21世纪

21世纪高等院校规划教材

高等数学

上册　　经管、文科类

主　编　张翠莲　副主编　牛　莉　翟秀娜

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

21 世纪

21世纪高等院校规划教材

高等数学

上册　　经管、文科类

主　编　张翠莲　副主编　牛　莉　翟秀娜

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书依据教育部《高等数学课程教学基本要求》（经管、文科类）编写，可满足经管、文科类本科各专业对高等数学的教学需求。

本书分上、下两册出版，上册包括：函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用等内容，打*号的内容可根据不同专业选学，书末附有积分表，习题答案与提示。

本教材强调从实际应用的需要（实例）出发，加强数学思想和数学概念与社会经济实际问题的结合，淡化了深奥的数学理论，强化了几何说明，结构简练、合理。每章都有本章小结、复习题和自测题。此外，本书还配有辅导教材《高等数学学习指导》（经管、文科类）。

本教材可供高等院校经管、文科类本科专业的学生学习使用，也可供高校教师和科技工作者使用。

本书电子教案读者可以到中国水利水电出版社网站或万水书苑免费下载，网址：http://www.waterpub.com.cn/softdown/或 http://www.wsbookshow.com。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学 : 经管、文科类. 上册 / 张翠莲主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2009

21世纪高等院校规划教材
ISBN 978-7-5084-6513-5

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①张… Ⅲ. ①高等数学－高等学校－教材 Ⅳ. ①013

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第161737号

策划编辑：雷顺加　责任编辑：杨元泓　加工编辑：杨谷　封面设计：李佳

书　名	21世纪高等院校规划教材 高等数学（经管、文科类）（上册）
作　者	主　编　张翠莲 副主编　牛　莉　翟秀娜
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：（010）68367658（营销中心）、82562819（万水）
经　售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　版	北京万水电子信息有限公司
印　刷	北京市天竺颖华印刷厂
规　格	170mm×227mm　16开本　总27.75印张　总567千字
版　次	2009年8月第1版　2009年8月第1次印刷
印　数	0001—4000册
总定价	39.80元（上册、下册）

前　　言

我国的高等教育正在快速发展，教材建设也要与之适应，特别是随着教育部关于“高等教育面向21世纪内容与课程改革”计划的实施，对教材建设提出了新的要求。本书就是为了适应高等教育的快速发展，满足教学改革和课程建设的需求，体现经管、文科类高等教学教育教学的特点而编写。

本书是编者依据教育部颁布的《高等数学课程教学基本要求》（经管、文科类），根据多年的教学实践，按照新形势下教材改革的趋势编写。全书贯彻“掌握概念、强化应用”的教学原则，加强数学思想和数学概念与经济生活等实际问题的结合，强化利用数学方法求解数学模型，注重学生理解基本概念，掌握基本方法，了解高等数学在经济中的应用；精心选择了教材的内容，从实际应用的需要（实例）出发，淡化了深奥的数学理论，强化了几何说明。每章都配有有学习目标、学习重点、大量的例题和习题、小结、复习题、自测题等，便于学生总结学习内容和学习方法，巩固所学知识。

本书分上、下两册。上册包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用，书后附有积分表，习题答案与提示。本书可作为高等院校经管、文科类专业学生的高等数学教材。打*号的内容可根据不同专业选学。

为了配合我国高等教育从精英教育向大众化教育转变的趋势，以及现代化教育技术手段在教学中广泛应用的现状，我们对这套教材进行了立体化设计，将尽快推出与教材配套的典型例题分析与习题，希望能更好地满足高校教师课堂教学和学生自主学习及考研的需要，对教和学起到良好的作用。

本书由张翠莲任主编，牛莉、翟秀娜任副主编，其中翟秀娜编写第1章、第2章、第6章；张翠莲编写第3章、第4章、第8章、第10章及书后附录Ⅰ；牛莉编写第5章、第7章、第9章。另外，何春江、张文治、毕雅军、曾大有、张钦礼、岳雅璠、王晓威、邓凤茹、张钦礼、张京轩、赵艳、郭照庄、毕晓华、霍东升、江志超等同志也参加了本书编写的讨论工作。

