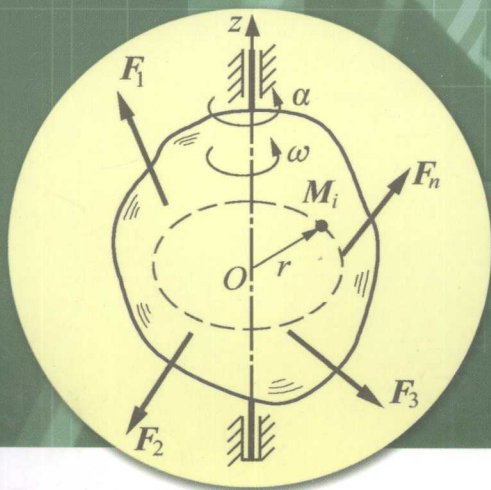


理论力学

THEORETICAL MECHANICS

程燕平 编

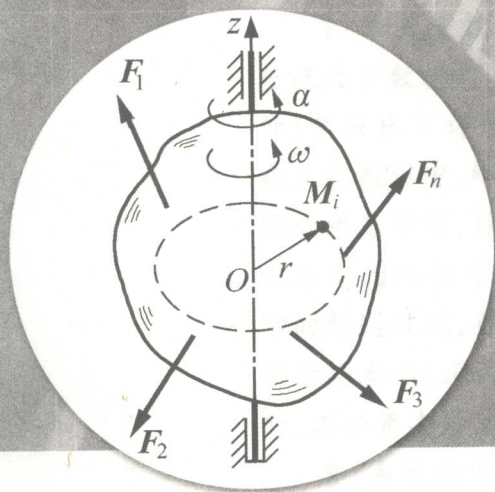


哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

理论力学

THEORETICAL MECHANICS

程燕平 编



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本教材重点面向一般高等院校和近几年由大专升格为本科(高职高专)的培养应用型人才的院校,涵盖了教育部非力学专业课程指导委员会制定的“工科多学时理论力学课程基本要求”的内容。

本书分静力学、运动学、动力学3个部分,主要内容有:静力学公理和物体的受力分析、汇交力系、力矩和力偶、平面任意力系、空间任意力系、摩擦、点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体的平面运动、质点动力学基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、动静法(达朗贝尔原理)、虚位移原理、机械振动基础。

本教材可作为一般高等院校机械、土建、交通、动力、水利、化工等专业的理论力学教材,同时也可作为高职高专、成人教育、夜大、函授大学、职工大学相应专业的理论力学教材,还可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/程燕平编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2008.7(2009.8重印)
ISBN 978-7-5603-2686-3

I .理… II .程… III .理论力学—高等学校—教材
IV .031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 053327 号

策划编辑 杜 燕
责任编辑 张 瑞
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451 - 86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开 本 787mm × 1092mm 1/16 印张 19.75 字数 480 千字
版 次 2008 年 7 月第 1 版 2009 年 8 月第 2 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-2686-3
印 数 3 001 ~ 6 000 册
定 价 34.80 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

理论力学是高等工科院校普遍开设的一门重要的技术基础课(许多高等院校将其列为硕士研究生入学考试科目),主要研究物体机械运动的一般规律及其在工程中的应用。理论力学知识的学习对后续课程的学习影响重大,是贯彻全面素质教育内涵的重要组成部分。

随着近几年大学扩招、社会对应用型人才需求增加等因素的影响,国内许多高等院校的教育模式从精英化教育向大众化教育转变,对高等教育提出了许多新的要求。为适应形势的这种转变,教材的重要性毋庸置疑。因此,在哈尔滨工业大学出版社的热心倡议和积极支持下,根据编者多年来以培养应用型人才为主所讲授的“理论力学”教学内容、课程体系等方面的改革实践和体会,编写了本书。

和大多数理论力学教材一样,本书仍分为静力学、运动学和动力学3部分,静力学主要内容有:静力学公理和物体的受力分析、汇交力系、力矩和力偶、平面任意力系、空间任意力系、摩擦;运动学主要内容有:点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体的平面运动;动力学主要内容有:质点动力学基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、动静法(达朗贝尔原理)、虚位移原理、机械振动基础。

本教材重点面向一般高等院校和近几年由大专升格为本科的培养应用型人才的高等院校。在编写中,综合考虑到一般院校学生的数学和物理基础、目前理论力学课程讲授学时的普遍减少、应用型人才的培养目标等因素,在满足工科院校多学时理论力学课程基本要求的框架下,在尽量减小内容难度,尽量具体、通俗、易理解地阐述问题等方面做了一些尝试和努力。全书尽量通过对正文由浅入深的讲解,通过对各种类型适量例题的分析、提示、讨论、解题技巧说明与求解,通过对各种类型适量习题的精心选编,使读者更容易掌握理论力学的基本概念、基本理论、基本方法与重点、难点。

