

世界数学名题趣谈

北方妇女儿童出版社

世界数学名题趣谈

(少年篇)

李继学

北方妇女儿童出版社

内 容 提 要

亲爱的小读者，你想成为学校中学习的尖子吗？你想提高自己的分析能力、运算能力和解题能力吗？请读《世界数学名题趣谈》。这本书搜集了世界数学史上和当前世界上著名的典型的数学题目二百余个，以有趣的故事、通俗的语言、巧妙的解法、谈心的方式介绍出来。使你愉快地学习数学，开拓思路，活跃思想，提高你解题的技能技巧，培育你的逻辑思维能力，打开你的智力宝库，从而为你以后的成才奠定了坚实的基础。

写在前面

少年朋友们：

你们都知道：数学是一门基础科学，是了解自然和征服自然的有力武器。世界上任何一门自然科学、社会科学以及各种各样的社会生活都离不开它。可以说：它是无处不有，无处不在的。学习好数学，就给你以后学习各门科学，参加各种工作，攀登科学高峰打下了坚实的基础。反之，那就不会达到这样的目的。

但是，有些少年朋友，认为数学艰深，因此望而生畏，止步不前；有些少年朋友认为：数学枯燥，没有兴味，不爱涉猎。其实这是大错特错的，数学并不艰深，只要你钻研下去，路就会越走越宽；数学更不枯燥，而是趣在其中，兴味无穷。这本书搜罗了世界数学史上和当前世界上著名的有典型意义的名题二百余个，通过有趣的故事，通俗的语言，巧妙的解法，谈心的方式介绍出来。使你们于愉快中学习数学，提高运算能力，增加解题技巧。本书虽然是为少年朋友写的，但书中的内容也涉及了一些较高深的近代的数学知识，可是编者在阐述这些原理和求解这些题目时，却又是你们所能理解的。这不仅能增加你们的知识，而且能开拓你们的思路，活跃你们的思想，打开你们的智力宝库，从而为成才创造了条件。编者相信，你们读了这本书，一定会唤起你

们学习数学的兴趣,增强你们学习好数学的信心,取得良好的成绩,甚至成为学校中学习数学的尖子。

本书在编写过程中参考了有关书刊和资料,谨向这些作者致以谢意。由于编者水平有限,书中定会有许多缺点和错误,欢迎大家批评指正。

李继学

目 录

杨损考吏与盈亏问题.....	1
鸡兔同笼问题的妙算.....	4
巧妙的还原算.....	7
百羊与百人问题.....	10
刁番都的名题和墓志铭.....	13
我国古算书上的比例问题.....	16
狗跑与兔跳.....	19
韩信暗点兵.....	21
巴比伦人巧分银子.....	24
有趣的驴子驮物问题.....	27
奇妙的2520.....	30
有趣的分数除法运算.....	32
奇妙的分配问题.....	34
雪克巧分马.....	37
文学家的妙算.....	40
埃及分数和的表示法.....	43
钟声的算题.....	47
无法实现的赏赐.....	50
掷不完的金片.....	53
欧拉设计的砝码.....	55

数图之谜.....	57
斐波纳奇的兔算.....	59
老鼠繁殖的数学.....	62
用筛子筛数.....	65
判断尾数是几的秘密.....	68
泰勒斯和大禹.....	70
世界上证法最多的定理.....	73
伊拉托斯尼斯的发现.....	76
最具有艺术美的点.....	79
圆周和直径的比值是多少.....	82
巴霍姆买地的问题.....	85
蒂多公主解决的难题.....	88
意想不到的答案.....	91
“迷达路”的数学原理.....	95
有关2的趣题.....	98
有趣的化圆为方问题.....	101
家庭教师的怪题.....	104
大小树叶的学问.....	107
从祖暅谈起.....	111
阿基米德的墓志图.....	114
球形的妙用.....	117
乌鸦喝水的数学.....	120
蜘蛛、巨蜥和鸽子.....	123
韩信与波瓦松.....	127
贾宪和帕斯卡.....	129
杨辉的纵横图.....	133
藏盗的算题.....	138