在本书的编写过程中，编者参考了很多相关的书籍和资料，采用了一些相关内容，汲取了很多同仁的宝贵经验，在此谨表谢意。

由于时间的仓促及作者水平所限，书中错误和不足之处在所难免，恳请广大读者批评指正，我们将不胜感激。

为了便于教师教学和学生学习，本书电子教案读者可以到中国水利水电出版社网站或万水书苑免费下载，网址：http://www.waterpub.com.cn/softdown/或http://www.wsbookshow.com。也可以与作者联系来获取更多相关的教学资源，作者的E-mail：clzgin@qq.com。

编　者

2009年5月

目　　录

第 1 章　函数、极限与连续

本章学习目标

- 理解函数的概念和基本性质
- 了解分段函数、基本初等函数、初等函数的概念
- 了解反函数、复合函数的概念，会分析复合函数的复合结构
- 了解极限的描述性定义
- 掌握极限的运算法则
- 会用两个重要极限求极限
- 了解无穷大、无穷小的概念及相互关系和性质
- 理解函数连续的定义及其性质

1.1　预备知识

1.1.1　集合的概念

1. 集合

"集合"是数学中一个重要的概念，在现代数学中起着非常重要的作用.

我们常常研究某些事物组成的集体，例如一班学生、一批产品、全体正整数等，这些事物组成的集体都是集合（有时简称集）.

一般说来，集合是具有某种属性的事物的全体，或是一些确定对象的汇总，构成集合的事物或对象称为集合的元素.

下面举几个集合的例子：

例 1.1.1　$3x^2-5x+6=0$ 的根.

例 1.1.2　全体偶数.

例 1.1.3　直线 $x+y-1=0$ 上所有的点.

由有限个元素构成的集合，称为有限集合，如例 1.1.1；由无限个元素构成的集合，称为无限集合，如例 1.1.2 和例 1.1.3.

通常，我们用大写字母 A、B、C……等表示集合，用小写字母 a、b、c……等表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，则记作 $a\in A$，读作 a 属于 A 或 a 在 A 中；如果 a 不是集合 A 的元素，则记作 $a\notin A$，读作 a 不属于 A 或 a 不在 A 中.

例如，如果用 Q 表示全体有理数的集合，则 $\frac{3}{5}\in Q$，$\sqrt{2}\notin Q$.

我们这里讲的集合，具有确定性的特征，即对于某一个元素是否属于某个集合是确定的，“是”或者“不是”二者必居其一.

2. 集合的表示法

（1）列举法：按任意顺序列出集合的所有元素，并用花括号$\{\ \}$括起来.

例 1.1.4 由a,b,c,d四个元素组成的集合A，可表示为 $A=\{a,b,c,d\}$.

例 1.1.5 由$x^2-5x+6=0$的根所构成的集合A，可表示为 $A=\{2,3\}$.

用列举法表示集合时，必须列出集合的所有元素，不能遗漏和重复.

（2）描述法：设$P(a)$为某个与a有关的条件或法则，A为满足$P(a)$的一切a构成的集合，则记为$A=\{a|P(a)\}$.

例 1.1.6 设A为$x^2-5x+6=0$的根所构成的集合,可表示为$A=\{x|x^2-5x+6=0\}$.

例 1.1.7 设A为全体偶数的集合，可表示为 $A=\{x|x=2n,n\text{为整数}\}$.

3. 全集与空集

由所研究的所有事物构成的集合称为全集，记为U. 全集是相对的，一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就可能不是全集. 例如，讨论的问题仅限于正整数时，则全体正整数的集合为全集；讨论的问题包括正整数和负整数时，则全体正整数的集合就不是全集. 又如，要检查某工厂产品的优劣，则全厂产品为全集；如果只检查某车间，则该车间产品为全集.