本教材的编写宗旨、特点与一些具体做法,在后记中详细说明。

本教材在编写过程中,参考了许多优秀的教材(见参考文献),吸取了这些教材的许多长处,在此向这些教材的编者表示感谢。

由于编者水平有限,教材中的疏漏和不足之处在所难免,衷心希望读者批评指正。

编者

2008年5月于哈尔滨

目 录

绪论	1
静 力 学	
引言	3
第 1 章 静力学公理和物体的受力分析	4
1.1 静力学公理	4
1.2 约束和约束力	7
1.3 物体的受力分析和受力图	11
习题	14
第 2 章 汇交力系	16
2.1 汇交力系合成与平衡的几何法(图解法)	16
2.2 汇交力系合成与平衡的解析法(坐标法)	19
习题	24
第 3 章 力矩和力偶	27
3.1 力对点的矩和力对轴的矩	27
3.2 力偶 力偶矩 力偶的性质	32
3.3 力偶系的合成与平衡	36
习题	38
第 4 章 平面任意力系	42
4.1 平面任意力系向作用面内任意一点简化	42
4.2 平面任意力系的平衡条件和平衡方程	45
4.3 物体系的平衡 静定和超静定问题	48
习题	53
第 5 章 空间任意力系	60
5.1 空间任意力系向任意一点简化	60
5.2 空间任意力系的平衡条件和平衡方程	63
5.3 物体的重心	68
习题	73
第 6 章 摩擦	76
6.1 滑动摩擦	76
6.2 摩擦角和自锁现象	78
6.3 考虑滑动摩擦时物体的平衡问题	80
6.4 滚动摩擦阻	84
习题	87

运 动 学

引言	90
第 7 章 点的运动学	91
7.1 矢量(径)法	91
7.2 直角坐标法	92
7.3 弧坐标(自然)法	95
习题	101
第 8 章 刚体的简单运动	103
8.1 刚体的平行移动	103
8.2 刚体的定轴转动	105
8.3 定轴转动刚体内各点的速度和加速度	106
8.4 定轴轮系的传动比	108
8.5* 以矢量表示角速度和角加速度 以矢积表示点的速度和加速度	110
习题	111
第 9 章 点的合成运动	114
9.1 绝对运动 相对运动 牵连运动	114
9.2 点的速度合成定理	116
9.3 牵连运动是平移时点的加速度合成定理	119
9.4 牵连运动是转动时点的加速度合成定理	121
习题	126
第 10 章 刚体的平面运动	131
10.1 刚体平面运动的概述和运动分解	131
10.2 求平面图形内各点速度的基点法	134
10.3 求平面图形内各点速度的瞬心法	137
10.4 求平面图形内各点加速度的基点法	144
10.5 运动学综合应用	147
习题	153
运动学综合应用习题	156

动 力 学

引言	159
第 11 章 质点动力学基本方程	160
11.1 动力学基本定律	160
11.2 质点运动微分方程	161
11.3* 质点相对运动动力学基本方程	165
习题	166
第 12 章 动量定理	169
12.1 动量与冲量	169

12.2 动量定理	171
12.3 质心运动定理	175
习题	178
第 13 章 动量矩定理	181
13.1 质点和质点系的动量矩	181
13.2 动量矩定理	182
13.3 刚体绕定轴转动微分方程	185
13.4 刚体对轴的转动惯量	187
13.5* 质点系相对质心的动量矩定理	192
13.6* 刚体平面运动微分方程	193
习题	195
第 14 章 动能定理	200
14.1 质点和质点系的动能	200
14.2 力的功	202
14.3 动能定理	204
14.4 功率 功率方程 机械效率	210
14.5 普遍定理综合应用	211
习题	216
动力学综合应用习题	219
第 15 章 动静法(达朗贝尔原理)	222
15.1 质点和质点系的动静法	222
15.2 刚体惯性力系的简化	225
15.3 绕定轴转动刚体的轴承附加动约束力	230
习题	232
第 16 章 虚位移原理	235
16.1 约束 虚位移 虚功	235
16.2 虚位移原理	237
习题	244
第 17 章 机械振动基础	247
17.1 单自由度系统的无阻尼自由振动	248
17.2 单自由度系统的有阻尼自由振动	254
17.3 单自由度系统的无阻尼受迫振动	258
17.4 单自由度系统的有阻尼受迫振动	261
17.5 减振和隔振的概念	264
17.6 转子临界转速的概念	267
习题	268
习题答案与提示	273
主要参考文献	304
后记	306

