

復興初級中學教科書

# 幾何

上冊

余介石 徐子豪編著  
段育華校訂

國民政府教育部審定

商務印書館發行

復興初級中學教科書

幾何學

上冊

余介石 徐子豪編著  
段育華校訂

商務印書館發行

# 編輯大意

(一) 這冊幾何，完全是按照最近部頒課程標準編輯，適合初級中學第二三學年之用。

(二) 按部頒課程標準，初中第二三學年，代數和幾何并授，并略及數值三角，本書與復興初中教科書代數及數值三角二書聯絡密切，同時採用，可收互相啓發之效。

(三) 本書分八編，第一二兩編為實驗幾何學，第三至第八編為理解幾何學，其中第四五兩編論直線形，但軌跡與三角形內共點線部分，初學每感難解，故移入第六編圓內合併講授（此種編制，係依據段師育華著混合算學）。正多角形性質，則分配於圓，比例內相當部分，其與圓的關係，則與面積合為第八編幾何計算。故本書篇幅雖不多，對重要教材，已無缺漏。

(四) 書末附有總習題一百四十則，供學生於習完本書時之複習，藉收融會貫通之效，教師可視時間之多少，及學生程度之高下，酌量分配選習。

(五) 本書遵照部頒課程標準，詳於直線形，而略於圓及以後各部分，軌跡及作圖題，僅言大要，對於不可通

約的理，則未能提及。

(六) 舊時幾何教本，往往拘泥於理論的嚴謹，不特初學習之，絕不能感受必要，且其所謂嚴謹亦甚多可議之點。蓋完備的嚴謹，決非初中程度所能談到，本書求於初學所能了解之範圍中，達於適當嚴謹的程度。

(七) 英美新著幾何每混合實驗理論二方面，自是引導初學循序漸進之良法。對於作圖題，這點區別，尤為重要，本書對此特加注意，以救新派幾何之弊。

(八) 幾何定理的證法，本應從解析入手，但教本體裁，自只能以綜合法為主。本書特於每定理證法前，加列解析一項，以引起學生自動研究的習慣，而養成其解題的能力。

(九) 本書習題與正文關係密切，尤其是在實驗幾何中，習題簡直就是正文的一部分。教師學子，對此宜特加注意，其尤重要者，并加星號 \* 為記。

(十) 這書純用簡潔的白話講解，使學生不至生文字上困難，致阻其學習的興趣。

(十一) 本書所用名詞，於初見處，附註英文原名。

(十二) 編者承吾師段育華教授特允，從混合算學教科書中，採用許多教材，並定理名稱證題格式等等，本書因此增色不少。謹此附誌，以表謝忱。

(十三) 本書另編教員準備書，詳載(1)教材摘要(2)時間支配(3)教法要點(4)問題略解等項，專供教師參考。

(十四) 此次部頒課程標準，初中算學部分，以幾何特色最多，與舊案頗多出入，編者雖係該標準案起草之一人，祇以學校需要甚急，且奉段師令囑編，期限至迫，以數月之力，倉卒成書，疵謬在所難免，深望海內專家及教師嚴加指正，俾得隨時修訂。

民國二十二年元月編者自識

# 幾何學

## 目次

### 上冊

#### 第一編 基本圖形及其作圖 …… 1

1. 幾何學目的。 2. 立體。 3. 面。 4. 平面。 5. 面與實物。 習題一。
6. 線。 7. 直線。 8. 點。 9. 幾何元素。 習題二。
10. 幾何作圖和所用儀器。 11. 直線畫法。 12. 圓規用法。 13. 角。 14. 直角, 銳角, 鈍角。 習題三。 15. 線段。
16. 基本作圖題一(取等長線段)。 17. 基本作圖題二(平分已知線段)。 習題四。 18. 基本作圖題三(垂線作法一)。 19. 基本作圖題四(垂線作法二)。 20. 三角板。 習題五。 21. 叠合法。 22. 基本作圖題五(平分已知角)。
23. 基本作圖題六(作等角)。 習題六。 24. 平行線。 25. 基本作圖題七(作平行線)。 26. 基本作圖題八(等分已知線段)。 習題七。 27. 基本作圖題九(作過三點的圓)。 28. 基本作圖題十(作過圓上點的切線)。 29. 基本作圖題十一(作過圓外點切線)。 30. 花紋圖形。 習題八。