不包括任何元素的集合称为空集，记作$\varnothing$.

例 1.1.8 $x^2+1=0$的实数根构成的集合为空集.

例 1.1.9 平面上两条平行线的交点构成的集合为空集.

注意：$\{0\}$及$\{\varnothing\}$都不是空集，前者只含有元素“0”，后者以空集“$\varnothing$”为其元素.

4. 子集

定义 1.1.1 如果集合A的每一个元素都是集合B的元素，即“如果$a\in A$，则$a\in B$”，则称A为B的子集. 记为$A\subset B$或$B\supset A$，读作A包含于B或B包含A.

例 1.1.10 设N表示全体自然数的集合，Q表示全体有理数的集合，则有$N\subset Q$.

定义 1.1.2 设有集合A和B，如果$A\subset B$且$B\subset A$，则称A与B相等，记作$A=B$.

例 1.1.11 设$A=\{x|1<x<4,x\in z\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，则$A=B$.

关于子集有以下结论：

（1）$A\subset A$，即“集合A是其自己的子集”.

（2）对任意集合A，有$\varnothing\subset A$，即“空集是任何集合的子集”.

（3）如果 $A\subset B$， $B\subset C$，则 $A\subset C$，即“集合的包含关系有传递性”.

5. 集合的运算

下面给出集合运算的定义.

定义 1.1.3 设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的并，记为 $A\cup B$，即

$$A\cup B=\{x|x\in A\text{或}x\in B\}$$

集合的并有下列性质：

（1） $A\subset A\cup B, B\subset A\cup B$.

（2）对任何集合 A，有 $A\cup\varnothing=A$， $A\cup U=U$， $A\cup A=A$.

定义 1.1.4 设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合，称为 A 与 B 的交，记为 $A\cap B$，即

$$A\cap B=\{x|x\in A\text{且}x\in B\}$$

集合的交有下列性质：

（1） $A\cap B\subset A, A\cap B\subset B$.

（2）对任何集合 A，有 $A\cap\varnothing=\varnothing$， $A\cap U=A$， $A\cap A=A$.

例 1.1.12 设 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$， $B=\{x|x>0\}$，则

$$A\cup B=\{x|x\geqslant -1\}，\quad A\cap B=\{x|0<x\leqslant 1\}.$$

例 1.1.13 如果 A 为奇数集合， B 为偶数集合，则

$A\cup B=\{x|x\text{为奇数或偶数}\}$， $A\cap B=\varnothing$.

如果 $A\cap B=\varnothing$，则称 A、B 是分离的.

定义 1.1.5 设有集合 A 和 B，属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的差，记为 $A-B$，即

$$A-B=\{x|x\in A\text{且}x\notin B\}$$

例 1.1.14 如果 $A=\{1,2,3,4\}$， $B=\{1,3,5,7\}$，则 $A-B=\{2,4\}$.

定义 1.1.6 全集 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 A 的补集，记为 A'，即

$$A'=\{x|x\in U\text{且}x\notin A\}$$

补集有下列性质：

$$A\cup A'=U, A\cap A'=\varnothing.$$

6. 集合运算律

（1）交换律： $A\cup B=B\cup A$， $A\cap B=B\cap A$.

（2）结合律： $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$， $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

（3）分配律： $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$， $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$.

（4）摩根律： $(A\cup B)'=A'\cap B'$， $(A\cap B)'=A'\cup B'$.

7. 集合的笛卡尔乘积

集合的元素是不涉及顺序问题的，例如$\{a,b\}$与$\{b,a\}$是指同一个集合．但有时需要研究元素必须按某种规定顺序排列的问题．

将两元素x和y按前后顺序排列的元素组(x,y)称为有序元素组．(x,y)与(y,x)是两个不同的有序元素组．

对于有序元素组(x_1,y_1)和(x_2,y_2)，当且仅当$x_1=x_2$且$y_1=y_2$时，才称(x_1,y_1)和(x_2,y_2)是相等的．

由两个元素组成的有序数组(x_1,x_2)称为二元有序数组，由三个元素组成的有序数组(x_1,x_2,x_3)称为三元有序数组，$\cdots$，由n个元素组成的有序数组$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$称为n元有序数组．