绪 论

1. 理论力学课程的任务

理论力学课程的任务是什么？用一句话可以概括，理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

世界是由物质组成的，物体是由物质组成的肉眼可见的宏观实体，理论力学的研究对象是物体。世界处于永恒的运动中，哲学家一般把所有的运动分为五种形式：机械运动、物理运动、化学运动、生物运动和社会运动，前四种运动属于自然科学，后一种运动属于社会科学。理论力学研究的是物体的机械运动。何谓物体的机械运动？物体在空间的位置随时间的改变，称这种运动为物体的机械运动。那么，物体相对地面(或其他物体)静止，是不是物体的机械运动？这也是物体的机械运动，是物体机械运动的一种特殊形式。物体的机械运动是如此的普遍，以致哲学家把这种运动排在第一位，这也是人们最早认识和研究的运动。物体的机械运动具有很多的规律，由于课程学时和内容的限制，理论力学只研究物体机械运动的一般规律，对一些特殊的规律，如物体的机械振动、陀螺仪理论等，要做到相当透彻的了解，则应由相应的课程来研究。

从实际应用和研究问题方便的角度考虑，理论力学的内容一般分为三部分：静力学、运动学和动力学。

静力学——研究物体受力分析、力系的等效替换、建立各种力系平衡条件的科学。

运动学——研究物体机械运动几何性质(位移、轨迹、速度、加速度等)的科学。

动力学——研究物体机械运动几何性质与作用力之间关系的科学。

2. 理论力学的研究方法

任何一门科学由于研究对象的不同而有不同的方法，但其是有一些共性的。通过实践而发现真理，又通过实践而证实真理和发展真理，这是任何科学研究的必用方法，是科学发展的正确途径。理论力学也是这样，具体地说，就是从实践出发，对实际现象进行研究，经过抽象、综合、归纳，建立公理，再应用数学演绎和逻辑推理而得到定理和结论，形成理论体系，然后再通过实践来证实理论的正确性。

科学研究离不开抽象这种方法，理论力学也是这样。从实际观察到的情况和现象，往往是复杂多样的，在各种现象和情况中抓主要矛盾，抓起决定性作用的因素，抛开次要的、局部的、带偶然性的因素，这样才能从现象中抓住事物的本质，从而解决问题。例如，在研究物体的机械运动时，抛开物体的尺寸就得到点和质点的概念，抛开物体的变形就得到刚体的概念，抛开摩擦的作用就得到理想约束的概念，等等。点、质点、刚体、理想约束等都是抽象后的力学模型。再有，现在几乎所有理论力学教材里讲到的例题和习题，都是简化好和抽象好的力学模型。这些例题与习题，大部分都是从实际中来的，但这些例题和习题，与实际问题的多少还是有些区别的。当然，也并不是所有例题与习题都是从实际中来的，有一部分是从做练习、验证理论的角度出发而编造出来的。

3. 学习理论力学的目的和重要性

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学,哲学家把物体的机械运动排在世界(宇宙)所有运动的第一位,这本身就说明了理论力学课程的重要性。在实际工作中,在现实生活中,无论是从事机械工程的机械工程师、从事建筑工程的建筑工程师,还是从事航天航空工程的工程师,等等,都要和物体的机械运动打交道,都要用物体机械运动的规律来搞设计,解决物体机械运动方面的问题。所以,学习理论力学的目的和重要性不言而喻。

再有,在大学里要学习多门课程,因为在实际中,单靠一门课程不可能解决所有问题。就力学方面而言,理论力学是许多力学课程和其他课程的基础,如材料力学、机械原理、机械设计、结构力学、弹塑性力学、流体力学、飞行力学、振动理论、断裂力学、细观力学、复合材料力学等许多课程,都要以理论力学课程为基础,理论力学课程学不好,其他后续课程肯定学不好,这又说明了学习理论力学的目的和重要性。

还有,随着现代科学技术的发展,力学的研究内容已渗透到其他科学领域,例如固体力学和流体力学的理论被用来研究人体骨骼的强度、血液流动的规律以及植物中营养的输送问题等,在生物力学中有重要用途。另外,还有新兴的爆炸力学、物理力学、电磁流体力学等都是力学和其他学科结合而形成的边缘性科学,都有很重要的应用和发展前景。这些学科的建立和发展,都必须有很好的理论力学知识为基础。

4. 理论力学课程的特点

理论力学课程的特点,理论力学的老师们都知道,学过理论力学课程的学生一般也都知道,但这个特点一般没有写进正式出版的教材里,不见经传。现在把这个特点直接写出来,写进理论力学开篇(绪论)里。理论力学课程的特点是:“理论易懂掌握难”(七个字),说的更直白一点,就是“理论易懂做题难”。初学理论力学、初接触理论力学的人,往往因为理论力学里许多名词和概念在中学和大学物理里都已经熟悉而感觉理论容易理解、容易掌握,从而认为这门课程好学,但实际并不是如此。在中学物理和大学物理里已学过的力学知识的基础上,理论力学里的许多名词和概念确实和物理里的一样,所以理论易懂。但由于理论力学的应用对象和物理里的不一样且相差较大(理论力学面对的对象基本是工程实际问题),所以解决问题的方法不完全一样,而初接触理论力学课程的人对此还没有掌握,实际做起题来感觉很难。因此,初学理论力学的读者一定要注意到理论力学课程的这个特点,不要轻视这门课程,不要满足理论上觉得懂了,就认为掌握这门课程了,实际上远不是如此。理论上懂了,真正会做题了,这门课程才算是基本掌握了。所以,忠告各位学习理论力学课程的读者,除掌握、熟悉理论力学的理论外,一定要做题,并且在可能的情况下多做题,只有会做一定量的习题,这门课程才可能掌握好。