## 第二編 量法 ..... 28

31. 量法. 32. 量法的原理. 33. 直接量法. 34. 實際上作圖. 習題九. 35. 距離. 36. 相似形. 37. 間接量法. 習題十. 38. 三角形的作圖題. 39. 三角形的確定. 40. 已知三邊的三角形. 41. 已知二邊和夾角的三角形. 42. 已知二角和一邊的三角形. 習題十一. 43. 面積. 44. 長方形面積. 45. 平行四邊形面積. 46. 梯形面積. 47. 三角形面積. 習題十二. 48. 任意多角形的面積. 49. 多角形內角和. 50. 正多角形. 51. 正多角形特性. 52. 正多角形面積. 習題十三. 53. 圓周率. 54. 圓面積. 55. 平面積一般求法. 習題十四. 56. 空間的平面與直線. 57. 二面角. 58. 體積. 59. 表面積. 習題十五. 60. 簡單立體. 61. 各簡單立體表面積. 62. 各簡單立體體積 習題十六.

## 第三編 理解幾何引論 ..... 65

63. 證法的需要. 64. 證法的基礎. 65. 普通公理. 習題十七. 66. 定義. 67. 幾何公理. 68. 平角, 周界. 69. 餘角, 補角, 共輒角. 習題十八. 70. 邻角, 對頂角. 71. 等角的餘角, 補角. 72. 定理的形式. 73. 對頂角定理. 習

題十九. 74. 中點分角線. 75. 間接證法. 76. 圓的特性.

習題二十

## 第四編 三角形 ..... 84

77. 全等形. 78. 全等形基本證法. 79. 三角形的記法. 80. 全等三角形定理一. 習題二一. 81. 等腰三角形. 82. 等腰三角形定理一. 83. 全等三角形定理二. 84. 等腰三角形定理二. 85. 逆定理. 習題二二. 86. 全等三角形定理三. 87. 全等三角形定理三的應用. 88. 平分已知線段作法的證明. 89. 過線上一點作垂線法的證明. 90. 垂直平分線. 91. 過線外一點作垂線法的證明. 92. 三角形中間接元素. 習題二三. 93. 垂線公理二. 94. 已知角的分角線作法的證明. 95. 作已知角的等角法的證明. 96. 直角三角形. 97. 全等直角三角形定理一. 98. 全等直角三角形定理二. 習題二四. 99. 不等量公理. 100. 幾何方面不等量的基本諸理. 101. 不等量證法 習題二五. 102. 外角定理. 103. 邊角關係定理一 104. 又一種間接證法. 習題二六. 105. 邊角關係定理二. 106. 三邊關係定理的又一證法. 107. 非全等三角形定理一. 108. 非全等三角形定理二. 習題二七.

## 第五編 平行論 ..... 117

109. 三線八角. 110. 平行判別定理一. 111. 平行線.  
112. 平行判別定理二. 習題二八. 113. 平行公理. 114.  
平行性質定理一. 115. 平行性質定理二. 116. 相交線  
的判別 習題二九. 117. 三角形內角和定理. 118. 多  
角形. 119. 多角形的內角和. 習題三十. 120. 四邊形.  
121. 全等平形四邊形定理. 122. 平行四邊形的作圖.  
習題三一 123. 決定平行四邊形的他種條件. 124. 平  
行四邊形性質. 習題三二. 125. 三線平行定理. 126.  
平行線內等線段定理. 習題三三.

# 幾何學上冊

## 第一編 基本圖形及其作圖

### 基本圖形

1. 幾何學目的。幾何學目的即在研究空間內點，線，面，體的性質。點，線，面，體，便是幾何中基本圖形。只論及同一平面上的圖形的叫平面幾何學(Plane Geometry)，論到空間圖形的稱為立體幾何學(Solid Geometry)。本書大概只談平面幾何學，對於立體幾何學，不過略述及其基本觀念和量法的應用。
2. 立體(Solid)。任取一種實物，如鉛筆，書，足球等等，只論他的形狀，而不顧他的實質，都成為幾何學中的立體。
3. 面(Surface)。立體和空間接界的地方，

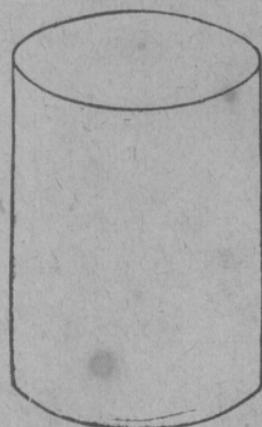
叫做面。我們通常都說立體由幾面包成。例如一枝未削過的圓鉛筆，四周是一面捲成，兩端是二個平坦的圓面。看一個中空的圓洋鐵筒，更可明白。所以我們說