继子立问题	141
米勒的机智	144
切饼与切西瓜	147
刘卡的趣味算题	151
巧渡大河	154
问路的逻辑推理	157
猜球与找村	160
《易经》、莱布尼兹与二进制	164
巧猜年龄的秘密	167
七座桥的问题	171
有趣的四色证明	174
奇特的修路问题	177
莫比乌斯圈	180
沈括的神算	184
无法执行的腓特烈大帝的命令	187
寻找最佳方案	190
头发、游鱼与数学	194
公安人员的机智	197
一种有趣的预测	201
寺院的佛徒	203
希尔伯特的演讲	206
模糊数学并不模糊	210
角谷猜想	213
卡布列克运算	216

杨损考吏与盈亏问题

我国的一部古书《唐阙史》里记载了这么一件事。唐代有位尚书官叫杨损，有学问，会算学，还能任人唯贤。一次，朝廷要在两个小官吏中提拔一个做大官，因为这两个人情况不相上下，所以负责提升工作的官吏感到很为难，便去请示杨损。杨损略加考虑便说：“一个官员应该具备的一大技能就是会速算，让我出题考考他们。谁算得快，就提升谁。”两个小官吏被召来后，杨损出了一题：

“有人在林中散步，无意中听到几个强盗在商讨如何分赃。他们说，如果每人分6匹布，则余5匹；每人分7匹布，则少8匹。试问共有几个强盗？几匹布？”

听过题目后，一个小吏很快就算出了答数，13个强盗，83匹布。他被提升了。那个没有得到提升的小吏也很服气。

这类问题就是我国数学史上有名的盈亏问题。它的算术解法是：

$$(8 + 5) \div (7 - 6) = 13 \text{ (强盗人数)}$$

$$13 \times 6 + 5 = 83 \text{ (布匹数)}$$

列出的公式是：(盈 + 亏) ÷ 分差 = 人数 (单位数)

(两盈两亏时则相减被分差除)

人数 $\times$ 某次分的数 + 盈 = 物数。或

人数 $\times$ 某次分的数 - 不足 = 物数。

在中国隋唐时代，颇为流行的一部算书《孙子算经》上，有许多这类问题，并且用一组更为巧妙的公式来演算。好在小朋友们都在四、五年级学过简单的用文字代替数字的演算，那么我就把《孙子算经》的公式介绍一下。

这类盈亏问题的特点是： x 人共出 y 钱购物，或 x 人去分 y 物。已知每人分 a 个则盈 b 个，每人分 a' 个则不足 b' 个，求 x 、 y 。

我们在解上题时，已介绍了盈亏问题求人数的公式，那么用文字去替代，自然就成了

$$x = \frac{b \text{ (不足)} + b' \text{ (盈)}}{a' \text{ (第二次分)} - a \text{ (第一次分)}} \dots\dots (1)$$

同时《孙子算经》还推导出另一个公式是：

$$z = \frac{a' b + a b'}{b' + b} \dots\dots (2)$$

掌握了这个公式，就可以算《孙子算经》中的许多题目了。

《孙子算经》中有这样一题：“今有百鹿进城，每家取一鹿，不尽，又三家合取一鹿，恰尽。问城中有家多少？”