静 力 学

引 言

静力学是研究物体的受力分析、力系的等效替换(或简化)、建立各种力系的平衡条件的科学。当然,所做这些的主要目的都是为了解决工程问题和为后继课程打基础的。

此处所指的物体一般是刚体,所谓刚体就是绝对不变形的物体,或者说,物体内任意两点间的距离不改变的物体,是一种抽象出来的理想化的力学模型。

物体的受力分析 工程中存在着各种各样的结构和机构,它们的受力状况如何,是人们关心的问题之一。静力学首先要对物体进行受力分析,画出物体的受力图,然后才能给以定量求解。物体的受力分析是静力学主要研究的问题之一。

力系的等效替换(或简化) 实际中存在各种各样的力系,分布比较复杂,如何用一个简单的力系等效代替一个复杂的力系,进而确定复杂力系对物体的总效应,并为建立各种力系的平衡条件打基础,是静力学主要研究的问题之二。

建立各种力系的平衡条件 实际中存在各种各样的力系,其平衡时均应满足什么样的条件?研究与建立各种力系的平衡条件,并应用这些条件去解决工程问题,是静力学主要研究的问题之三。

力的概念 力是物体间的相互作用,其作用效果使物体的运动状态发生改变或者使物体产生变形。力对物体的作用效果由三个要素——力的大小、方向、作用点来确定,称为力的三要素。因为力不但有大小,而且有方向,所以力是矢量,用矢量来表示。

力系 称作用于物体上的一群力为力系。按力的作用线分布情况来分,可分为平面共点、汇交、平行、任意力系,空间共点、汇交、平行、任意力系,此外还有平面力偶系、空间力偶系。静力学的主要任务之一就是要建立这些力系的平衡条件并用于解决实际问题。

平衡 物体相对于惯性参考系(一般取固连于地面的参考系为惯性参考系)保持静止或做匀速直线运动,则称此物体处于平衡。

物体的受力分析、力系的平衡条件在解决工程问题中有着非常重要的意义,是设计各种结构与机构静力计算的基础,静力学的概念和知识在工程中有着广泛的应用。

第 1 章 静力学公理和 物体的受力分析

只要具有中学物理中力学的基本概念与知识,即可学习本章。

本章在中学物理中力学基本概念与知识的基础上,介绍与阐述静力学 5 条公理,得出两条推论,介绍与解释工程中常见的几种约束类型,并对其约束力进行分析,最后引进物体受力图的概念并对画物体的受力图进行练习。

1.1 静力学公理

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结,又经过实践反复检验,被确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律,是人们公认的道理。在中学物理已有的力学概念与知识的基础上,本节介绍与阐述静力学五条公理,并得出两条推论。

公理 1 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力使刚体平衡的充分必要条件是:这两个力大小相等,方向相反,作用在同一条直线上。简言之,这两个力等值、反向、共线,作用在同一个刚体上。这是一个最简单的平衡力系(不受力除外)。

工程中常有只受两个力作用(已知其作用点)而平衡的构件或杆件,称其为二力构件或二力杆,其判别依据就是二力平衡公理。

公理 2 加减平衡力系公理

一个平衡力系不会改变刚体的运动状态,也就是说,平衡力系对刚体的作用效果为零,因而有,在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,两力系对刚体的作用效果相同。

这条公理是研究力系等效替换的重要依据和主要手段。

依据公理 1 与公理 2,可得推论 1。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着其作用线移到刚体内此作用线上任意一点,不改变该力对刚体的作用。

举一例,如图 1.1(a)所示小车,把小车作为刚体,在后面点 A 用力 F 推小车,和用同样的力 F 在前面点 B 拉小车,其作用效果相同。实际上,在力 F 的作用线上任意一点 C 用同样的力拉小车,其作用效果均相同,这就是力的可传性一实例。但要注意,此物体必须是刚体。图 1.1(b)所示两小车完全相同,中间用弹簧相连,力 F 由点 A 移到点 B ,其作用效果就不同,因此时系统不是刚体。

力的可传性可以证明,下面证明之。

证明:在刚体上的点 A 作用一力 F ,如图 1.2(a)所示。根据加减平衡力系公理,在力的作用线上任取一点 B ,并加上两个相互平衡的力 F' 和 F'' ,三个力大小相等,方向如图 1.2(b)