### 立體以面爲界。

4. 平面(Plane). 靜止的水面，就是平面的一個最好例子。黑板，棹面，書面等等也都是平面。

一面是否平面，很容易試出。用一根直尺，無論如何排法，處處都貼合在那面上的，便是平面，否則爲曲面(Curved surface)。拿一根尺靠在一個圓洋鐵筒，或是圓柱上試試看。雖然有時候能貼合，但是有時卻辦不到。再用一個皮球試試看，那就無論如何，都不能貼合了。

5. 面與實物。我們切勿誤會一頁書是面，他實在是立體，和一本書一樣，不過因爲很薄，使我們不注意。幾何學所說的面，只是指立



體的界，無厚薄可言；所以不但一頁書不是面，任何實物都不是面。要勉強想一個例子來說，就是牆上的影。所以

面只有長寬，而無厚薄。

### 習題一

1. 有一本書和一塊磚，大小相同，我們能說這二件實物完全一樣麼？他們所表示的立體同不同？

2. 就教室中舉出幾件簡單的立體來，并說明周界的面，那些是平面？那些是曲面？

3. 一張紙放在書棹上，可表示那一種面，捲起來可表示那一種面？

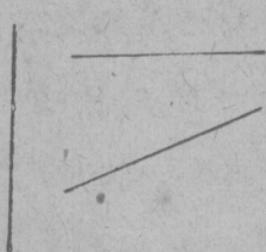
4. 捲紙成筒，放開來，能不能合在棹面上！把紙球剪開後，能不能平鋪在棹面上！

6. 線(Line)。二面相遇的地方為線。例如教室中二面牆相接的地方是線，書脊和書面相界處也是線，所以

面以線為界。

7. 直線(Straight line)。一條懸掛重物的

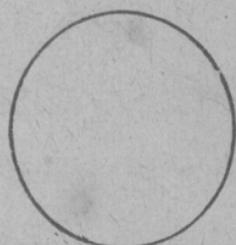
細線，樂器上張緊了的弦，所表的線叫直線。若將那細線隨便放在棹上，或是把弦放鬆，形狀改變，不復成直線時，便叫曲線（Curved line 或 Curve）。初等幾何學中最重要的曲線是圓（Circle），如碗口，如車輪的邊緣，都可代表。



直線



曲線



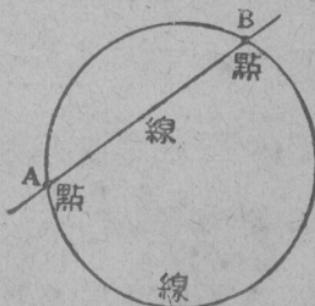
圓

8. 點 (Point). 教室中地板和一橫一直的兩面牆，相接成三條線，在牆角相遇，那角上的尖處稱爲一點。一條細線的兩端也是點。換句話講，

線以點爲界。

也可以說

線相交成點。



註. 點可用大寫英文字母來記，如上圖

9. 幾何元素(Geometrical elements). 點, 線, 面, 體是幾何基本元素, 由他們構成的圖形, 叫做幾何圖形(Geometrical figure).

在§5裏說過, 實物都不是面, 在上面幾節裏, 又講到線爲面的界, 點爲線的界, 可知實物更不能爲線, 爲點. 一根頭髮細極了, 我們不去注意他有多粗, 便可以代表線; 一粒灰塵微細了, 我們不去注意他的大小, 便可代表點. 其實線只有長而無寬,

點只有位置, 而無大小.

只是幾何中抽象觀念, 而非實物. 幾何圖形既由元素合成, 所以只可說代表實物, 而不是實物本身.