乍一看来，这题不是盈亏问题，但我们可以用任意假定法化为盈亏问题。我们先任意假定城中有72家，则应有鹿 $1 \times$

$72 + 72 \times \frac{1}{3} = 96$ (头) 照题中盈4，再假定有90家，则应

有鹿 $1 \times 90 + 90 \times \frac{1}{3} = 120$ ，照题中少20。于是可把原题

改为：有家72则鹿盈4，有家90则鹿不足20，问有多少人

家，鹿恰好分尽？

用公式②去算

$$\frac{72 + 20 + 90 \times 4}{4 + 20} = 75$$

答：城中有家75。正符合原书答案。

假定你假设的家数不是这些而是别的数，如假定69家则盈8，84家则不足12，照公式去算，结果也是一样。

我国隋唐时代另一部算书《张邱建算经》上，有这样一题：今有雀一隻重33铢、燕一隻29铢。有雀燕二十五只，并重781铢，问雀燕各几只。

请您用百鹿的算法去算，它的答数应该是雀14只，燕11只。

$$\frac{781}{25} = 7.81 \times 4 = 31.24$$

鸡兔同笼问题的妙算

小朋友们都知道，一般的动物都有一个头，或有两足，或有四只足，甚至有八只足。假如这些不同的动物放在一起，告诉了你总头数和总足数，您怎样去求哪一种动物是多少呢？这类问题，就是中国古代著名的鸡兔同笼问题，日本的龟鹤问题。在我国唐代流行的一部算书《孙子算经》中，就有这样有趣的题目：

“今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四只足，问鸡兔各多少？”

原书的解法比较艰深，大体上是应用了二元一次方程式。但后来元代的《丁巨算法》一书中，却提出了一种通俗的算术解法。这种解法的要点是应用假设法求解。假定，全笼子里的动物都是兔，那么总足数就该是 $35 \times 4 = 140$ ，比题目中总足数多 $140 - 94 = 46$ 。用一只鸡去换一只兔，总足数就少 2，46 被 2 一除，便得出了鸡数是 23，兔的头数自然是 12 了。

归纳出的公式为：

$$(\text{总头数} \times 4 - \text{总足数}) \div (4 - 2) = \text{鸡数}。$$

$$(\text{总足数} - \text{总头数} \times 2) \div (4 - 2) = \text{兔数}。$$

中国的这种鸡兔同笼问题，后来传到了日本。日本江户时代出版的《算法童子问》一书中，就载有许多类似这样的题目。

“院子里有狗，厨房菜墩上有章鱼。狗和章鱼的总头数是14，总足数是96，问狗和章鱼各是多少？”

当然章鱼是8只足，狗是4只足。运用公式就可算出：

$$(14 \times 8 - 96) \div (8 - 4) = 4 \text{ (狗)}$$

$$14 - 4 = 10 \text{ (尾)} \dots\dots \text{章鱼}$$

这种算题和算法，在中国古代的民间广为流传，甚至被誉为了不起的妙算。以致清代小说家李汝珍，竟把它写到自己的小说《镜花缘》中。书中写了一个才女米兰芬计算灯球的故事。有一次米兰芬到了一个阔人家，主人让她计算一下楼下大厅里五彩缤纷、高低错落、宛若群星的大小灯球。主人告诉她：楼下的灯分两种：一种是灯下一个大球，下缀两个小球；另一种是灯下一个大球，下缀四个小球。请她算一算两种灯各有多少盏。米兰芬想了想，让主人查查楼下的大小灯球共是多少。主人告诉她：“楼下大灯球共360个，小灯球1200个。于是米兰芬立即想到：大灯球当是头，小灯球当是足。一个大灯球下缀两个小灯球当是鸡，一个大灯球下缀四个小灯球当是兔。于是算到：

$$(360 \times 4 - 1200) \div (4 - 2) = 240 \div 2$$

$$= 120 \text{ (一大二小灯的盏数)}$$

$$360 - 120 = 240 \text{ (一大四小灯的盏数)}$$

主人听到了米兰芬的答数，连称：“才女！才女！名不虚传！”

也许有人要说，这种鸡兔同笼的算题，纯属一种数学游戏，没有什么实际意义吧？其实不是的，它在现实中也是有

意义的。如：一位会计到商店去买帐本。他带去了两掣子人民币，一掣子是伍角的，一掣子是贰角的。他回来时只知道花了3元4角钱，付出纸币11张，究竟付出几张伍角的人民币、几张贰角的人民币记不清了，怎样算出来呢？

学会了鸡兔同笼的算法，便毫不费力地可以算出：

假定付出的全是贰角的人民币：

$$(3.40 - 0.20 \times 11) \div (0.05 - 0.20) = 1.20 \div 0.30 \\ = 4 \text{ (张) (伍角人民币的张数)}$$

$$11 - 4 = 7 \text{ (张) (贰角人民币的张数)}$$

小朋友，你们也可以根据现实生活中的实际情形，找出这样一些题目，算算看。

巧妙的还原算

古代的印度数学是很发达的。特别是在五世纪到十二世纪之间，出现了阿利耶毗陀、婆罗摩及多、利耶毗陀等著名的数学家，对数学的发展做了很大的贡献。在他们的著作里，有着许多机智而又有趣的数学题目，后来经过阿拉伯人传到欧洲，被人们称誉为“印度问题”。其中有这样一道题：

