  转动的效应可用其两个分力  $\mathbf{F}_z$ ,  $\mathbf{F}_{xy}$  所产生的效应代替。实践表明, 与轴  $Oz$  共面的  $\mathbf{F}_z$  对门不能产生绕轴  $Oz$  的转动效应, 只有分力  $\mathbf{F}_{xy}$  对门产生绕轴  $Oz$  的转动效应。这个转动效应可用垂直于轴  $Oz$  的平面上的分力  $\mathbf{F}_{xy}$  对点  $O$  之矩  $\mathbf{M}_O(\mathbf{F}_{xy})$  来量度, 如图 1.4(b)所示。由图 1.4 可知

$$M_z(\mathbf{F}) = M_O(\mathbf{F}_{xy}) = xF_y - yF_x \quad (1-4)$$

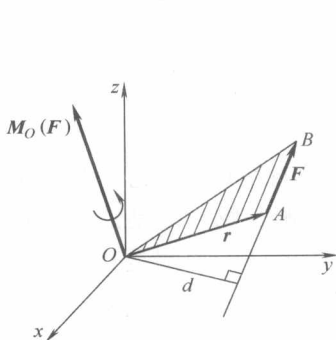


图 1.3 力对点之矩

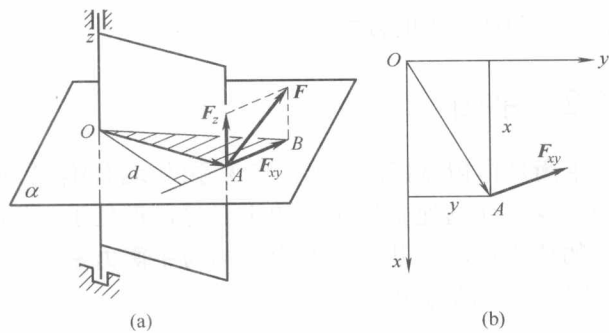


图 1.4 力对轴之矩

比较式(1-3)与式(1-4), 有

$$M_z(\mathbf{F}) = M_{Oz} = [\mathbf{M}_O(\mathbf{F})]_z \quad (1-5a)$$

同理

$$M_x(\mathbf{F}) = M_{Ox} = [\mathbf{M}_O(\mathbf{F})]_x \quad (1-5b)$$

$$M_y(\mathbf{F}) = M_{Oy} = [\mathbf{M}_O(\mathbf{F})]_y \quad (1-5c)$$

即力对点之矩在过该点的轴上的投影等于力对该轴的矩(代数量), 此即力矩关系定理, 如图 1.5 所示。图 1.5 中,  $M_{Oz}(\mathbf{F})$  为  $\mathbf{M}_O(\mathbf{F})$  在轴  $Oz$  上投影, 为代数量。图 1.5 所示  $M_{Oz}(\mathbf{F})$  所示“箭头”应理解为与轴  $z$  同向为正, 反向为负。



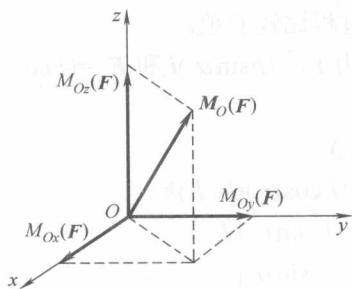


图 1.5 力对点与轴之矩间的关系

### 1.1.5 合力矩定理

若力系存在合力，合力对某一点之矩，等于力系中所有力对同一点之矩的矢量和，此称为合力矩定理，即

$$M_O(\mathbf{F}_R) = \sum_{i=1}^n M_O(\mathbf{F}_i) \quad (1-6)$$

其中

$$\mathbf{F}_R = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

需要指出的是，对于力对轴之矩，合力矩定理则为：合力对某一轴之矩，等于力系中所有力对同一轴之矩的代数和，即

$$\left. \begin{aligned} M_{Ox}(\mathbf{F}_R) &= \sum_{i=1}^n M_{Ox}(\mathbf{F}_i) \\ M_{Oy}(\mathbf{F}_R) &= \sum_{i=1}^n M_{Oy}(\mathbf{F}_i) \\ M_{Oz}(\mathbf{F}_R) &= \sum_{i=1}^n M_{Oz}(\mathbf{F}_i) \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

【例 1-1】图 1.6 所示支架受力  $F$  作用，图中  $l_1$ ， $l_2$ ， $l_3$  与角  $\alpha$  均已知。求  $M_O(\mathbf{F})$ 。

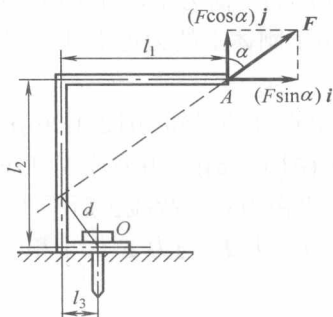


图 1.6 例 1-1 图

【解】若直接由力  $F$  对点  $O$  取矩，即  $|M_O(\mathbf{F})| = Fd$ ，其中  $d$  为力臂，如图 1.6 所示。显

然,在图示情形下,确定  $d$  的过程比较麻烦。

若先将力  $F$  分解为两个分力  $F_x=(F\sin\alpha)\mathbf{i}$  和  $F_y=(F\cos\alpha)\mathbf{j}$ , 再应用合力矩定理, 则较为方便。于是, 有

$$\begin{aligned} M_O(\mathbf{F}) &= M_O(\mathbf{F}_x) + M_O(\mathbf{F}_y) \\ &= \square(F\sin\alpha)l_2\mathbf{k} + (F\cos\alpha)(l_1\square_3)\mathbf{k} \\ &= F[(l_1\square_3)\cos\alpha \square l_2\sin\alpha]\mathbf{k} \\ M_O(\mathbf{F}) &= F[(l_1\square_3)\cos\alpha \square l_2\sin\alpha] \end{aligned}$$