## 習題二

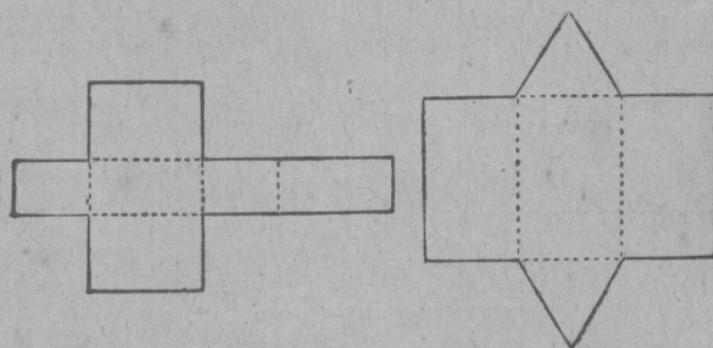
1. 點和線的關係, 可用二句話說出(見§8); 線和面, 面和體的關係, 可以換一句話說出麼?

\*2. 如以雨點表點, 則雨點下降成雨絲時, 可以代表點線間的什麼關係? 和§8所說的相同麼?

\*3. 精於武術的人，舞起棍子來，可以潑水不入，勝如銅牆鐵壁。今以棍表線，這例可以表示線與面間的何種關係？和§6所說的同不同？

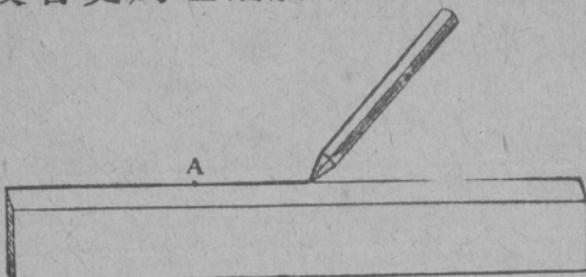
\*4. 用銅元直立棹面上，用力旋轉。這例可以表示體與面間的何種關係？和§3所說的同不同？

§5. 用硬紙板或厚紙，照下面圖形剪摺成立體。指出其中的點、線、面，并注意各元素間關係。



10. 幾何作圖 (Geometrical construction) 和所用儀器。幾何學目的既在研究圖形性質，必須先作出所需要的圖形，但非用儀器不能準確。基本儀器只有二件：(一)無度尺或稱直尺 (Ruler) (二)圓規 (Compasses)。尚有他種儀器，或可使作圖便利(如三角板 Set squares)，或可量出度數(如分角器 Protractor)。但前者並非理論

所必需，後者更為理論所不許，待後文再說。

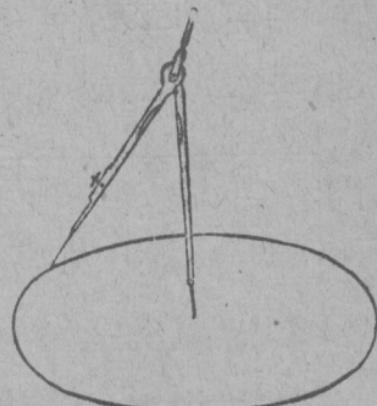


11. 直線畫法。將直尺平放紙上，用鉛筆沿邊一畫，就成直線如上圖。如要作一直線經過二點，必先移尺相靠，此時尺的位置不能再推轉。所以

二點決定唯一的直線。

註。因此故直線常以二點記出如AB。

12. 圓規用法。將圓規一脚的針尖，釘在紙上，而旋轉他腳上的鉛條或鴨嘴筆，便可畫成一圓如右圖。針尖所在的點，叫做圓心 (Center)，兩腳間的距離，叫做半徑 (Radius)。注意轉動圓規時，勿使二腳間距離改變，則作成的圓，起訖處自然。



相合。此法可驗圓規是否準確。由圓的作法，可知

(一) 圓上任何點，皆距圓心等遠。

(二) 已知圓心和半徑，即可作一圓。

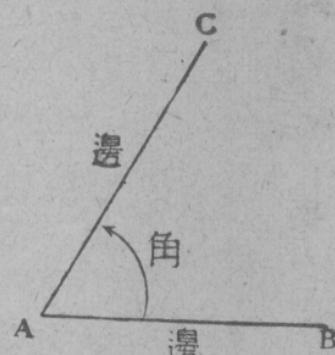
### 13. 角(Angle). 把圓

規二腳張開，即成一角。如

用運動的觀念表說，即自

一點A，引直線AB，再將AB  
繞A點旋轉至於AC，即成

一角，記爲 $\angle BAC$ 。A點叫角的頂點(Vertex)AB，  
AC爲角的二邊(Sides)。



註。在記法裏，必須將頂點寫在中間。

### 14. 直角(Right angle), 銳角(Acute angle), 鈍角(Obtuse angle). 把一張紙對摺，摺痕和紙一邊