所示,则图 1.2(a)和 1.2(b)所示力系等效。由于力 F 和 F'' 也是一个平衡力系,故可除去。这样只剩下一个力 F' ,如图 1.2(c)所示,即原来的力 F 沿其作用线移到了点 B 。



图 1.1

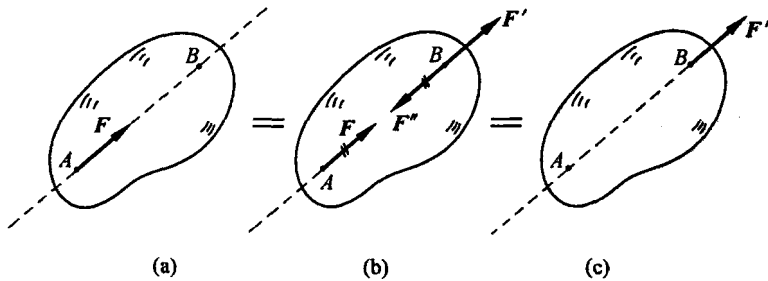


图 1.2

由此可见,对于刚体来说,力的三要素已变为:力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿着作用线移动的矢量被称为滑动(移)矢量。对变形体来说,力的三要素为大小、方向、作用点,这种只能固定在某一点的矢量被称为定位矢量。

公理 2 与推论 1 只适用于刚体而不适用于变形体,例如,如图 1.3 所示,图 1.3(a)中直杆受平衡力 F_1 和 F_2 作用,产生拉伸变形,如果将此二力移到图 1.3(b)所示位置,直杆将产生压缩变形。如果从杆上减去平衡力系(F_1, F_2),杆的变形将消失,如图 1.3(c)所示。因此,在研究物体的变形时,不能应用公理 2 和推论 1。

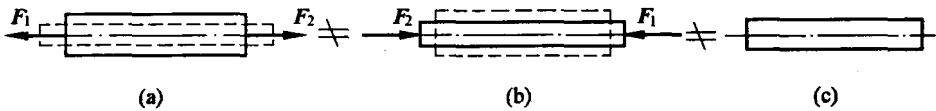


图 1.3

公理 3 力的平行四边形公理(法则)

这条公理就是中学物理里讲到的力的平行四边形法则,如图 1.4 所示,因为其基础性同时也就具有重要性,所以,此处作为公理提出,叙述如下:

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个力,称为合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定。或者说,合力矢等于这两个力的矢量和。以数学公式表示,为

$$F_R = F_1 + F_2$$

这条公理虽然简单,但此公理表明了两个交于一点的最简

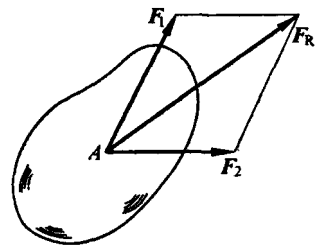


图 1.4

单力系的简化规律,复杂力系的简化乃以此公理为基础。

由公理 1 与公理 3 可得推论 2。

推论 2 三力平衡汇交定理

如果刚体在三个力作用下平衡,其中两个力的作用线交于一点,则第三个力的作用线必通过此汇交点,且三个力共面。习惯称此推论为定理。

证明:如图 1.5 所示,在刚体的 A, B, C 三点上,分别作用三个力 F_1, F_2, F_3 , 刚体平衡,其中 F_1, F_2 两力的作用线交于点 O , 根据力的可传性,把力 F_1, F_2 移到汇交点 O , 再根据力的平行四边形公理,得合力 F_{12} 。由二力平衡公理,力 F_3, F_{12} 必平衡,则力 F_3, F_{12} 必共线,即力 F_3 必通过汇交点 O , 且力 F_3 必位于力 F_1, F_2 所在的平面内,三力共面。推论 2 得证。

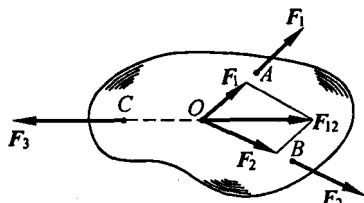


图 1.5

在后面画物体的受力和用几何法求平面汇交力系的平衡问题时,用此推论会带来一些方便。

公理 4 作用与反作用公理(定律)

这条公理就是中学物理里讲过的作用与反作用定律,也就是牛顿第三定律。但因为其基础性同时也就具有重要性,所以,此处作为公理提出,复习叙述如下:

作用力和反作用力总是同时出现,同时消失,两力等值、反向、共线,分别作用在相互作用的两个物体上。

作用与反作用公理和二力平衡公理的描述有相同之处,两力均是等值、反向、共线,但其区别是,作用与反作用力作用在相互作用的两个物体上,二力平衡公理中的二力作用于同一个刚体上。不能认为作用与反作用力相互平衡。