定义 1.1.7 设有集合A和B，$x\in A$，$y\in B$，所有二元有序数组(x,y)构成的集合，称为集合A与B的笛卡尔乘积，记为$A\times B$，即$A\times B=\{(x,y)|x\in A,y\in B\}$．

例 1.1.15 设$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3\}$，则

$$A\times B=\{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,2),(4,3)\}.$$

例 1.1.16 设R为全体实数的集合．则笛卡尔直角坐标系平面可记为

$$R\times R=\{(x,y)|x\in R,y\in R\}.$$

例 1.1.17 设$A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\},B=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，则

$$A\times B=\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 2,\quad 0\leqslant y\leqslant 1\}.$$

1.1.2 实数集

1. 实数与数轴

人们对数的认识是逐步发展的，先是自然数，继而发展到有理数（即正负整数、正负分数及 0），再进一步就发展到无理数（例如$\sqrt{2}$、π等都是无理数）．有理数可以表示为$\dfrac{p}{q}$，无理数不能表示为$\dfrac{p}{q}$，其中p、q都是整数，且$q\neq 0$．

分数可以用有穷小数或无穷循环小数表示；反之，有穷小数或无穷循环小数亦可用分数表示．

因此，有理数可以表示为有穷小数或无穷循环小数，而无理数为无穷不循环小数．

设有一条水平直线，在这条直线上取定一点O，称为原点，规定一个正方向（习惯上规定由原点向右的方向为正方向），再规定一个长度，称为单位长度．这种具有原点、正方向和单位长度的直线称为数轴．

任何一个有理数$\dfrac{p}{q}$，都可以在数轴上找到一个点与之对应，使得由原点到这

点的长度与单位长度之比等于$\left|\frac{p}{q}\right|$. 这样得到的点称为有理点，它是有理数$\frac{p}{q}$的几何表示，而$\frac{p}{q}$称为有理点的坐标. 反之，数轴上任何一个有理点必对应于一个有理数.

任给两个有理数a,b（$a<b$），在a,b之间至少可以找到一个有理数c，使得$a<c<b$，例如$c=\frac{a+b}{2}$. 同样地，在a,c之间也至少可以找到一个有理数d使$a<d<c$. 以此类推，可知不论有理数a、b相差多么小，在a、b之间总可以找到无穷多个有理数，这就是有理数的稠密性. 因为任何一个有理数必和数轴上的一个有理点相对应，因此数轴上任意两个有理点之间总可找到无穷多个有理点，即有理点在数轴上是稠密的.

虽然有理点在数轴上处处稠密，但是有理点尚未充满数轴. 例如边长为一个长度单位的正方形，其对角线的长度为$\sqrt{2}$个长度单位，可以证明$\sqrt{2}$不是有理数，因此数轴上坐标为$\sqrt{2}$的点不是有理点. 这种点也有无穷多个，而且在数轴上也是处处稠密的. 例如，坐标为$\sqrt{2}+1$, $\sqrt{2}+0.1$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{7}$, π等的点都不是有理点. 因此，数轴上除有理点之外还有无穷多个“空隙”，这些空隙处的点称为无理点，与无理点相对应的数称为无理数.

有理数与无理数统称为实数. 实数充满数轴而且没有空隙，这就是实数的连续性. 由此可知，每一个实数必是数轴上某一个点的坐标；反之，数轴上每一点的坐标必是一个实数，这就是说全体实数与数轴上的全体点形成一一对应的关系. 今后我们所研究的数都是实数，为了简单起见，常常将实数和数轴上与它对应的点不加区别，用相同的符号表示，如点a和实数a是相同的意思.

2. 绝对值

在研究一些问题时，我们常常要用到实数绝对值的概念. 下面介绍一下实数绝对值的定义及性质.