有个农民到街上去卖鸡蛋。第一个人买去了全部鸡蛋的一半还多1个。第二个人买去了剩下的一半还多1个。第三个人也是买去了剩下的一半还多1个。这时数数筐里的鸡蛋正好剩下10个。问这个农夫当初拿了多少个鸡蛋。

显然这是一个还原的算题。这类题目用推理的办法或四则应用题的算法比较简单，用代数方法去算反而十分复杂。怎么算呢？从题目中给出的结果逆推算，加变减、减变加、乘变除、除变乘就会得出结果的。

依题意：

$$10 + 1 = 11 \text{ (个)} \cdots \cdots \text{最后的半份}$$

$$11 \times 2 = 22 \text{ (个)}$$

$$22 + 1 = 23 \text{ (个)} \cdots \cdots \text{第二次的半份}$$

$$23 \times 2 = 46 \text{ (个)}$$

$46 + 1 = 47$ (个) ……最初的半份

$47 \times 2 = 94$ (个) ……鸡蛋的原数。

列出综合算式:

$$\bullet \{ [(10 + 1) \times 2 + 1] \times 2 + 1 \} \times 2 = 94 \text{ (个)}$$

或

$$\{ [(10 + 1) \div \frac{1}{2} + 1] + \frac{1}{2} + 1 \} + \frac{1}{2}$$

$$= 94 \text{ (个)}$$

农民当初拿的鸡蛋是94个。

象这类还原算题，世界上各个民族各个国家都有。我国宋元时期著名数学家朱世杰在所著的《四元玉鉴》一书中就有这样的算题。原题是用诗写的，后来有人为了使题意更清楚，将它改编成一首通俗的算题歌谣：

李白无事街上走，

三遇店和花，

提壶去买酒。

喝光壶中酒。

遇店加一倍，

试问壶中原有多少酒？

见花喝一斗。

(斗：古人量酒器，相当一杯)

这题的意思是：李白的壶中原来就盛有酒，先遇一个酒店，便买了酒，将壶中的酒增加一倍。接着李白看到了花，见花生情，便喝去了一斗酒。如此三次，壶中的酒喝光。你说李白壶中原有多少酒？

应该怎样思考呢？三遇店和花，喝光壶中酒，所以第三次见花前，壶内只有一斗酒，而遇店前壶内只应有 $\frac{1}{2}$ 斗酒。依此类推，第二次见花前，壶内有酒 $(\frac{1}{2} + 1)$ 斗，第二次遇店前壶内有酒 $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} + 1)$ 斗。第一次遇店前壶内

有酒： $\frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + 1 \right) + 1 \right] = \frac{7}{8}$ 斗。即原壶内有

酒 $\frac{7}{8}$ 斗。用逆推理的方法列综合算式：

$$\left[(1 + 2 + 1) + 2 + 1 \right] \div 2 = \frac{7}{8} \text{ (斗)}$$

在俄罗斯民间也曾流传一个分苹果问题。苏联数学家杰普曼在他的《趣味的数学解题故事》一书中，就辑录了这道题。

妈妈把所有的苹果分给三个儿子。她把所有苹果的一半和半个苹果分给大儿子；把剩下的一半和半个苹果分给二儿子；把再剩下的一半和半个苹果分给三儿子。同时在分苹果时并没有切开任何一个苹果。试问妈妈原有多少个苹果？每个儿子得了多少苹果？

这道题我不去算了。我把答案告诉大家，同学们可以根据上面的道理，利用还原的思考方法，推算一下列出算式解答出来。看看你们的结果与答案是否相符。答案是：一共有7个苹果，大儿子分4个，二儿子分2个，三儿子分1个。