此公理虽然大家熟知,但在画物体的受力图时,常常用到作用与反作用定律,所以要给以足够的重视。

公理 5 刚化公理

变形体在某一力系作用下平衡,如将此变形体看作(刚化)为刚体,其平衡状态不变。

如图 1.6 所示,一段无重柔性绳在等值、反向、共线的两个拉力作用下平衡,如将绳索看作(刚化)为刚体,其平衡状态不会改变。

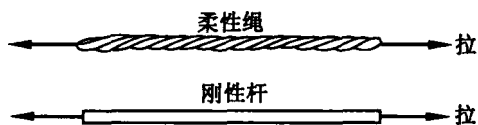


图 1.6

由此公理,如果一变形体在一力系作用下平衡,一刚体在此力系作用下也会平衡。在这种情况下,此力系无论是作用在刚体上还是变形体上,其所满足的平衡条件是相同的。所以,据此公理在刚体上推得的各种力系的平衡条件,可推广应用于处于平衡的变形体上。因此,此公理建立了刚体力学与变形体力学之间的联系。

但要注意,变形体在一力系作用下平衡,此力系必为平衡力系。若变形体在一平衡力系作用下,则变形体不一定平衡。如对图 1.6 中的柔性绳施加等值、反向、共线的两个压力,此柔性绳(变形体)不会平衡。也即在刚体上建立的力系的平衡条件是变形体平衡的必要条件,而非充分条件。

这5条公理虽然简单,但其构成了静力学的理论基础,静力学的全部理论均可由这几条公理推出。同时,某些公理在动力学中也要用到。所以,大家要熟知。

1.2 约束和约束力

工程和日常生活中的物体,其位移大多都受到一定的限制,例如,钉子限制黑板的位移,地板限制课桌的位移,灯绳限制灯管的位移,轴承限制轴的位移,等等如此。在理论力学中,把限制物体位移的物体称为约束。则钉子对于黑板,地板对于课桌,灯绳对于灯管,轴承对于轴均为约束。约束对被约束物体一般都有力的作用,约束给被约束物体的力称为约束力,也可称为被动力,一般为未知力。与约束(被动)力对应的力称为主动力,如物体上受到的各种荷载(重力、风力、切削力、发动机产生的驱动力等),在教材中,一般为已知力。静力学求解的主要任务就是依据力系的平衡条件,由已知的主动力确定未知的约束力。

在实际中,存在各种各样的约束,样式繁多,难以一一列举。依据分类法的思想,理论力学对工程中一些常见的约束予以简化和理想化,归纳为以下几种基本类型,并根据约束的特点确定出其约束力的方向(位),为后面定量求解打下基础。

1. 光滑(面、线、点)接触约束

当一物块放于地板上时(图1.7(a)),接触处为一个面;当一圆柱放于地板上时(图1.7(b)),接触处为一条线;当一钢球放于钢板上时(图1.7(b)),接触处为一个点。若接触处(面、线、点)的摩擦可以忽略不计,称这类约束为光滑接触约束。当接触处为光滑时,此类约束只能限制物体在接触处沿公法线方向的位移,而不能限制物体沿公切线方向的位移,如图1.8所示。因此,光滑接触约束,其约束力沿着接触处的公法线,作用在接触处,指向被约束的物体。

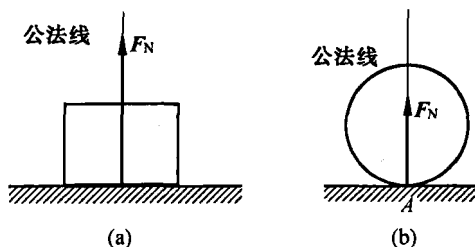


图 1.7

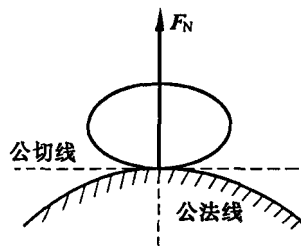


图 1.8

对图1.9所示齿轮啮合情况,视其中任一齿轮为约束,另一齿轮则为被约束物体,设接触处光滑,则约束力如图1.9所示。

2. 柔性体(绳索、胶带、链条等)约束

属于这类约束的有各种绳索、胶带、链条等柔性体构成的约束,视此类约束为绝对柔软,则对柔性体本身来说,只能承受拉力而不能承受压力,因此,柔性体约束的约束力只能是拉力,作用在连接点或假想截割处,沿着柔性体的轴线(或切线)。如图1.10和