定义 1.1.8 一个实数x的绝对值，记为$|x|$，定义为 $|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0; \\ -x, & x<0. \end{cases}$

$|x|$的几何意义：$|x|$表示数轴上点x（不论x在原点左边还是右边）与原点之间的距离.

绝对值及其运算有下列性质：

（1）$|x|=\sqrt{x^2}$；　（2）$|x|\geqslant 0$；

（3）$|x|=|-x|$；　（4）$-|x|\leqslant x\leqslant |x|$；

（5）如果$a>0$，则 $\{x \mid |x|<a\}=\{x \mid -a<x<a\}$；

（6）如果$b>0$，则 $\{x \mid |x|>b\}=\{x \mid x<-b\}\cup\{x \mid x>b\}$；

（7）$|x+y| \leqslant |x|+|y|$；（8）$|x-y| \geqslant |x|-|y|$；

（9）$|xy| = |x| \cdot |y|$；（10）$\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$, $y \neq 0$.

3. 区间

设 a，b 为实数，且 $a<b$，则有：

（1）满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为端点的开区间，记作 (a,b)，即 $(a,b)=\{x \mid a<x<b\}$.

（2）满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为端点的闭区间，记作 $[a,b]$，即 $[a,b]=\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$.

（3）满足不等式 $a \leqslant x < b$（或 $a < x \leqslant b$）的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为端点的半开区间，记作 $[a,b)$（或 $(a,b]$），即 $[a,b)=\{x \mid a \leqslant x < b\}$，$(a,b]=\{x \mid a < x \leqslant b\}$.

以上三类区间为有限区间．有限区间右端点 b 与左端点 a 的差 $b-a$ 称为区间的长．

还有下面几类无限区间：

（4）$(a,+\infty)=\{x \mid a<x\}$，$[a,+\infty)=\{x \mid a \leqslant x\}$.

（5）$(-\infty,b)=\{x \mid x<b\}$，$(-\infty,b]=\{x \mid x \leqslant b\}$.

（6）$(-\infty,+\infty)=\{x \mid -\infty<x<+\infty\}$，即全体实数的集合．

4. 邻域

由绝对值的性质（5）可知，实数集合 $\{x \mid |x-x_0|<\delta, \delta>0\}$ 在数轴上是一个以点 x_0 为中心、长度为 2δ 的开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$，称为点 x_0 的 δ 邻域．x_0 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径．

例如 $|x-5|<\dfrac{1}{2}$，是以点 $x_0=5$ 为中心，以 $\dfrac{1}{2}$ 为半径的邻域，也就是开区间 $(4.5,5.5)$.

在微积分中还常常用到集合 $\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta, \delta>0\}$，这是在点 x_0 的 δ 邻域内去掉点 x_0，其余的点所组成的集合，即集合 $(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$，称为以 x_0 为中心，半径为 δ 的去心邻域．

例如 $0<|x-1|<2$，是以点 $x_0=1$ 为中心，半径为 2 的去心邻域 $(-1,1)\cup(1,3)$.

习题 1.1

1．用集合的描述法表示下列集合：

（1）大于 5 的所有实数集合；

（2）圆 $x^2+y^2=25$ 内部（不包括圆周）一切点的集合；

（3）抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合．

2．如果 $A=\{x|3<x<5\}$，$B=\{x|x>4\}$，求（1）$A\cup B$；(2) $A\cap B$；(3) $A-B$．

3．用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合：

（1）$|x|\leqslant 3$；　（2）$|x-2|\leqslant 1$；　（3）$|x-a|<\varepsilon$（a 为常数，$\varepsilon>0$）；

（4）$|x|>5$；　（5）$|x+1|>2$．

4．用区间表示下列点集，并在数轴上表示出来：

（1）$I_1=\{x||x+3|<2\}$；　（2）$I_2=\{x|1<|x-2|<3\}$．

1.2 函数

1.2.1 函数的概念

在自然现象或科学实验等过程中，经常会遇到两种不同的量：一种量在过程中不发生变化而保持一定的数值，这种量称为常量；另一种量在过程中可以取不同的数值，这种量称为变量．通常用字母 a,b,c 等表示常量，用字母 x,y,z 等表示变量．