显然, 根据这一结果, 还可算得力  $F$  对点  $O$  的力臂为

$$d = (l_1 - l_3)\cos\alpha - l_2\sin\alpha$$

上述分析与计算结果表明, 应用合力矩定理, 在某些情形下将使计算过程简化。

## 1.2 静力学公理

公理是人们在生活与生产实践中长期积累的经验总结, 又经过实践反复检验, 可以认为是真理而不需证明。在一定范围内它正确反映了事物最基本、最普遍的客观规律。

### 公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可以合成一个合力, 合力的作用点也在该点, 大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的主对角线确定。用矢量表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-8)$$

### 公理 2 二力平衡条件

作用在刚体上的二力平衡的充要条件是: 这两力的大小相等、方向相反且作用在同一直线上。

### 公理 3 加减平衡力系原理

在给定力系上增加或减去任意的平衡力系, 并不改变原力系对刚体的作用效果。

**推论 1 力的可传性** 作用于刚体上的力可沿其作用线滑移至刚体内任意点而不改变它对刚体的作用效应。

**证明:** 设  $F$  为作用于刚体上点  $A$  的已知力(图 1.7(a)), 在力的作用线上任一点  $B$  加上一对大小均为  $F$  的平衡力  $F_1, F_2$ (图 1.7(b)), 由公理 3 可知新力系( $F, F_1, F_2$ )与原力系(只有一个力  $F$ )等效。而  $F$  和  $F_1$  是平衡力系, 故减去后不改变力系的作用效应(图 1.7(c))。所以, 剩下的力  $F_2$  与原力系  $F$  等效。力  $F_2$  与力  $F$  大小相等, 作用线和指向相同, 只是作用点由  $A$  变为  $B$ 。

推论表明, 对刚体而言, 力的作用点已不是决定力的作用效应的一个要素, 它应为力的作用线所取代。因此, 作用于刚体上之力的三要素是: 力的大小、方向和作用线。

可沿作用线滑动的矢量称为滑动矢量。作用于刚体上的力是滑动矢量。

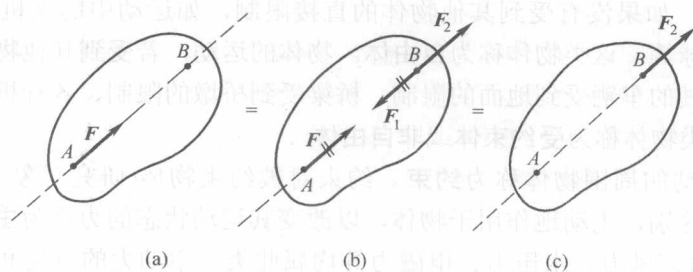


图 1.7 力的可传性

**推论 2 三力平衡汇交定理** 作用于刚体上 3 个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此 3 个力必在同一平面内，且第 3 个力的作用线必通过汇交点。

**证明：**如图 1.8 所示，在刚体的  $A, B, C$  三点上，分别作用 3 个相互平衡的力  $F_1, F_2, F_3$ 。根据力的可传性，将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交点，然后由公理 1，得合力  $F_{12}$ ，则力  $F_3$  应与  $F_{12}$  平衡。由于两个力平衡必共线，所以力  $F_3$  必定与力  $F_1$  和  $F_2$  共面，且通过力  $F_1$  与  $F_2$  的交点  $O$ 。于是定理得证。

#### 公理 4 作用和反作用定律

两物体间存在作用力与反作用力，两力大小相等、方向相反，分别作用在两个物体上。

#### 公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，则其平衡状态不变。

如图 1.9 所示，绳索在一对拉力作用下处于平衡，若将其刚化为刚性杆时，则平衡状态保持不变。反之则不然，即一对等值、共线的压力作用可使刚性杆平衡，但却不能使绳子平衡。由此可知，刚体上力系的平衡条件只是变形体平衡的必要条件，而非充分条件。

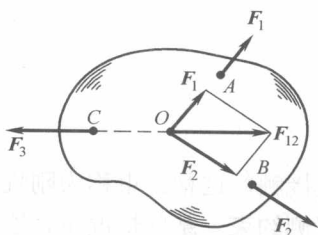


图 1.8 三力平衡汇交定理

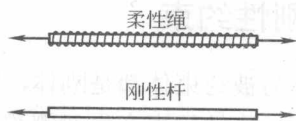


图 1.9 刚化原理

## 1.3 基本约束及其约束力

工程中的机器和结构都是由若干个零件和构件通过相互接触或相互连接而成。约束则是接触和连接方式的简化模型。