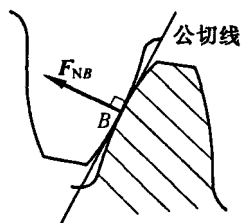


图 1.9

1.11 所示。

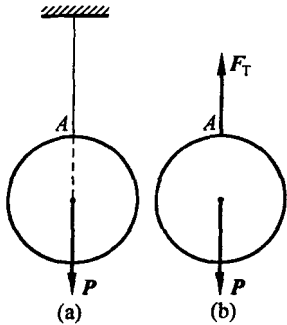


图 1.10

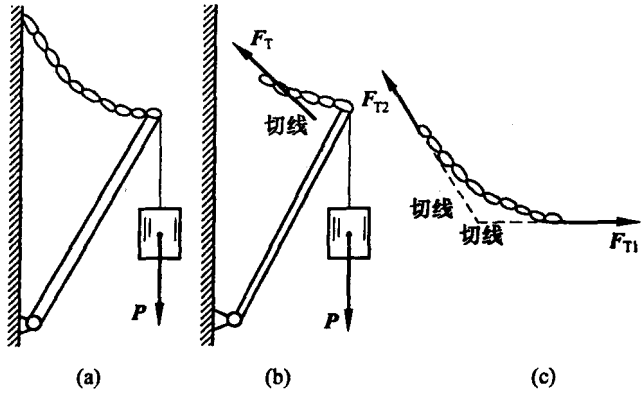


图 1.11

如图 1.12 所示为胶带(链条)轮传动, 胶带(链条)对两个轮也是约束, 也为柔性体约束, 对两个轮来说, 约束力如图 1.12 所示。

3. 光滑铰链(径向轴承、圆柱形销钉、固定铰支座等)约束

(1) 径向(向心)轴承

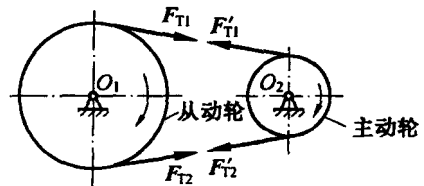


图 1.12

图 1.13(a) 所示, 一般称其为径向(向心)轴承, 可画成图 1.13(b) 所示的简图, 轴承对轴是约束, 轴可在轴承内任意转动, 也可沿轴线移动, 但轴承限制轴沿径向向外的位移。当轴与轴承在某点接触且忽略摩擦时, 轴承对轴的约束力 F_R 作用在接触点, 且沿公法线指向轴心, 如图 1.13(a) 所示。但随着轴所受主动力的不同, 轴和轴承接触点的位置也随之不同, 所以, 当主动力尚未确定时, 约束力的方向预先不能确定。然而, 无论约束力朝向何方, 它的作用线必垂直于轴线而通过轴心。这样一个方向预先不能确定的约束力, 通常用通过轴心的两个大小未知的正交分力 F_x, F_y 表示, 如图 1.13(b), (c) 所示, 且 F_x, F_y 的方向可任意假定, 但在大家熟知的坐标系下, 一般表示为图示的方向。在平面问题中, 为方便起见, 此类约束一般用图 1.13(c) 所示的符号表示, 称之为铰链符号。

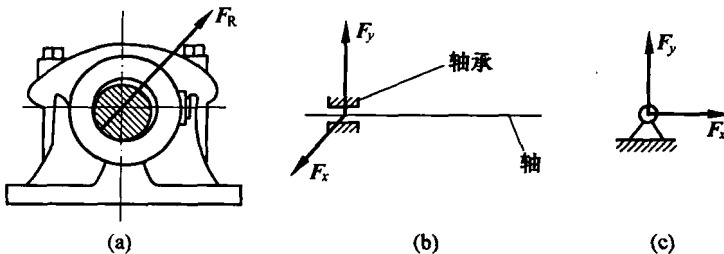


图 1.13

(2) 圆柱形销钉

圆柱形销钉是工程中用来连接构件的一种常用方式,将两个要连接的构件在连接处钻上同样大小的圆孔,然后用圆柱形销钉穿入圆孔内将两个构件连接起来,如图 1.14(a),(b)所示。把销钉与其中任一构件,如构件 B 相连,作为约束,若圆孔与销钉接触处光滑,则此约束只能限制另一构件沿圆孔径向方向的位移,但指向不定,如图 1.14(c)所示,约束性质和向心(径向)轴承相同。为画图方便,此种约束以图 1.14(d)所示的形式画出,也称为铰链符号。为求解此未知力方便起见,通常以两个正交分力 F_x, F_y 表示,如图 1.14(e)所示。

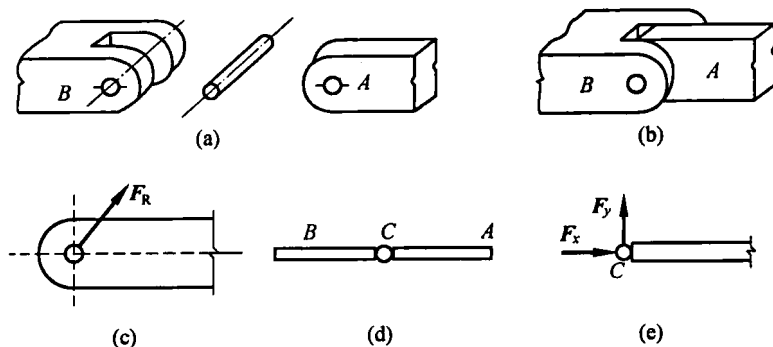


图 1.14

(3) 固定铰支座

在圆柱形销钉连接方式中若其中一构件固定于基础(或机架)上,则此构件成为另一构件的支座,称为固定铰支座,这也是工程中常见的一种约束,如图 1.15(a)所示。此时把支座看作为约束,则约束性质和圆柱形销钉相同,简化表示和约束力表示如图 1.15(b),(c),(d)所示。