定义 1.2.1 设 x,y 是两个变量，D 是一个给定的数集．如果有一个对应法则 f，使得对于每一个数值 $x\in D$，变量 y 都有唯一确定的数值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数，记为

$$y=f(x),\quad x\in D,$$

其中 x 称为自变量，y 称为因变量．集合 D 称为函数的定义域，记为 D_{f}．x 取数值 $x_0\in D_{\mathrm{f}}$ 时，与 x_0 对应的数值 y 称为函数 $y=f(x)$在 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$，此时称函数 $y=f(x)$ 在 x_0 点处有定义．函数的定义域是指使函数有定义的点的集合．函数值组成的数集称为函数的值域，记为 Z_{f}．

函数的定义域 D_{f} 和对应法则 f 是函数的两个主要要素，如果两个函数具有相同的定义域和对应法则，则它们是相同的函数．

例 1.2.1 圆的面积 S 与半径 r 之间的关系由 $S=\pi r^2$ 表示，这里 S 与 r 都是变量，当半径 r 变化时，圆的面积 S 作相应的变化．

例 1.2.2 某自动记录仪记录的某电容放电的电容情况，为如图 1.1 所示的曲线．根据这条曲线，就能知道某电容随时间 t 的变化情况．

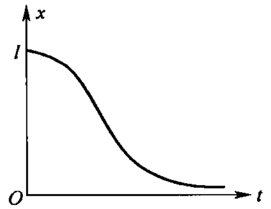

图 1.1

例 1.2.3 某化肥厂上半年生产的化肥产量如表 1.1 所示，这里的时间 T 和产量 Q 之间是两个相互依赖的变量．表中给出了 T 与 Q 之间的依赖关系．

表 1.1

T（月）	1	2	3	4	5	6
Q（吨）	890	1045	1215	1054	980	798

以上三例的实际意义虽不相同，但却具有共同之处：每个例子所描述的变化过程都有两个变量，当其中一个变量在一定的变化范围内取定一数值时，按照某个确定的法则，另一个变量有唯一确定的数值与之对应．变量之间的这种对应关系就是函数概念的实质．

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D_f，对于取定的 $x\in D_f$，对应的函数值为 y，以 x 为横坐标，y 为纵坐标，在 xOy 面上确定一点（x,y），当 x 取遍 D_f 上的每一个数值时，就得到 xOy 面上的点集 $\{(x,y)\,|\,y=f(x),x\in D_f\}$，称之为定义在 D_f 上的函数 $y=f(x)$ 的图形．

1.2.2　函数的表示法

常用的表示函数的方法有以下三种：

（1）表格法　把自变量的一系列值与对应的函数值列成表格，例如平方表、立方表、常用对数表、三角函数表等．

（2）图示法　在平面直角坐标系中，将自变量 x 和因变量 y 之间的对应法则用图像表示出来．图示法的优点是简明直观，缺点是不便于理论上的分析和研究，如例 1.2.2．

（3）公式法（解析法）　用一个或几个数学式子来表示自变量 x 和因变量 y 之间的对应法则的方法，如例 1.2.1．今后我们所讨论的函数，大多数是用公式法表示的．

用公式法表示函数时，若对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 有且只有一个值与之对应，则称 y 是 x 的单值函数．例如，指数函数 $y=2^x$，对数函数 $y=\lg x$ 等都是单值函数；若对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 有多于一个的值与之对应，则称 y 是 x 的多值函数．例如 $y^2=x$ 便是多值函数．

在实际问题中，用公式法表示函数时，会遇到一个函数在其定义域的不同范围内用不同的数学式子来表示，用这种形式表示的函数称为分段函数．

如符号函数，$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$

就是一个分段函数,它的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，如图 1.2 所示．

例 1.2.4　求下列函数的定义域：