(1),(2),(3)中介绍的几种类型的约束,约束形式不同,但约束性(实质)相同,统称为光滑铰链约束,其约束力实质是一个力,为求解方便,一般表示为正交的两个分力。但在作用线能够确定的情况下,为求解方便,有时也画为一个力。

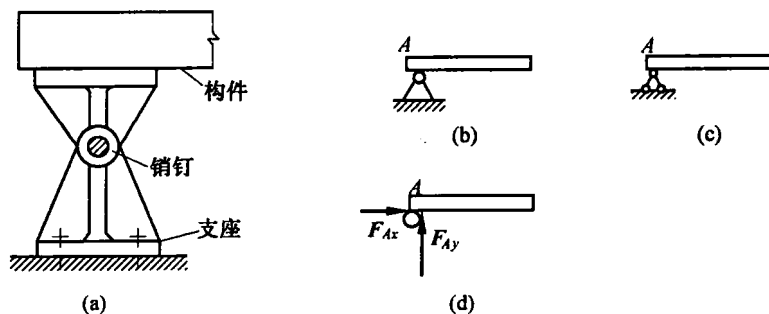


图 1.15

4. 其他类型约束

工程中有多形式的约束,再介绍如下几种。

(1) 滚(可)动铰支座

在固定铰支座下面,装上一排滚子或类似滚子的物体,就构成了滚(可)动铰支座,又称辊轴支座,如图 1.16(a)所示,简图如图 1.16(b)所示。滚动铰支座的约束性质和光滑接触约束性质相同,其总的约束力必垂直于支撑面,通过销钉中心,如图 1.16(c)所示。在桥梁、屋架等结构中,其一端常采用滚动铰支座,而另一端必采用固定铰支座,如图 1.17 所示,为何?

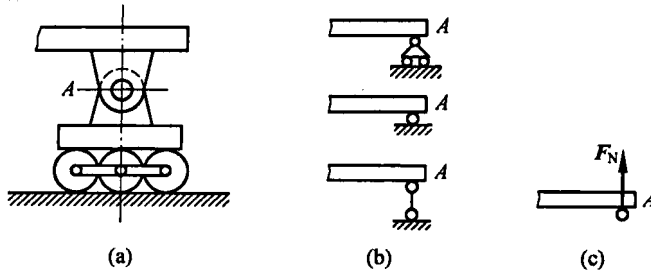


图 1.16

(2) 球铰链

固连于物体上的圆球嵌入另一物体的球壳内构成的约束称为球铰链,如图 1.18(a)所示。球壳限制圆球沿球壳法线方向的位移,但不能限制带圆球的构件绕球心的转动,略去摩擦,约束性质与铰链相似,但约束力通过球心可指向空间任意方位,为计算方便,一般以三个正交分力 F_x, F_y, F_z 表示,简图与约束力表示如图 1.18(b)所示。

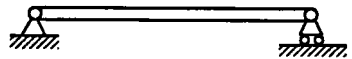


图 1.17

(3) 止推轴承

图 1.19 所示轴承(以及类似的轴承)被称为止推轴承,与径向轴承不同之处是,它除了限制轴的径向位移外,还限制轴沿轴向的位移。因此,它比径向轴承多承受一个沿轴向的约束力,可用三个正交分力表示,如图 1.19 所示。

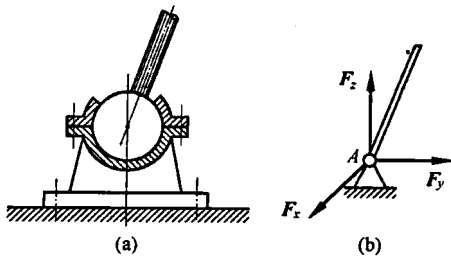


图 1.18

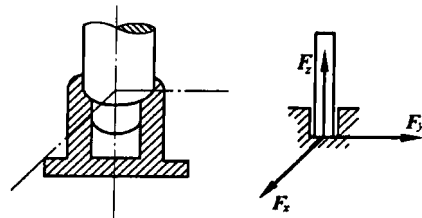


图 1.19

工程中存在的约束多种多样,教材中只介绍了简单的常见的几种。有的约束比较复杂,分析时需要专门的知识 and 经验,给以适当的简化和抽象。在工程中,这是一个很重要的问题,但已超过一般教材所述范围,简言难以概之,所以不再叙述。